



TITLE:

砂漣の水理学的特性に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

松梨, 順三郎

CITATION:

松梨, 順三郎. 砂漣の水理学的特性に関する研究. 京都帝国大学, 1962, 工学博士

ISSUE DATE:

1962-03-31

URL:

<https://doi.org/10.14989/138529>

RIGHT:

砂漣の水理学的特性に関する研究

昭和36年8月

松 梨 順 三 郎

砂漣の水理学的特性に関する研究

昭和36年8月

松 梨 順 三 郎

緒 論	1
第 1 章 砂澱の発生発達に関する実験	12
第 1 節 概 論	12
第 2 節 開水路による実験	14
第 3 節 閉水路による実験	58
第 4 節 実験結果の一般的考察	67
第 5 節 結 語	72
第 2 章 平面河床の水理学的特性に関する研究	78
第 1 節 概 論	78
第 2 節 次元解析法による考察	79
第 3 節 流砂量の理論的考察	117
第 4 節 平面河床の特性に及ぼす自由水面の効果	125
第 5 節 結 語	128
第 3 章 砂澱の発生限界に関する研究	135
第 1 節 概 論	135
第 2 節 移動床における水流及び流砂の基礎方程式	140
第 3 節 移動床の不安定性に関する一般理論	148
第 4 節 移動床の不安定と砂澱の発生について	176
第 5 節 砂澱の発生に及ぼす自由水面の効果	206
第 6 節 結 語	209
第 4 章 砂澱の発達過程に関する研究	214
第 1 節 概 論	214
第 2 節 次元解析法による考察	217

第 3 節	理論的考察	226
第 4 節	砂澁の発達過程に及ぼす自由水面の効果	230
第 5 節	結 語	231

第 5 章	砂澁河床の水理学的特性に関する研究	234
第 1 節	概 論	234
第 2 節	次元解析法による考察	238
第 3 節	自由水面の効果について	247
第 4 節	砂澁の波形特性に関する理論的考察	249
第 5 節	結 語	262

結 論	266
-----	-----

別 冊

1. 図 面

2. 写 真

3. 付 表

工学的研究の対象として河川をとりあげる場合，河川をどのような立場でどのように認識するかということは非常に重要である。そこで著者の具体的研究目標をとりあげるまえに，河川とは何か，河川工学とは何かという問題について著者の見解をのべておきたいと思う。河川を認識の対象とするとき，純粋に自然科学的立場をとる場合と工学的，技術的立場をとる場合で当然その内容を異にする。前者の立場に立つて河川を見ると，河川とは地上に降った雨水を溜または湖に運搬する通路であり，その雨水の運搬に伴つておこる河川に特有の諸現象は明らかに一つの物理的法則に支配される現象である。しかしながら，地上に降った雨水がどのような経路をたどり，どのような現象を伴つて，溜または湖に注ぐかについては，河川の流域の地形地質など，河川を構成する境界特性の相違によつて初期条件が異なり，降雨強度の場所的，時間的および季節的变化による境界条件の多様性のために，これらの現象を解析し，その結果を抽象して普遍的な一般法則を見出すことは非常にむずかしい。一方後者の立場にたつて河川をみると，この立場は，自然現象である河川に何らかの人工的投資をすることにより，河川の災害を防止するとともに，これをより有用に利用して人類文化の増進に寄与せしめることに，その第一目標が存在するわけである。この立場にたてば，人類と接触することによつてはじめて河川の工学的意義が存在するのであるから，人類との接触の程度によつて河川の工学的重要性が律せられる。また人工的投資であるからには，投資の一般経済理念に従わざるをえない。さらに人工的投資の内容は必ずしも自然科学的である必要はない。他の分科による方が有利である場合は，当然それによるべきである。しかし河川に対して最も有効な投資をするには，河川とはいかなるものであるかを知らなければならない。河川はたまたま工学的対象として取りあげられるが，河川そのものはまず自然科学的対象としての地球上の一つの物理現象である。そこで河川を知るということは，まず地球上の物理現象としての河川のありかたを解析することから始められねばならない。従つて河川に加えられる人工的投資は，従来から主として河川についての自然科学的知識を基礎としてなされてきた。そして河川を工学的に取り扱うことの要請は人類が河川と接触すると同

時にはじまり，河川についての自然科学的知識が貧弱であつた以前から，人類が生きていく上には非常に重要な課題であつた。これらのことは人類文化の発達過程を歴史的にみれば明らかである。河川の物理的現象を普遍的一般法則として知ることが非常にむずかしいにもかかわらず，一方にはさしこまれた工学的要請があるということで，従来の河川工法は勢い理論をぬきにして経験的，直観的に処理されてきたさらいがあるわけである。したがつてその工法は普遍性に乏しく，それらの集約された河川工法の内容は工学の他の分野に比較してかなりおくられているようである。その主たる理由は河川における物理的現象の説明がむずかしいとともに，この分野における工学的要請のあり方にもその理由の一半があるように思われる。それはこの分野で一度生じた工学的要請は絶対的であり，一般に公共的性格をおびるため，十分な科学研究の余裕が与えられないままに，ありきたりの工事計画がなされ，それらにかなり大きな努力が奪われることである。現場技術者の中には工学的要請におわれるあまり，経験およびそれに裏付けされた直観こそ工学のすべてであるかのように考える人達もあるようである。なるほど吾人が工学者として直接に対象とする河川は普遍化された河川ではなく，ある特定の河川である。その河川の工学的直接経験による資料はもちろん重要であるが，それらの解析からえられた結果は，特定の河川には合理的であつても，河川についての普遍的一般概念として，その認識をひやくさせることはできない。

要約すれば，吾人が直接対象とする河川について，まず工学の立場をはなれて自然科学的立場からその現象の物理性を詳細に検討することが必要である。さらに，数多くの河川の資料によつて，河川の現象の普遍性について追求することが非常に重要であると思われる。¹⁾

次に自然科学的にみた河川の現象の特異性について考えてみたい。速水博士は河の流れについてつぎのように述べている。²⁾ 河の流れは一つの摩擦過程であり，一般に推測過程と考えられるから，この過程は一般に確率によつて定義される。河の流れのような孤立系では水量や流砂量などはこの系における保存量であり，この保存量を規定する確率は時の経過とともに一定の終局分布に近づく。河川の現象の多くはこの種の確率分布に関係している。

博士はこれらの基本的考察のもとに、洪水波が下流に伝わるにつれて平坦化すること、および河川の終局的なすがたとして下流に広大な沖積平野、上流は奇岩怪石によつて構成された状態を想定している。いまかりにこれらの考察が許容されるものとし、これを基礎として吾人が現在当面するある特定の河川について推論を進めてみよう。河川が規定されると、その河川の現在の流域の地形、地質、面積およびその河川が地球上に占める位置によつて、降雨状態などが特性づけられる。この河川のある特定の位置における流量、流砂量、河床形状は降雨ごとに、その河川によつて特性づけられた時間的変動をするはずである。そしてこの河川の例えば年間を通じての平均の河床勾配が存在すると考えられる。つぎにこの河川の終局的状态をつぎのように考えてみよう。上流は急峻な峡谷によつて構成され、流出土砂は少なく、下流は平坦な沖積地をもっている。ある地点での流量、流砂量、河床形状は前と同様に降雨ごとにその河川のその時期によつて特性づけられた時間的変動をするが、年間を通じての平均の河床勾配はほとんど変化しないという状態を考えるわけである。

以上は変ほうしつつある河川のあり方を純物理学的に考察した一つの見解である。このような仮説が実験水路および実際河川の正確な観測資料を集積してそれらを解析することにより実証され、変ほうしつつある河川のあり方を動的なすがたとして理解しえたならば、河川を工学的に取り扱う基本方針はより明確な形で示されるはずである。すなわち吾人の現在当面する河川について、既往の観測資料をもとにし、終局状態に対する相対的な河相として現在の河川を認識することにより、終局状態へ移行する過程を推測することができれば、耐用年数おも考慮された合理的河川計画を打出すことが可能ではないかと考えられる。

つぎに、従来から取りあげられてきた河川物理学の問題点として、河川工学がどの程度に河川物理学の基礎知識を自己の中に取り入れてきているかについてふりかえつてみよう。河川についての研究はほぼつぎのような内容に分類されると思われる。

1. 雨水流出の問題：考えられている河川によつて特性づけられた流域に、固有の特性をもつ降雨があつた場合、河川のある特定の地点でどれだけ

の雨水が有効雨水として流出してくるかという問題。

2. 河道を流下する水流について：水流の状態と抵抗法則，洪水流の特性などについて，水の流れのみを対象とした場合の問題。
3. 河道を流下する土砂について：浮遊による輸送，掃流による輸送，流砂量などについての問題。
4. 河道の変形について：河道の分流，合流，および蛇行，河床の変形などの問題。
5. 水の流れ，土砂の輸送，および河道の変形などの関連性に関する問題。
6. 河口に固有である諸問題。

以上は純物理学的立場から河川の問題をとりあげているわけであるが，工学的立場からさらにつぎに示す課題が問題となってくる。

7. 砂防堰堤，貯水堰堤をはじめ河道に構築された構造物による河相の変ほう。
8. 河川にあらたに施工された分流工，合流工など，河道変形による河相の変ほう。

以上代表的なものとして8項目をあげたが，いずれも砂の移動による河相の変ほうをぬきにしては到底満足な解決は期待されない。しかるに従来の河川工法では砂の輸送による河相の変ほうについての知識が乏しいため，河川を静的，平面的な立場でとらえ，河相の変ほうを軽視していたずらに不経済な人工的投資を余儀なくされているようである。

文化の程度が低く，したがって治水，利水の公共的要請の程度が低い時代には，静的な認識に基礎づけられた河川工法もある程度有用であろう。しかし現代のように，文化の急激に進展した状態では，河川の治水，利水について一段と高度の要請がなされ，治水，利水を一体とした河川水系の総合的な開発が期待されてきているわけである。例えば河川の総合開発の一環として多目的ダム建設がなされ，電力，農業用水，工業用水，飲料水の供給がなされ，ダムの貯水操作による洪水流量の調節によつて治水上の要求も満たされるといつた次第である。一方流域の文化が進展すると，一度災害を受けた場合の被害の程度もまた甚大になつてくる。河川工法の一段と高度の技術が強く要望されてくる

のもまた当然といわねばならぬ。そこで現代の河川物理学の最も大きな弱点，それはまた現代河川工学の最も重要な問題となつてきているわけであるが，上述の3，4，5の問題点が大きく取りあげられてきた次第である。これはまた河相の変ほうをぬきにした河川の静的認識では全く不十分で，河相の変ほうを動的すがたにおいて認識することが強く要請されていることを示す。それにはまず対象とするそれぞれの実河川について，従来の観測資料を系統的に整理するとともに，従来あまり観測されていなかつた流砂量，河川の縦断勾配，横断勾配の経年変化，一つの洪水についてのこれらの諸量の時間変化などを正確に観測し，対象とする河川の現状を動的すがたにおいて把握しなければならぬ。またこれらの実河川の観測と同時に現象の動的機構を力学的に把握するため，実験水路による基礎的研究が進められねばならない。

つぎに，上述の3，4，5の問題点に関し，主として実験水路によつて実験的また理論的に研究がすすめられてきた二，三の重要な研究成果にふれ^{3), 4)}，本論文の目標ならびに研究方法としてとつた著者の立場を明らかにしたいと思う。

水平規準面とある勾配をなす平面状の砂面の上を水流が等流の状態で流下しているとする。砂面の勾配または水深を増加すると，流下している水が砂面におよぼすせん断応力すなわち掃流力は増加する。ある特定の砂面に対し，水の掃流力がある限界以上の値に達すると，砂は移動をはじめる。この砂の移動の限界における掃流力を限界掃流力といつている。さらに掃流力を増加すると，砂の移動はそれに応じてその量を増してくる。この状態における砂の移動は，砂の形状特性によつて滑動，転動，跳躍などの移動形式をとるが，砂面は平面的に維持される。これらの状態の砂面は一般的に *Plane bed* と呼ばれているが⁵⁾，本論文ではそれぞれ砂が移動していない状態を平面河床才Ⅰ，限界掃流力の状態を平面河床才Ⅱ，砂がさかんに移動している状態を平面河床才Ⅲと命名する。さらに掃流力が増大し，ある限界の掃流力に達すると，砂面は波動的に変形し，砂の移動形式として波形の移動による集団的移動形式が追加される。このような砂の波形的な集団移動を砂漣 (*Ripples*) と呼び，その波形は緩勾配で長い前面，急峻な頂部，急勾配の短い背面によつて特性づけられる。移動しつつある

平面的な砂面に初めて砂澁が発生する限界の状態からつぎにのべる河床状態までを砂澁への遷移河床 (*Transition bed*) と命名し、水の流れと砂澁による砂の移動が釣合の状態にある河床を砂澁河床 (*Ripples bed*) と命名する。砂澁への遷移河床の状態になると、砂面は変形を開始し、その状態における水流との平衡状態、すなわち砂澁河床が達成されるまで砂面変形は発達する。さらに掃流力を増加すると砂澁河床は次の段階の砂澁河床へと遷移するわけであるが、掃流力がかなり大きい状態では砂澁河床の波形的規則性はかなりくずれてくる。そのような状態に達した砂澁河床を本論文では砂堆河床 (*Dunes bed*) と命名する。さらに大きい掃流力を与えると砂堆河床は漸次くずれはじめる。このような状態にある砂堆河床を平滑への遷移河床 (*Transition bed*) と命名する。さらに大きい掃流力を与えると、砂面は完全に平坦化されてくる。この状態の砂面を平滑河床 (*Flat smooth bed*) と命名する。平面河床 (砂の移動あり) と異なる点をのべよう。平滑河床では平面河床と比較して流水の掃流力がかなり大きいこと、したがって河床上あるいはその付近を移動する掃流流砂量はかなり大きいとともに、浮遊による流砂量の流れにおよぼす影響を無視することは不合理であるようである。さらに掃流力を増大すると、砂面は再び波動をともなつた集団的移動を生起する。この状態における波動的集団移動はまえの砂澁河床または砂堆河床と異なり波形が上流方向に伝播し、しかもその波形が丸味をおびた単一正弦波のような形状をしていることである。このような状態の砂面を遡上砂堆河床 (*Antidunes bed*) と命名する。

河床の変形には、上述のような鉛直方向の変形のほかに、さらに平面的な変形、すなわち蛇行現象がとりあげられねばならない。つぎにこの蛇行現象について簡単にのべよう。蛇行現象はすこぶる複雑であつて、その機構を解析的に取り扱うことは、現在なお困難な問題とされている。最近ようやく蛇行の形態を詳しく観察し、その発生、発達の過程を追求しようとして、実験的および理論的な研究が盛んに行なわれるようになってきた。木下氏は蛇行流路の一つの特徴である砂礫堆に着目して、蛇行流路の形態を分類することを試み、実験水路および東日本の約30の河川の観測にもとづいて、つぎの四つの形態、すなわち、第Iに直線流路で水流が蛇行するもの、第IIに砂礫堆二つごとに流路が

蛇行するもの，第Ⅲに前者第Ⅱとともにさらに長い波長で流路が蛇行するもの，第Ⅳに前者第Ⅲの長波長の蛇行が強く，第Ⅱの蛇行が消滅するもの，などを指摘している。⁶⁾ これらの形態は，いずれも蛇行の発達過程における河相を示すものである。

以上河床変形を二つの立場からのべてきたが，これらは主として河川物理学の問題であると同時に，現代河川工学にとって非常に重要な課題となつてきている。ここではとくに鉛直方向の河床変形について，その工学的重要性をのべることにする。河川工学の要諦は自然河川に何らかの人為的工法を実施し，河川を制御して，治水および利水上の要請にそわしむるにある。しかるに河川計画の第一眼目は治水にある。すなわち洪水流に対し，いかにして河川の安全を期するかということであるが，一般に計画高水流量に対して，河道の安全を維持するために，河川の形態を合理的に設計する方法がとられる。河道は自然のままに放置されていても，次第に終局的な安定状態へ移行すると考えられるが，工学的にみると，終局的安定にはほど遠い現段階において，ある想定された期間の間，その安定を達成せしめんとするわけである。河川工学の現段階において，河川にある工法が実施された場合，その耐用年数は，一般に構造物の機能が有効に維持される期間と考えられる。構造物の機能は，腐食，磨耗などによる構造物の設計強度の低下のほか，その計画がどのような合理的推定にもとづく洪水流量を計画高水流量としたか，およびその計画の実施によつて河相の変ほうに対する考慮がどのように合理的になされたかなどに関係するものと思われる。河川計画において，工事の実施による河相の変ほうを推定することは，計画高水流量の算定と同様，非常に重要であるが，この問題に関し，上述の河床変動の研究はつぎのような点において，貴重な基礎資料を提供する。

(1) 河相の変ほうを考える場合の最も基本的な課題は，流砂量公式がいかに合理的であるかということである。従来の公式は，平均的な河床の想定にもとづいて，実験的または半実験的にだされたもので，河床の変動による効果は十分に考慮されていない。上述の河床変動の解明は，解析的な流砂量公式の確立に対して，非常に重要である。

(2) 平均流砂量公式を適用することにより，想定された期間における河相

の異態が，静的な考え方によつて得られたとしよう。この場合，許面高水流量に対して，河床がどのように変動するかということはまだ不明の点が多いためであるが，ここでは一応砂澁，砂堆，または遡上砂堆に類似した変動が生起するとしてみよう。一般に河床が上述のような変形をともなっている場合の河床粗度は，平面河床，平滑河床などの場合のそれに比較して非常に大きい値をとる。流量，勾配が一定である場合，河床粗度の増大は一般に流積の増大をきたし，流積の増大は平均水深の上昇を引き起す。しかも砂面波動の頂部においては，上述した水位の平均上昇高よりもかなり高いはずである。河川堤防の高さ，橋脚の高さなどの計画については当然，このような水位の異常上昇を考慮する必要がある。

(3) 橋脚基礎，床固め，水制などの工事に対しては，前項のほかに河床の最大洗掘深さを知ることが必要である。洪水流量に対して河床は平均的に洗掘されるといわれているが，砂面波動の谷部においては，さらに大きい洗掘深さをもたらすはずである。このような河床の異常洗掘について考慮する必要がある。

本論文は以上のような工学的要請により，砂澁，砂堆など，鉛直方向の河床変動を取り扱い，砂澁の発生限界を中心として，その付近の河床変動の力学的機構を解明することをその目的とする。

つぎに本論文において適用された研究方法についてのべよう。水理学は元來実利的要請から生れた学問で，その研究方法としては，経験的または実験的に得られた事実を次元解析的な考察によつて解明する方法と，流体力学を一次元的または二次元的に取り扱い，流体力学的な理論に基づいて現象を解明する方法とが実施されてきた。研究方法としては，もちろん後者の流体力学的手段によることが望ましいわけであるが，本研究が対象としているところの，平面河床，砂澁の発生限界，砂澁への遷移河床，および砂澁河床，砂堆河床などの諸現象は，極めて複雑であつて，このような取り扱いは，ごく特殊な場合を除いて，一般には非常にむずかしい。そこで本論文における研究方法の第一段階は，おのおの対象とする現象を主題にして，詳細な実験を実施し，得られた実験資料を系統的に整理すること，第二段階は，次元解析的方法によつて現象の大要

を把握すること，第三段階は，流体力学的方法によつて，現象の解析的解をうることにした。

以上によつて河川工学上における本論文の意義，目的及び研究方法の概要をのべた。つぎに本論文の概要をのべる。本論文は5章からなつてゐる。

第1章においては，移動床をもつた開水路および矩形断面閉水路を用い，平面河床，砂澁への遷移河床，砂澁河床，砂堆河床，平滑への遷移河床，および平滑河床などの状態について，その実験を詳細にのべ，おのこの現象の観察結果および測定資料について詳論した。第1章で得られた実験資料は，第2章以下にのべるところの現象の力学的機構を解析するに必要な基礎資料である。

第2章では平面河床第I，第II，第IIIの状態に着目し，おのこの状態における水の流れおよび砂の移動について，その特性を解析的に考察し，それぞれ次元解析の方法および理論的な解析によつて現象を支配する法則を提案した。さらにこれらの法則を従来の研究と比較するとともに，開水路でえられた結果と閉水路で得られた結果を比較することにより，これらの現象過程におよぼす自由水面の水理学的効果を明らかにした。

第3章では移動床をもつた開水路および閉水路の水流と流砂について，任意断面一様水路における非定常流を想定することにより，それらの基礎方程式を誘導した。そしてこれらの基礎方程式を用い，砂面の不安定性を微小振動の方法を適用することによつて一般的に論じた。さらに第2章で得られた平面河床第IIIの状態における水流および砂の移動に関する法則，および従来の研究の結果をこの一般理論に適用し，河床変動，とくに，砂澁の発生限界との関連において，砂面の不安定性理論の水理学的意義を明らかにした。また砂澁の発生限界の条件として得られた理論結果は，第1章において得られた基礎資料によつて検証されるとともに，砂澁の発生限界におよぼす自由水面の存在意義を明らかにした。

第4章においては，砂面変動の発達過程に着目し，ある砂面勾配に対して砂面変動の限界を越えた流量が与えられた場合に，砂面変動が時間の経過とともにどのような発達過程を経て平衡状態の砂面変動，すなわち砂澁河床に到達するかについてつぎのような解析を試みた。すなわち，第1に第1章で得られた測

定資料をもとにして次元解析的な方法を適用し、現象の概要を把握した。第2に第3章で砂面変動の第一次近似式として得られた基礎微分方程式の特性を明らかにし、初期条件を与えてこれを解き、若干の理論結果を得た。

第5章では平衡に到達した砂面変形、すなわち砂澁河床または砂堆河床に着目し、つぎの解析を試みた。すなわち、第1に第4章で得られた実験資料を基にして、現象の次元解析的考察により、この現象過程における水流の抵抗法則および流砂量公式を得るとともに、砂の集団的移動を一つの波動現象とみなした場合の波形特性を追求した。第2に、移動床による資料を基礎として作られた砂澁形の固定床上を流れる水流を実験的に考察した。またこの結果により、砂澁河床における水流の特性に関する諸概念に境界層的な思想を導入して、水流の基礎方程式を誘導した。さらに若干の仮定によつて基礎方程式を解析し、砂澁の波形に関する二、三の特性を明らかにした。

以上によつて明らかによろしく、本論文は移動床をもつ河川の流れを対象とし、水流によつて引き起される土砂の輸送、砂面の変形、及び前二者が水流に及ぼす効果などの諸現象を解明したものである。研究範囲としては移動床の鉛直方向の変動のみに着目し、砂澁の発生限界を中心として、平面河床第Ⅰ、第Ⅱ、第Ⅲ、砂澁河床、砂堆河床、平滑河床などの現象段階のおののについて行つた。研究方法としては対象とする現象範囲について詳細は水路実験を実施し、これを現象論的に考察するとともに、次元解析の方法によつて現象の概要を把握し、その結果をもとづいて理論的な解析を実施する方法をとつた。以上の研究によつて多大の成果をおさめたのでこれらをまとめて結論とするものである。

参 考 文 献

- 1) 安 芸 岐 一 : 河川工学, 共立全書 14, 昭.29.5.
- 2) 速 見 頌 一 郎 : 洪水流の理論について, 土木学会水工学論文集, 水工学の最近の進歩, 昭.28.3, PP.25~48.
- 3) V.A. Vanoni : A Summary of Sediment Transportation Mechanics , Proc. 3rd Midwestern Conference on Fluid Mechanics, 1953, PP.129~160.
- 4) Ning Chien : The Present Status of Research on Sediment Transport , Proc. A.S.C.E. Vol.80, No.565, 1954.
- 5) H.K. Liu and S.Y. Hwang : Discharge Formula For Straight Alluvial Channels, Proc. A.S.C.E. Vol.85, No. HY11. November 1959.
- 6) 木 下 良 作 : 河床における砂礫堆の形成について, 土木学会論文集42号, 昭.32.2.

第 1 章 砂漣の発生発達に関する実験

第 1 節 概 論

緒論において詳述したように、移動床をもつた一様水路での河床変形は、局部的な洗掘または堆積に起因する河床変形を除外して考えると、水流による掃流力の増加にともない、平面河床第Ⅰ，第Ⅱ，第Ⅲ，砂漣への遷移河床，砂漣河床，砂堆河床，平滑への遷移河床，平滑河床，遡上砂堆河床へと移行していくことが 1914 年に *G.K. Gilbert*¹⁾ によつて実験的に示された。その後 *Shields*²⁾，*Kalinske*³⁾，*Einstein*⁴⁾，⁵⁾ 梶 らは *G.K. Gilbert* の実験資料または各自の実験資料をもとにして，主として次元解析的立場から流砂量の解析を実施し，かなり有用な結果を得ている。一方実験資料をもとにして，河床の変形を様式別に整理した研究としては *Langbein*⁶⁾，*H.K. Liu*⁷⁾，杉尾⁸⁾ らのものがある。しかしながら河床変形の機構を力学的に取り扱つたものは非常に少なく，ただ，*Anderson*⁹⁾，*Exner*¹⁰⁾ らの研究があるのみであり，これらの理論的研究は実験的に検証されるに至っていない。河床変形の機構を力学的に取り扱うには河床変形の一連の様式について理解するとともに，変形様式別に個々の現象の特異性について解析が進められねばならない。*G.K. Gilbert*，その他の人達の実験は河床変形の現象を全般的立場から理解し，これをその解析の資料にする場合には非常に有用な実験資料であるが，河床の変形様式別に個々の現象の特異性について着目し，それらの特性を解析するには十分な資料とはいえない。

つぎに，工学的立場からみると，河床変形は開水路水流においてのみ重要で，移動床をもつた閉水路内での砂面の変動はあまり問題とならない。しかし物理学的立場からみると，閉水路内でいわゆる河床変動が発生するかどうかということとは開水路のそれとの関連において非常に重要である。すなわち自由水面をもっている場合とそれをもたない場合で砂面の変形機構はどのように異なるか，換言すると，自由水面は河床変形に対してどのような効果をもつかなど，これらの解明は河床変形の力学的解明に対して有力な暗示を与えるものと思われる。しかも開水路での河床変形については，自由水面の存在によつて理論解析上未知数が一つ多くなるとともに，実験上でもその精度のうえでむずかしさが倍加

される。すなわち，河床の変動とともに水面の変動が引き起こされるため，水深および水面勾配の測定精度が非常に低下する。さらに河床変動の限界条件を理論的に取り扱うに際しては，水面の微小変動と砂面の過発的な微小変動のいずれが砂面変動のための最初の起因であるかということが問題になつてくる。以上のべたように，砂面変動の問題を直接的に開水路の資料で取り扱う場合は，対象とする現象の解明は非常にむづかしい。そこで開水路での河床変動を解明するための一つの手段として，自由水面の影響をもたない閉水路について開水路でなされた実験と同様の目標のもとに実験することは非常に重要である。

本章においては粒径の異なる9種類の砂によつて構成された砂面を用い，平面河床第Ⅰ，第Ⅱ，第Ⅲ，砂澁への遷移河床，砂澁河床，砂堆河床，平滑への遷移河床，平滑河床，遡上砂堆河床などの河床変形について，現象別にその特性についての詳細な実験を，開水路および矩形断面閉水路を用いて行なつた。この実験の目標は第2章以下に詳述される個個の特異現象を解析するに必要な基礎資料を与えることである。

第 2 節 開水路による実験

この実験の目標は前節においてのべたように、つぎのような特異性をもつた現象の解明に必要な基礎資料をうることにある。

- (1) 平面河床第 I の状態における水の流れ：この場合は一般に、水の流れのみで砂の移動はないわけである。したがって水の流れは固定砂面上を流下する流れを対象としていることになる。固定砂面上の流れの抵抗法則については *Nikuradse*¹¹⁾ の管内流れの実験にはじまり開水路でも数多くの実験がなされ、定性的にも定量的にもかなりその特性が明確にされている。本実験では現象的につぎに引き起こされる移動床としての特異現象が主な実験対象であつて、砂の移動のない上述のような現象の測定は主要な実験に対する予備的な目的のもとに必要であつた。この予備的実験結果が妥当であるかどうかは従来の実験結果を参照して検討する。
- (2) 平面河床第 II，第 III の状態における水流および砂の輸送：砂は移動を開始しているが、砂面の変形はまだ発生していない状態すなわち平面河床第 III における水流の抵抗法則およびこの状態における流砂量の特性を検討する。さらに平面河床第 I から第 II へと遷移する限界状態，すなわち限界掃流力を測定する。また平面河床第 III からつぎの現象段階である砂漣への遷移河床へと遷移するのであるが，この場合の遷移の限界に関する諸量を測定する。
- (3) 砂漣の発達過程：砂漣への遷移河床における状態，すなわち砂漣の発生限界をこえた状態では、砂面は一様に波形的変動を生ずる。この波形的変動は漸次発達し、やがて水流と砂の移動は釣合つて砂漣河床に到達する。この場合の砂面変動すなわち砂漣の発達過程に注目し、水流の抵抗法則，砂面形状，流砂量などの時間的变化を明らかにする。
- (4) 砂漣河床における水流および砂の輸送：砂面変動の平衡状態として砂漣河床の状態が得られるのであるが，この状態における水流の抵抗法則，砂面形状・流砂量などの特性を明らかにする。

以上にのべてきたことから明らかであるように、実験の対象とする現象は一

運の現象として互に関連をもっているので、一種類の使用砂に対しては流量または砂面勾配を段階的にしかも連続して変化させ、所要の現象を連続的に得て(1)，(2)，(3)，および(4)にあげた必要資料をすべて一回の実験で測定することが望ましい。しかしながら、現象によつてはその測定精度をあげるために別の実験方法が有利である場合があり、また使用した水路や砂の相違もあるので、その実験がどのような現象を主要な対象としているか、またはどのような特殊目的をもっているかによつて、それぞれ開水路実験 - A I，A II，A III，および開水路実験 - B I，B II，B IIIとした。

1. 開水路実験 - A I

- (1) 実験場所 神戸大学工学部土木工学科水理実験室
- (2) 実験期間 1955～1957年
- (3) 実験者 松梨，実井
- (4) 実験目的 平面河床第 I における水の流れ，および平面河床第 II，第 III における水流および砂の輸送などの諸現象を主要な解析の対象とし，それに必要な基礎資料をうることを目的とする。
- (5) 使用砂礫 使用した砂礫は付表 - (1.2.1) に示す I，II，IV，V，VII，VIII，K の 7 種類のほぼ一樣な砂である。付表 - (1.2.1) にはこれらの砂の生産地，比重，混合状態，粒子形状，平均粒径，中央粒径，均等比，標準偏差，空隙率が示してある。またこの表には，実験 - A III において新たに追加された III，VI の二種類の砂，および従来の代表的実験として本論文にとりあげられた G.K. Gilbert¹²⁾，安芸¹²⁾らの実験に使用された砂礫の特性が示されている。本実験の使用砂礫の粒径加積曲線は図 - (1.2.1) に示した。

(6) 実験装置 本実験の実験水路としては，図 - (1.2.2) に示すような全長 7.5 m，水路幅 23 cm，高さ 25 cm の両側面ガラス張り水路を用いた。また移動床として，水路床上 3 cm 厚の砂層を設置した。流量の検定のために水路の上下流端に，それぞれ三角堰および四角堰による量水槽を設置した。採砂位置および水深測定位置を決定するために，固定床水路で予備実験を実施し，使用流量に対する等流範囲を検定して，図 - (1.2.3) に示すような結果をえた。この図で明らかであるように，測点④を中心とした上下 1.5 m の範囲では，お

のおのの流量に対して水深が一樣であると推定される。この結果にもとづいて水路下流端から2.1 mの位置③に図-(1.2.4)に示すような採砂装置を設置した。採砂器はブリキ製の長方形容器で、その上面には使用する砂の粒径に応じて網目の大きさを考慮された金網が張られている。この容器の下部は円錐または円柱形のメスシリンダーに連絡されている。メスシリンダーには目盛が施こされ、ただちに採砂量を読みとることができるようにしてある。また水路下流端から3.4 m, 2.5 mの④, ⑤二点にポイントゲージを設置し、水深を測定した。

(7) 実験範囲 Reynolds 数 $Re = UmR/\nu$, Froude 数 $Fr = Um/\sqrt{gR}$, URd_{50}^*/ν , 砂面勾配 J_0 , 無次元掃流力 $UR^2/(\sigma/\rho - 1)gd_{50}$ によつて実験範囲を示すと付表-(1.2.2)のようになる。

(8) 現象の予備的観察と実験方法 一樣な砂面を作り、三個の小型ジャツキと Y レベルによつて砂面の勾配を調整し、砂面が所定の勾配をもつよう水路支台を調節する。一定の時間をおいて流量を段階的に増加していくと、砂面上に働らく掃流力が限界掃流力に達しない状態では砂面は静止し、水は固定粗面上を流下する。限界掃流力を越えると砂は移動を開始し、滑動、転動、跳躍などの運動をする。この状態までは砂面は平坦に維持されるので、おのの流量に対する流況は平均的にみて等流とみてよい。したがつて水深、流量など水理諸量の測定はかなり容易である。砂澁の発生限界を越えた状態ではもちろん砂面変動が開始されるわけであるが、一度砂面変動が開始され、それが発達して砂面変動のスケールが水深に比較して大きくなると、水面変動が誘起される。そして流量一定の場合においても水深、水面勾配、流砂量などの水理諸量はかなり変動し、主として定常流に対して適用されてきた従来の静的計測方法ではその測定の精度はかなり低下する。平面河床第Ⅲから砂澁への遷移河床にいたる現象過程は砂の特性によつてその様相を異にし、主として砂の粒度、形状、混合特性によつて大きな影響を受けるようである。例えば、実験砂Ⅰのように粒径がかなり小さい場合には、現象的に砂の移動が開始されるとまもなく砂澁が発生し、砂の移動限界はまた同時に砂澁発生の限界であるかのような観を呈する。一方実験砂Ⅳのように砂粒の大きさがかなり大きくなり、その形状が球形

に近いようなものに対しては，砂面の変動はかなり抑制せられて，砂面の平面的移動の状態は掃流力の広い範囲にわたって維持されるようである。

以上のような予備的観察を基礎にし，実験の主目標が平面河床第Ⅰ，第Ⅱ，第Ⅲのときの現象であることを考慮して，つぎのような実験方法を採用した。すなわち，砂澱の発生限界に至るまでは，一つの砂面勾配に対して流量を段階的に増加し，流量を変えるごとに水路の上下流端の量水槽の検定により，その流量に対する流況が等流の状態であることを確認したのち，まず④断面および⑤断面で水深を測定した。つぎに流量は水路の上下流端に設置された量水槽によつて測定した。さらに流砂量は⑥断面において測定した。つぎに，この状態における現象の観察結果を記録した。こうして一連の計測および観察作業が終了すると，送水管のスルースバルブによつて次の段階の流量にきりかえた。

与えられた砂面勾配に対して，砂澱の発生限界をはるかにこえる流量が与えられると，送水を開始し，流水の状態が水路の所要区間において一様な状態に達したときには，すでに砂面は変動を開始している場合がある。しかし，砂澱の発生限界をこえる流量でも，その流量があまり大きくないときは，水流が一樣になつた状態で，しばらく平面河床第Ⅲの状態がつづき，やがて砂澱が発生するようである。換言すると，砂面が変動を開始している状態でありながら，その砂面変動による流水への効果が非常に小さいと考えられる状態が存在する。そこで，砂澱の発生限界に達していない流水状態でえられた平面河床第Ⅲでの測定資料と，砂面変動が始まつているが，その流水への効果が省略できるとの予想のもとに得られる測定資料では，一方は定常状態で他方は非定常状態で得られる資料であるから，両者のもつ特性は当然異なるはずであるが，本実験では砂面変形の水理学的効果がまだ十分にあらわれていないという見地から両者をともに平面河床第Ⅲにおける資料として測定することにした。この場合の実験方法としては，送水開始後，水路の上下流端に設けられた量水槽の水位の上昇高さ，④，⑤二断面における水深，⑥断面での流砂量を適当な時間間隔で同時測定する方法が適用された。さらにおのおの測定段階における現象の観察を記録した。そのごにつづく砂澱の発達過程に対しては，適当な時間間隔(10分)で水深，流砂量，および流量を測定し，現象の観察を記録した。これらの

観測は流れが平衡状態に達したと判断される状態（30分～1時間）までつづけられた。かくして一連の観測が終ると、次の段階の流量にきりかえるわけであるが、本実験は平面河床における現象が主目標であるので、再び砂面は平面的に整備し、その砂面が所定の勾配をもつように水路を調節して、前と同様の順序で観測を実施した。

(9) 計測方法とその精度

(イ) 流量 水路の上流端に設置された量水槽は長さ90cm、高さ40cm、幅50cmの水槽に1辺17cmの直角三角形刃形を設置したもので、下流端に設置された量水槽は長さ1.8m、高さ45cm、幅45cmの水槽に深さ15cm、幅20cmの矩形刃形を設置したものである。両量水槽の検定に際してはそれぞれ沼知公式および沖公式を参照した。流れが等流の状態にある場合の流量測定は、おのおの水槽にフックゲージを設置して堰の越流水深を測定し、検定曲線から流量を読みとつて両者の平均を求めてそのときの流量とした。流れが非定常である場合の実験に対しては、通水直後における水路の上下流端での水位時間曲線は一般に異なり、下流端においては水路の長さを流下する間の時間的遅れを生ずる。本実験はこの時間的ずれが解消されて、水路の上下両断面における流量が等しくなつた状態以後の現象をその対象としている。そのために、流量開始後の両量水槽の水位の時間的变化をすみやかに観測することが必要であつた。そこで両量水槽の水位を一つのマノメーターに通じて、両水槽の水位の上昇高をおのおの時間ごとに同時に読みとり、それらの読みに対する流量をだして平均値を求め、その時刻における流量としたわけである。

つぎに流量測定に関して、測定精度の上から問題になる点は量水槽内の水位変動、検定曲線の製作、およびその読みとり、フックゲージ（10分の1mm読み）の遊尺の読みとり、および実験方法などであるが、一般的にみて、定常状態で測定されたものよりも非定常状態で測定されたものの方が誤差の生ずる機会が多く、したがつて精度が落ちることは当然予想される。本実験の範囲では、最大誤差4%程度と推定される。

(ロ) 水深 水路の下流端より3.4m、2.5mの④、⑤二地点にポイントゲージを設置し、④断面、⑤断面においてそれぞれ水路幅方向に三等分した4地

点の水深を測定して、それらの算術平均を求め、そのときの水深とした。つぎに水深の測定方法についてのべる。まず送水しない前の砂面の高さの測定についてのべてみよう。砂層に注水して砂の空けきが完全に水によつてみたされた状態を作る。ポイントゲージの先端が砂面の一部である水の面に接すると、いままでの釣合が破れて別の釣合が達成される。それと同時に光の反射に変化を生ずるので、この現象を利用してポイントゲージの先端が砂面に接する点を求めた。このことから明らかなように、測定された砂面の高さは、表面に存在する砂粒の頂点のみに接する面の高さではなくして、それよりも粒径の0.1~0.2倍程度低い点によつて構成された面の高さを表わしているものと思われる。つぎに砂面の高さを測定した位置と同じ位置における水面の高さをポイントゲージで読みとり、両者の差をその位置における水深とした。

つぎに水深測定に関して測定精度の上から問題になる点は、砂の面の製作、砂面への注水の程度、ポイントゲージの構造とその読みとり、および水面の微小変動などである。水深の最大誤差としては、砂面を構成している砂の中央粒径の大きさ程度であると推定される。

(イ) 砂面勾配 一様な砂面をもつ移動床が所定の勾配になるようにするには、つぎのような方法と計測によつた。すなわち、ポイントゲージを水路に沿つて適当に移動させ、その位置における砂面から基準線までの高さをYレベルによつて読みとる。そして砂面が所定の勾配になるように水路を支持している小型ジャッキを調節するわけである。

このような方法による砂面設置にともなう精度上の問題点として、砂面の製作、砂面への注水の程度、ポイントゲージおよびレベルの構造とその読みとりなどが考えられる。またこのような測定方法では操作の繰返しの程度によつてその精度が左右され、その精度には自然とある限度があると考えられる。所定の勾配が小さいほどその精密な設置は困難で、1000分の1の砂面勾配をこの方法で設置した場合には10%から20%の誤差は避けられないように思われた。実河川では1/2000~1/3000などの緩勾配が普通であるが、本実験では以上のような理由によつて1/100~1/800の砂面勾配が適用された。

(ニ) 流砂量 図-(1.2.4)の採取装置において、メスシリンダーの下部

はゴム栓で閉じてあるから，採砂器で採砂された砂はシリンダーの下部に貯留される。あらかじめ検定されたメスシリンダーの目盛の始読と終読に要した時間（略 5 ～ 6 分）をストップウォッチで測定し，その時の流砂量を算出した。流砂量の小さい場合は円錐型の A シリンダーで測定したが，流砂量が大きくなると，非常に短時間に容器が砂で満たされるので，その場合は円柱型の B シリンダーを使用した。

このような方法による流砂量の測定に関して問題となつてくる誤差についてのべるとつぎのようである。

(1) 採砂器の構造に関するもの：掃流砂の一形式であるところの跳躍によつて移動している砂をも採砂する必要があるが，採砂器の水路方向の長さ 85 mm はこの要求に対してどの程度に適切であつたかによるもの。

(2) 採砂器の設置による流れの変化に関するもの：採砂器設置による砂面粗度の変化，流砂の遮断による採砂器下流の局部洗掘などが考えられる。

(3) メスシリンダー内の砂の空けき率がメスシリンダーの検定のとときと実験のとときとで相違することによるもの。

(4) メスシリンダー内の砂面が一般には一つの面とならない，このことによつて生ずる読定値自身のもつ誤差。

以上 (1) から (4) までのうち，観測精度の上から (1)，(2) が非常に重要であると思われる。また (3)，(4) は相関連し，(4) は設置されたシリンダーに小さい衝撃を与えることによつて解決されるが砂の空けき率が変化する。(3)，(4) を同時に解決するため，シリンダーの検定に際して，砂面を平面にするに要した衝撃と同じ程度の衝撃を本実験のときにも実施することによつて，ある程度まで解決することができた。

(注) 現象の観察による記録：おのおの流量に対し，流量，水深，流砂量の測定が終了したのち，水路の下流端から 2.5 m ～ 4.0 m の間の 1.5 m 区間につき，砂の移動状態をつぎの 7 段階に区別して記録した。

(1) 不動：砂が移動を開始していない状態を示す。

(2) 間欠的移動：砂が間欠的に移動する状態を示し，さらにこの状態は強弱の二段階に区別された。

(3) 連続的移動： 砂が連続的に移動しているような観を呈する状態をさす。さらにこの状態は強弱に区別された。

(4) 全面的移動： 砂面全体が移動しているような観を呈する状態。

(5) 砂面変動開始： 設定された1.5 mの区間のどこかに砂面変動が発生した状態を示す。

(6) 全面変動： 水路の全域に砂面変動が発生した状態をさす。

(7) 平衡状態： 砂面変動が十分に発達して流れが平衡の状態に達したと判定された状態をあらわす。

このほかに予備的記録として、水路の下流端および上流端における局部洗掘の状況を記録した。

以上にのべた計測方法は、砂面が平面河床第Ⅲの状態かまたはそれに近い状態における水理諸量の計測をその主要な対象としている。したがって砂面変動がかなり発達した状態におけるこれらの諸量を計測する場合には現在の計測方法を改善修正するか、または別の方法を用いる方が適當であると考えられる。そのような方法については後述の実験で詳述することにし、本実験では計測の便宜のため、上述の方法によつて砂面変動がかなり発達した状態の水理諸量をも測定した。したがってそれらの状態における測定結果は後述の実験において得られたものに比較し、その精度が低いことが推察される。

さらに本実験においては水面勾配についての記録がないのであるが、水面勾配の測定は、あらかじめ設定された区間において流れが等流であるかどうかを検討するための補助的作業として、定常状態を対象とする実験に対しては、ポイントゲージ、Yレベルによつてこれを実施した。この場合水面勾配と砂面勾配に相違があるときは水路下流部の砂止堤の高さを調節してこれを補正した。

00 現象の観察と測定結果

実験は図-(1.2.1)および付表-(1.2.1)に示されたように粒径の異なつた7種類の一樣粒径の砂について実験した。おのおのの砂は粒径の大きさ、形状、混合状態などによつて非常に異つた移動の様相を呈する。実験の結果を一般的に観察すると、砂の移動様式の特異性に関して、最も重要であると考えられるのは砂の粒径である。すなわち、粒径の比較的小さい実験砂Ⅰ、Ⅱは一

般に平面河床第Ⅱ，第Ⅲ，砂鏈河床，砂堆河床，および邇上砂堆河床などのような砂面変動を伴つて移動し，砂面変形が容易にひきおこされる。一方実験砂Ⅶ，Ⅷ，Ⅸなどの比較的大さい粒径の砂は一般的にみて砂面変形をともしることなく，平面河床第Ⅱ，第Ⅲの状態で移動するようである。これら二つの群の中間的粒径である実験砂Ⅳ，Ⅴは砂面変形の生成の難易についても前二群の中間的な様相を呈するようである。これらのことから現象の観察およびその測定結果は上述の三つの群に分けて詳述することにする。

1. 第一群（実験砂Ⅰ，Ⅱ）

(1) 現象の観察 この群の砂は中央粒径 $0.15 \sim 0.33 \text{ mm}$ の一樣粒径の砂であるが，実河川のものとしては非常に細かい砂である。ある砂面勾配に対し，流量を段階的に連続して増加させていくと，静止状態にあつた砂が移動を開始する。砂の移動の状態を詳細に観察すると，最初に動きはじめる砂は比較的小さい粒径の砂で，その運動の様式は間けつ的であり跳躍を主にして移動しているようである。流量が増大するにしたがつて移動に関与する砂の粒度範囲は広がり，大きい粒径の砂も移動を開始するに至る。この状態における砂粒の運動の様式は跳躍のほか転動または滑動などの形式が追加されて，その運動の機構は一段と複雑化してくる。この群のような細砂の掃流砂 (*Bed load*) としての砂の移動は，もちろん浮遊による砂の輸送，すなわち浮遊流砂 (*Suspended load*) をともなつて生起しているわけであるが，ここでは掃流砂としての砂の移動および両者の形式による移動を加えたいわゆる流砂 (*Total load*) の結果として生ずる砂面変動に主眼をおいて現象を観察していくことにする。

平面河床第Ⅲの状態において，さらに流量を増加させると，砂面における砂の運動は一段とはげしさを加え，遂に現象の観察区間（水路下流端より $2.5 \sim 4.0 \text{ m}$ の区間）のどこかに微小な砂面変動が見出されるようになる。そのような状態が一度達成すると，流量を増加することなく，そのままの状態で放置していても，砂面変形は水路全域に延び，そのスケールは急速に大きくなる。そして与えられた流量に対する平衡状態に到達するようである。平衡状態に達した砂鏈のスケールは，本実験の範囲では流量，水深，砂面勾配によつてはあまり変化がなく，水深 5 cm に対して砂面変形の最大波高 2.0 cm ，波長 1.0 cm ，波

形の伝播速度 0.1 cm/sec 程度のものである。このようにして平衡に達した砂面を砂運河床といっているが、第二群の砂と比較し、この砂における平面河床第Ⅲから砂運河床への移行は実にあざやかで、生成された砂運のスケールも大きい。また砂面変形の初期に水路全域にわたって生成された砂面の変形は規則的なきれいな波形をもっているが、砂面変形のスケールが漸次大きくなるにしたがつて、その規則性は次第にくずれ、平衡に達したときの波形はかなり不規則である。ある砂面勾配に対して砂運の発生限界をこえた流量を与えた場合、その流量がその限界に対してはるかに大きい場合は、上述のようにその変形の生成発達は急激であるが、与えられる流量が砂運の発生限界に近い大きさの場合は現象の移行過程も緩慢で、一般的にいつて本実験の水路のようにその全長が比較的短い場合には、この流量がその限界を越えた値であるかどうかの判定は非常にむずかしい。その理由について説明しよう。限界を越えてしかも限界に近い流量を与えた場合、観測区間のどこかに砂面変動が発生している状態においては、一般に観測区間以外の部分にも砂運が発生していることは当然であるが、観測区間に発生していない状態でも、水路が有限であるために水路のどこかにそれが発生しているのが普通であつた。例えば水路の上流端では流水断面の変化による加速流によつて、下流端では本実験の水路のような放流条件であると低下背水によつて、あるいは砂面のある部分の製作がわるくて局部的洗掘をおこすわけである。しかもこの場合に、流量を増加することなく、そのままに放置すると、いつのまにか観測区間に砂面変形が発生してくることが明らかに観測された。このような現象は限界をこえてしかも限界に近い流量だけでなく、限界を越さない場合でもしばしば見受けられた。さらに、限界を越えた流量の場合でも局部的な洗掘の効果を受け観測区間に一度発生した砂面変動がその発達を停止するか、または最初から砂面変形を生起することなく平面河床第Ⅲのままで維持するか、さもなくば砂の移動を停止する場合すら存在する。そして観測区間外に生じた局部洗掘が下流側に移動し、水路全域に砂面変形が発生した状態へと移行するのである。しかし終局的に得られた砂面変形の状態はそれが生成されてきた過程にかかわりなく、その時の流量によつて規定された平衡状態に到達するようである。また砂面が緩勾配であるほど水路の下流端

の低下背水による砂面変形が顕著になり，それが上流の観察区間に影響を及ぼすようである。以上の理由によつて測定された砂面変形の限界を示す資料はかなりのちらばりをみせるであろうことが予想された。

(四) 測定結果 図-(1.25)，(1.26)，(1.27)および図-(1.28)，(1.29)，(1.210)はそれぞれ実験砂ⅠおよびⅡを用いて得られた実験結果の一例である。図-(1.25)，(1.26)および図-(1.28)，(1.29)は等流状態の現象について得られたもので，一つの砂面勾配に対して流量を段階的に連続して増加していった場合に，水深 h の増加に対して平均流速 U_m ，流砂量 q_B が砂面の変形にともなつてどのように変化するかをあらわしている。図の点線は実験値の一般的傾向を示す。砂面の変形は，平面河床第Ⅰ，第Ⅱ，第Ⅲ，砂鏈への遷移河床，および砂鏈河床などの状態によつて表示した。実験砂Ⅰの方がⅡよりも粒径が小さく，平面河床第Ⅲからの砂鏈河床への移行は実験砂Ⅰの方がⅡよりも急激であるという観察結果を考慮して図-(1.25)および図-(1.28)を比較してみよう。こうした観察結果はこの測定結果にもあらわれ，実験砂ⅠはⅡにくらべ平面河床第Ⅲの状態で維持される流量範囲が小さいことがわかる。つぎに図-(1.27)および図-(1.210)はそれぞれの実験砂を適用し，非定常状態の現象について得られたものである。図はある砂面勾配に対して，砂鏈の発生限界の流量より大きい流量を送水した場合に，水深 h ，平均流速 U_m ，流砂量 q_B が時間的にまた砂面変形状態別にどのように変化するかをあらわす。この場合時間の起点は送水開始の時刻をとつた。これらの砂について共通している測定結果の傾向としては，図によつてわかるように，水深，平均流速，流砂量は送水流量が一定に達してからかなり変化した，とくに流砂量は水深または平均流速が一定になつた点かその前後において極大を示し，そのご時間の経過とともに減少していることがわかる。この傾向は粒径の小さい実験砂Ⅰの方が顕著であるようである。この傾向の原因について調べてみよう。この範囲の砂については一般に砂面変形が非常に発生し易い。送水後，水深，平均流速が一定に達したと判定しうる状態における砂面の状態について観察すると，砂面は一般に平面河床第Ⅲの状態にあるが，注意深く観察すると，水路の上流端付近は断面変化による加速流の影響を受け，下流端付

近は低下背水のため，また採砂器下流側は採砂による流砂の中断および採砂器の設置による粗度の変化の影響をうけて局部的な洗掘をおこしている。局部洗掘が発生すると，そのために局部的に粗度が増大し，それが上流に影響をおよぼす。とくに採砂器のすぐ下流の洗掘は防止の方法がむずかしく，測定結果に上述のような傾向を与える重要な原因になつたものと考えられる。第一群についての測定結果を一括表示すると付表-(1.2.3)のようになる。

2 第二群(実験砂N, V)

(1) 現象の観察 ある砂面勾配に対して流量を段階的に連続して増加していくと，第一群の砂と同様に，平面河床第I，第II，第IIIなどの一連の現象が出現するのであるが，第一群の砂と比較して，その著るしい特性としては砂面変形が出現しにくいことである。したがって平面河床第IIIの状態を流量を増加させると砂面は変形することなく平坦で，ただ砂の移動がその激しさを増していく場合が多く見受けられた。さらに流量を増加させると，ごく低い(ほぼ $Q 20 \text{ cm}$)変形が $50 \text{ cm} \sim 100 \text{ cm}$ の波長で生起するのが見受けられた。しかも実験砂NとVではその性格を異にし，実験砂Nではほとんど砂面変形はみられなかつた。そこでこの群に属する二種類の砂について，砂自身のもっている特性に注目してみよう。

この群の砂は中央粒径 $0.72 \sim 0.75 \text{ mm}$ の一樣粒径の砂である。実験砂NとVは中央粒径の相違という点からみると両者とも同程度の大きさであるが，砂の形状，混合状態という点ではかなりの相違がある。すなわち砂の形状としては，前者はほとんど球形に近いが後者はかなり角ばつた形状をもっている。そして混合状態としては，図-(1.2.1)の粒径加積曲線の形およびこれから算出された付表-(1.2.1)の均等化に示されているように前者の方が後者より粒度分布が一樣であることがわかる。

これらのことから砂の中央粒径の大きさが同じであつても，その形状が球形に近いほど，また一樣なほど砂面波形はその波高が小さくなり，波長は増大していくように推察された。

(2) 測定結果 図-(1.2.11)，(1.2.12)，(1.2.13)および図-(1.2.14)，(1.2.15)，(1.2.16)はそれぞれ実験砂NおよびVを用いて得られ

た実験結果の一例である。図-(1.2.11), (1.2.12)および図-(1.2.14), (1.2.15)は等流状態の現象について得られたもので、図面の表示方法は第一群の実験資料と同じである。また図-(1.2.13)および図-(1.2.15)はそれぞれの実験砂を適用し、非定常状態の現象について得られたものである。この場合には、第一群の実験砂と比較して、送水流量が一定に達してから後は水深、平均流速、及び流砂量が時間的にあまり変化しないようである。これは砂面変形がおこりにくいことによるものと考えられる。しかしながら流砂量 q_B の時間的な変化に対して注意深く観察すると、実験砂Ⅳについては第一群の実験結果と反対の傾向をもち時間の経過とともに増大していくようである。一方実験砂Ⅴについては、それほど強い傾向ではないが第一群の実験砂と同様に時間の経過にともなつて減少していくようである。これらの原因について考えてみよう。前者については前にも述べたようにその砂面波形の波高と波長との比は後者よりもより小さい。しかも採砂器のすぐ下流および水路下流端付近は流砂の中断および低下背水によつて局部的に流砂の変動をともなうが、これらによつて引き起こされる砂面変形は砂面の緩慢な起伏をともなうだけで形状抵抗としてはあまり重要でないようである。このため採砂器から下流の部分は除々に低下して、低下背水の効果が採砂器の上流部分にも影響するようになったと考えられる。後者については第一群の実験砂の場合と同様の原因によるものと考えられる。第二群についての測定結果を一括表示すると付表-(1.2.4)のようになる。

3 第三群(実験砂Ⅵ, Ⅶ, Ⅷ)

(イ) 現象の観察 この群の砂は中央粒径 $0.92 \sim 2.90 \text{ mm}$ の一樣粒径の砂で実験砂Ⅴと同質の角ばつた形状をもっている。この群の砂を用いた場合の現象特性としては第一群、第二群と比較して砂面変形がおこりがたいということである。すなわち砂の形状が角ばつていても、中央粒径がこの程度に大きい一樣粒径の砂では砂面はつねに平面河床第Ⅱあるいは第Ⅲの状態に維持されるであらう。

(ロ) 測定結果 図-(1.2.17), (1.2.18), (1.2.19), 図-(1.2.20), (1.2.21), (1.2.22), および図-(1.2.23), (1.2.24), (1.2.25)は

それぞれ実験Ⅶ，Ⅷ，およびⅨを用いて得られた実験結果の一例である。図－（1.2.17），（1.2.18），図－（1.2.20），（1.2.21），および図－（1.2.23），（1.2.24）は等流状態の現象について得られたもので，図面の表示方法は第一群の実験資料と同じである。また図－（1.2.19），図－（1.2.22）および図－（1.2.25）はそれぞれの実験砂を適用し，非定常状態の現象について得られたものである。測定結果の傾向としては第二群の実験砂Ⅳと類似している。これは砂面変形がおこりがたい性質によるものと考えられる。第三群についての測定結果を一括表示すると付表－（1.2.5）のようになる。

2 開水路実験－AⅡ

(1) 実験場所 神戸大学工学部土木工学科水理実験室

(2) 実験期間 1957～1958年

(3) 実験者 松梨，山本

(4) 実験目的 開水路実験－AⅠでのべたように，ある一定の限界をこえると平面河床第Ⅲの状態にある砂面は変形を開始する。この砂面変形すなわち砂澁の発達過程に着目し，発生した砂澁がどのような過程を経て発達していくかを実験的に把握する。

(5) 使用砂れき 使用した砂れきは実験砂Ⅱで，その特性は付表－（1.2.1）および図－（1.2.1）に示す。この砂を使用した理由は，開水路実験－AⅠでのべたようにこの砂が第一群の砂に属し，砂澁の発生が顕著であるためである。使用した砂は一種類であるが，砂面変形の定性的特性に関しては，第一群の砂を代表しているものと考えことにする。

(6) 実験装置 開水路実験－AⅠと同様に，図－（1.2.2）に示す実験水路を使用した。採砂装置を設置せず，水路下流端より2.0 m，3.0 m，3.5 m，4.0 mの4点にポイントゲージを設置してそれを固定した。さらに水路下流端より2.5 mの位置の水路上部には，砂面を撮映するための骨組を作り，その位置の砂面上には，砂面波高測定用の薄い目盛板を水路幅の中央で水流の方向に設置した。この目盛板は厚さ0.5 mm，高さ4 cm，長さ20 cmのポリキ製の板で，長さ方向に1 mm間隔の目盛が入れてある。その設置については，砂面上に露出する高さを1.5 mm程度とし，その上縁が水面上に露出することのないように調

節された。

(7) 実験範囲 Reynolds 数 $Re = U_m R / \nu$, Froude 数 $Fr = U_m / \sqrt{gR}$, URd_0^* / ν , 砂面勾配 J_0 , 掃流力 $UR^2 / (\sigma / \rho - 1)gd$ によつて実験範囲を示すと付表 - (1.2.6) のようになる。

(8) 現象の予備的観察と実験方法 ある砂面勾配に対して、砂澱が発生しう
るような大きさの流量を与えてみる。その流量が砂澱の発生限界の流量に比較
してあまり大きくない場合は、一般に送水開始後まず平面河床第Ⅱ，第Ⅲの状
態で砂が掃流されるようである。そのごく微小な砂澱が水路一様に生成され、時
間の経過とともに発達してくる。発達の初期における砂澱は、開水路実験 - 4 I
においてのべたように、かなり規則的な波形をもっている。また水面は、その
水深が浅い場合はかなりはげしい変動をともなっている。発達過程が進むにつ
れて砂面変動の規則性がくずれるとともに、水面は再び平坦になつてくるよう
である。

時間的に変動する現象過程を実験の主目標とするからには、それにふさわし
い動的な計測方法を採用することが必要である。しかしながら計測施設の現段
階においては、これを充足することは不可能であつた。そこで本実験において
は、変化しつつある現象のある特異の段階、すなわち、上述したように、砂澱
の発生初期において現れる規則的な砂面変形の段階をとらえ、この時期におけ
る砂面形状とその移動、および水流の諸特性を把握するため、つぎのような実
験方法を適用した。

開水路実験 - 4 I と同様の方法によつて、一様な砂面を所定の勾配に設置す
る。上流から所定の間隔におかれた4個のポイントゲージとYレベルにより、
4地点の水位の初読をとる。そのご、砂が移動を開始しない程度の流量を与え、
所定の区間において水面勾配が砂面勾配に一致しているかどうかを照査する。
つぎに流量を変化させ、所定の流量まで増加する。砂面は移動を開始し、やが
て規則的な砂面変形がおこり、それが漸次発達してくる。この段階における適
当な時期において、以下にのべる水理諸量を同時に測定した。

(1) 水路上から砂面の平面形状、移動速度を測定するために10秒～40秒
間隔で砂面の写真測定を実施し、一つの流量に対して5～6枚の写真を

とつた。

(2) 上述の4個のポイントゲージ，および1台のYレベルによつて，4地点における水位の後読をとつた。

(3) 砂面波高測定用の目盛板によつて砂面波形の頂部と谷部の高さをよみとつた。

これらの測定が終了したのち，流量をそのままに維持していると，砂運は漸次発達してそのスケールは大きくなるが，その波形としての規則性はかなりくずれ，水面変動は再び平穏になつて水および砂の流れが安定するようになる。さきに測定した現象過程の特異性を明らかにするために，流れが平衡に達した状態において，上述の方法と同じ方法で(1)，(2)，(3)項の測定を実施した。そのご，流量を水路の上下流端に設けられた量水槽によつて測定した。

(9) 計測方法とその精度

(イ) 流量 開水路実験-A Iと同様である。

(ロ) 水深，水面勾配 水深および水面勾配はいずれもすみやかに測定することが要求される。そこで水位および水深を同時に測定することができるようにするため，実験開始のまえに，設置されている4個のポイントゲージの零目盛から針の先端までの長さが正確に計測された。所定の位置に設置されたポイントゲージはその針の先端が砂面に接する状態で固定され，Yレベルによつてその地点の砂面の高度を読みとつて，水深の初読とした。砂面の波形変動は水面形の波形運動を誘起する。本実験において測定しようとする現象段階においては，その波形は一般に砂面波形と類似し，水位は砂面の波頂において高く，その谷部において低くなる。そこで，上流から第1番目および第3番目のポイントゲージでは水面波形の谷部の水位にあわせ，第2番目および第4番目のものはその頂部の水位にあわせて固定し，Yレベルによつてそれぞれの水位をよみとつて後読とした。各位置における後読と初読との差はその位置の水深を表わすわけであるが，これら4個の水深の平均をとつてそのときの水深とした。また第1番目と第3番目および第2番目と第4番目の水位差によつて2つの水面勾配を計算してその平均をとり，これをそのときの水面勾配とした。このような水深および水面勾配の測定方法は，流れが平衡状態に達したときのそれら

の計測についても準用された。

水深の測定に関してその精度の上から問題になる点は，開水路実験-AIの場合と同様である。この中で最も重要なものは水面変動にともなう誤差である。集積された最大誤差としては6～7%程度と思われる。水面勾配の測定値には現象が非定常であるため最大20%程度の誤差がふくまれているとみてよい。ただし平衡状態のときの測定値はこれらよりも高い精度をもつていると推定される。

(イ) 砂面勾配 砂面勾配の設置およびその精度については開水路実験-AIと同様である。

(ニ) 砂面波形の波長および伝播速度 一つの初期砂面勾配，流量に対して，一定時間間隔で数枚の写真を撮った。写真-(1.2.1)，(1.2.2)はその一例である。これらを拡大して同時撮映されている箱尺により，波頂の位置を読みとった。一枚の写真にとらえられた波頂線の個数は5～10個である。これらによつて砂面波形の平均的な波長および伝播速度が見積られた。これらの測定値は水深，水面勾配などのそれに比較してかなり高い精度をもつていると考えてよい。

(ホ) 砂面波高 短時間に読みとる必要があるため，測定の対象となつた波形は，測定時に目盛板の位置に存在していた一二個の波形に限られた。しかしこの段階における波形はかなり規則的であるため，波形の波頂およびその谷部の読み，したがつてその差として算出された波高はかなりよい精度をもつていると考えられる。また一般的にみて，移動床にこのような目盛板を挿入すると，砂面波形はそれによつてかなり影響をうけるようであるが，この場合は短時間に測定できたので，そのような影響はあまりみられず，測定精度としては水深の測定値のそれと同程度であると考えられる。

10 現象の観察と測定結果

(イ) 現象の観察

i 緩勾配の場合 図-(1.2.26)は初期砂面勾配が緩勾配である場合における，発達初期の砂鏈の形状，および流線の状態を示す。その波形は長い緩勾配の上流側背面，急勾配で短い下流側背面をもち，急峻な波頂線は流れの

方向にほぼ直角である。またこの状態における水面は，その水深が浅い程はげしい変動をとめない，水面形は砂面波形と類似した波状を呈するが，その位相は砂面波形と比較し，やや下流側へずれているようである。

つぎに砂面変形がどのような過程を経て発達するかを考察してみよう。密度を異にする二つの流体が重つていて，その境界面が速度および密度に対して不連続面であるときに，その境界面には，ある条件のもとにおいて波動が起こることは *Helmholtz*¹³⁾ によつて理論的に証明されている。そしてこの不連続面に生じた波動が漸次発達して，ついに水平方向に軸をもつたいくつかの渦動が生成される過程の物理的な説明は *Plandtl*¹⁴⁾，*Rouse*¹⁵⁾ によつて与えられている。図- (1.2.27) はこの場合の説明図で，矢印は速度，+，-，記号はそれぞれ圧力の増減を示し，(1)，(2)，(3)，(4)，は不安定な波動の発達過程を示す。

砂澁の場合においては上層が水で下層は砂れきである。この場合の砂層は可動性をもっており，第一の群の砂のように比較的粒径が小さい場合は，現象的に砂層を密度の大なる液体とみなすことができる。とすれば，砂層と水との境界面は速度および密度を異にする二つの流体の不連続面と考えうるから，ある条件のもとにおいて境界面に *Helmholtz* 波に相当するある種の波動現象が生じうると考えられる。いま上述の特定条件がみたされ，砂面に微弱な波形が与えられたとしよう。移動している砂面およびその砂面の近傍における水流の流線にかこまれた領域に着目するとき，水流の連続の方程式によつて，流線の拡がる所では流速が減じ，流線がせばまる所では流速は増加する。したがつて *Bernoulli* の定理から流速の増大する所では圧力の低下をきたし，それが減少する所では上昇をもたらす。このようにして生じた圧力差は鉛直上向の速度を発生し，流線を境界とした上下二層間の速度交換のために流れにほぼ直角な軸をもつ渦流が発達するであろう。砂面上の砂粒子はこの渦流によつて浮遊し，渦流によつて生じた鉛直上向の速度 V_b と砂面近傍における底流速 U_b との合速度の方向に押流されるに至る。すなわち図- (1.2.26) において，砂粒は角 τ_B の方向に押上げられ，次第に堆積してその部分の高さをまし，永井博士が指摘しているように¹⁶⁾，砂れきの中で浮遊はしないが，最もこまかい粒子が上向の速度 V_b によつて持ち上げられて堆積する。砂澁の下流側 BC においては，水平軸の

まわりに大きな渦流があるため、砂澁の頂点 B から落下してきた砂粒は、上向の大きな流れの抵抗をうけて、ゆるやかな速度でかなり急な勾配を維持しながら転落する。 C に近くなると次第に渦動の抵抗は減少してくるから、その減少にしたがつて勾配を減じ C 点に到達する。したがって砂澁の頂点 B から谷部 C にかけて角 α_s, β_s の二つの勾配をもつた折線のような形状を呈するが、この現象段階においてはその区別はあまり明りようではない。このようにして砂澁は非常にゆるやかな速度で下流方向に移動していくわけである。

角 α_s, β_s はともに砂澁の下流側の渦動に支配されるが、とくに α_s は強い影響をうけて渦動の強さに対応した最急勾配をとるようである。しかしながら *Schoklitsch*¹⁷⁾、永井博士らが指摘しているように、角 α_s, β_s は砂澁下流側の渦動の大きさのみならず、砂れきの特性、とくに粒径の大小、比重、混合状態によつて一定の制限をうけ、渦動がいくら大きくなつても、それ以上の勾配は保ちえないような値が存在すると考えられる。

最初に与えられた砂面の微弱な波形が水路の全長にわたつて一様であり、水流は等流で、水路幅が広い場合には、水路の全長にわたつて一様に砂澁が発達してくる。そして与えられた流量、砂れきの特性等によつて渦動の大きさがきまり、砂澁の大きさもほぼ一定となり、水流と流砂はあるつり合いの状態に到達するものと考えられる。

以上は発達の、ある段階にある砂面変形について模型的に砂澁の生成過程を考究してきたのであるが、実験水路で観察された重要な事項についてのべておきたい。実験水路では水路長、水路幅は有限であり、最初に与えられる砂面の微弱な波形が水路全長にわたつて一様であることは期待できない。もちろん、砂面を均一にすればするほど、その波形は一様性をますであろうが、完全に一様にすることはできない。そこで砂澁の発生初期においては、水路のおのものの位置によつて砂澁の生成段階が異なつてくる。したがって、初期に与えられる砂面波形が最も大きく、そのために水流の渦動が最もはげしいようなある局所に一つの小さい砂澁が形成されると、水流内に小波動をおこし、その波動および渦動が下流に伝播して第Ⅰの砂澁の下流にそれより小さい第Ⅱ、第Ⅲ等の砂澁が形成される(図一(1.2.28)参照)。時間の経過とともに第Ⅱの砂澁は

波長，波高ともに増大し，同様に第Ⅲ，第Ⅳの砂澁も漸次増大して第Ⅰ，第Ⅱの砂澁の大きさまで発達すると同時に，第Ⅲ，第Ⅳの下流にあらたな砂澁を形成していくわけである。

永井博士はこのような現象を砂澁形成の順序とし，これが水路全長に伝達されて，砂澁が存在する場合の流れの平衡状態が達成せられると述べている。しかし，この見解にたつとき，一般的な概念としての砂澁の発生限界は存在しないことになる。なぜなら流水によつて砂面に働く掃流力が限界掃流力より大きい小さいかにかかわらず，水路のどこかにかなり大きい砂面変動が与えられたとすると，その局所付近においては水路の粗度の急激な増加のために，一般にその部分の流積が増加して平均流速が減少する。流積の増加は水位の上昇によつてなされるから現象的には水路のその位置より上流に対しては水面勾配の減少をきたし，初めに平面河床第Ⅲの状態であつたとしても，時間の経過とともに砂の動きは緩慢になり遂には平面河床第Ⅰの状態になることもある。一方その部分より下流に対しては水面勾配の局所的増加をきたし，最初に平面河床第Ⅰの状態であつたとしても漸次平面河床第Ⅲの状態となり，上流の変動が伝達されて，その部分より下流では水路全長にわたつて砂澁が発達するようになる。有限な水路である限り水路の上流端における局所的な砂面変形は一般にさけられないから，上流からも砂澁が下流に伝達される。かくして長い時間のちには水路全長にわたつて砂澁が発達してくるのである。これからして流れの状態が砂の始動状態に達していないときでも，長時間をかければ水路全域に砂澁が発生していくことになる。これに反して，上流からの砂澁が，水路のある中間の位置から出発している砂澁においついていない状態では，与えられた砂面勾配に対して砂澁の発生限界をこえたはるかに大きい流量を与えても，二つの砂澁間にはさまれた水路の部分には砂澁は発生してこないのである。すなわち砂澁の下流への伝達については，永井博士の観察は貴重であるが，これはあくまで砂澁の伝達の順序であつて，水流と砂面の不連続面にあらわれると予想した不安定の出発を説明するものではない。

砂面の均一の程度が高く，流れの微小変動も可能なかぎり微弱であるとするとき，上述のような局部的な砂澁の形成は，一個所に集中してそれが大きく発達

するということなく，水路の多数の部分で，しかもその発達段階をほぼ同じくして形成される。実験的にはこのような砂鏈形成の出發が，その発生限界を与えるものと思われる。

ii 急勾配の場合 図-(1.2.29)は初期砂面勾配が $1/200 \sim 1/50$ といった急勾配のときに得られた発達初期の砂面変形の形状および流線の状態をあらわす。図-(1.2.26)に示された緩勾配のものと比較してみよう。両者とも砂面波形および水面波形の形態はよく似た特性をもっているが，詳細に検討すると，急勾配のときの砂面波形はその波頂部分がやや丸味をもっていることである。また水面波形の位相は緩勾配の場合とは反対に砂面波形のそれよりやや上流にずれていることがわかる。さらにこの現象段階における砂面波形の運動は砂鏈と同様に下流方向に移動している。しかし急勾配の場合には，図-(1.2.29)で示すような砂面変形の発達過程は急速に推移し，砂鏈河床，砂堆河床の状態をとびこえて，図-(1.2.30)に示すような遡上砂堆河床の状態に到達する。遡上砂堆河床は一つの平衡状態と考えられるので，平衡状態の現象を主目標とした開水路実験-AⅢでのべるべきであり，本論文の研究範囲をこえるが，遡上砂堆河床を観察したのは本実験のみであり，論文の対象とした現象との関連を考慮して，ここで観察結果の大要をのべておくことにする。

遡上砂堆河床は図-(1.2.30)の(a)，(b)，(c)に示すように三つの形態をもっており，(a)→(b)→(c)→(a)の順序でその形態が繰返されているようである。まず図-(1.2.29)の過渡的な状態から図-(1.2.30)の(a)の状態に移移する。この状態においては，砂面波形，水面波形ともに丸味をおびて，上流にも下流にも移動しない。しかも水深は大体一様である。この状態は徐々にくずれ，砂面波形の下流側背面BCでは洗掘されてけずりとられ，次の下流側波形の上流側背面CDに堆積する。このようにして(b)の段階に進む。(b)の段階では，水面波形，砂面波形はともに上流方向に伝播し，それらの形状は短い急勾配の上流側背面，長い緩勾配の下流側背面をもち，その関係位置は，緩勾配で砂鏈の発達過程として得られた図-(1.2.26)に類似しているが，その進行方向が反対である。この段階が進むと，BC面の勾配はますます急峻になり，(c)の段階にはいつて，BC区間における水流は射流状態になる。この射流状態が出現すると

同時に C 点において跳水の現象をおこし、砂面波形の波頂 D の部分の砂は巻き上げられて浮遊し下流方向に押し流される。このようにして再び水流は常流状態となり、(a)の段階にもどるようである。

(ロ) 測定結果 図-(1.2.31), (1.2.32)はそれぞれ水深の増加による平均流速 U_m 、及び平均水面勾配 S と初期砂面勾配 J_0 の差($S - J_0$)の変化を、砂面変形の発達初期の段階および平衡状態のそれに区別して示したものである。図中の矢印は二種類の実験値の対応をあらわす。測定資料はかなり散乱しているが、本実験の範囲における一般的傾向として、砂面の変形が始まると水面勾配は砂面勾配より大きくなり、砂面変形の発達が進むにつれて水深が増し、したがって平均流速が減少することが明らかとなつた。つぎに、図-(1.2.33), (1.2.34), (1.2.35)は水深の増加による砂面波形の波高 ΔH 、波長 λ_s 、伝播速度 W_s の変化を砂面変形の発達初期および平衡状態に区別して示したものである。矢印は前図と同様に実験値の対応をあらわす。一般的にみて、砂面変形の発達が進むと砂面波高および波長は増大し、伝播速度は減少してくることがわかる。

本実験の測定結果は一括して付表-(1.2.7)に示した。

3 開水路実験 - A II

- (1) 実験場所 神戸大学工学部土木工学科水理実験室
- (2) 実験期間 1959~1960年
- (3) 実験者 松梨, 丸山
- (4) 実験目的 砂澁河床の状態における水流、流砂および砂面変形を主要な解析の対象とし、それに必要な基礎資料をうるとともに、砂澁河床にいたる一連の現象を観測して、その参考資料とする。
- (5) 使用砂れき 使用した砂れきは付表-(1.2.1)に示すⅢ, Ⅳ二種類の砂であり、それらの砂の粒径加積曲線は図-(1.2.36)に示されている。図-(1.2.36), および付表(1.2.1)に示した均等比を、開水路実験-A Iで使
用した砂と比較すると、これらの砂の粒径分布の一様性は低下するようであるが、その低下の程度が微小なので、本実験においては混合砂れきとしての特性にふれることなく、すべて一様粒径の砂として取り扱いことにした。

(6) 実験装置 本実験の実験水路としては図-(1.2.37)に示すような全長 1.2 m, 水路の有効幅 5.14 cm, 高さ 34.3 cm の鉄鋼製水路で, 片側面は透明な合成樹脂板とした。移動床は水路床上 5 cm 厚の砂層からなり, 砂面の整正は水路の両側面につられたローラつき砂面整正器によつて行つた。水路下流端における水位を調節するため, 図-(1.2.39)に示すような水位調節ぜきをもつ水槽を水路の下流端に連結した。また流量の調節およびその測定用として上流水槽から帰還水路への捷水路, および帰還水路の一部に高さ 40 cm, 幅 5.35 cm の全幅ぜきを設置した。採砂位置は下流端から 2.6 m の①地点とし, 採砂装置としては図-(1.2.38)に示すものを用いた。さらに水面勾配を測定するため, 水路下流端より 2.38 m, 3.35 m の④, ⑤二地点に静圧管を設置し, これを傾斜マノメーターに導いてその読みを 2 倍に拡大してよみ, その時の水面勾配をただちに知ることができるようにした。

(7) 実験範囲 Reynolds 数 $Re = UmR/\nu$, Froude 数 $Fr = Um/\sqrt{gR}$, $U_{Rd_0}^*/\nu$, 水面勾配 S , 掃流力 $U_{Rd_0}^*/(\sigma/\rho - 1)gd_0$ によつて実験範囲を示すと付表-(1.2.8)のようになる。

(8) 現象の予備的観察と実験方法 いずれの砂を用いた場合にも, 砂澱の発生限界が存在し, その限界を越えた状態では砂面は変形を開始する。その後 30 分~60 分位で砂澱河床の状態に達するようである。しかしながら, 開水路実験-AI を参照すれば, その粒径の大きさから, 実験砂Ⅲは実験-AI の第一の群に, Ⅴは第二の群の砂に属する。このことから推定できるように, 実験砂ⅢとⅤの砂面変形の様相は非常にその趣を異にする。すなわち, 前者では砂澱の発達過程は急激であり, 非常に急速で現象が進行する。しかも現象の出発の初期においては, 砂面はかなり規則的な波形特性をもっているが, 砂澱河床の状態では, その規則性はかなりくずれるようである。一方後者の場合は砂澱の発達過程は比較的緩慢であるが, 到達した砂澱河床の状態における砂面変形の規則性は良好でかなり安定している。

以上の予備的観察をもとにし, 本実験が砂澱河床の状態における現象をその主要目標としていることを考慮して, つぎのような実験方法をとつた。すなわち砂面変形が開始する直前までは, いずれの実験砂を用いた場合でも, 与えら

れた砂面勾配に対して流量を段階的に、しかも連続して増加した。おのこの段階において、水面勾配が最初に設置された砂面勾配に等しくなるように、水路下流端の水位を水位調節せきによつて調節した。このようにして流れの状態が水路のかなり長い範囲において等流状態であると判定したのち、流量、流砂量、水面勾配、水温などを測定し記録するとともに現象の観察を行つた。砂澁の発生限界を越えた状態では、一つの流量に対する実験が終了し、つぎの実験に移るごとに、一たん送水を停止し、前の実験によつて変形した砂面を修正してつぎの実験に進んだ。そして、この実験流量に対する新しい平衡状態が達成されるのをまつて、流量、流砂量、水面勾配、水温、砂澁の波高、波長、伝播速度などの諸量を測定し、そのときの現象に対する参考的事項を記録した。この場合、実験砂Ⅵを用いた実験に対しては、水路下流端水位を調節して、水面勾配が最初に与えられた砂面勾配に等しくなるようにしたが、実験砂Ⅲを用いた実験に対しては、送水開始のまえに水位調節せきのせきの高さが水路下流端の砂面のレベルに一致するように調節し、そのどのせきの高さは固定とした。したがつて、砂面変形が生成される過程においては、一般に砂面勾配と水面勾配は一致していない。しかし水流が平衡状態に達した状態では、水面勾配と平均砂面勾配は一致しているはずである。そこで、この砂を用いた実験では、上述の条件を検証し、あわせて砂面変形の波高、波長および水深を測定するために、平衡状態にある砂面形状ができるだけ変形しないように送水を停止し、静止した状態で砂面形状を測定した。

なお、実験砂Ⅲを用いた実験においては、砂面の波形運動の伝播速度を測定するため、電気的方法による砂面高測定装置を設置し、砂面の時間的变化をオシログラフに記録させた。

(9) 計測方法とその精度

(1) 流量：流量測定は帰還水路の一部に設置された全幅せきによつて行つた。越流水深の読みは一回の検定または実験に対してそれぞれ三回とり、おのこの値の差が10分の1程度であれば、これらを平均して越流水深とした。また検定流量は容量93400ccの鉄鋼製量水箱によつて行つた。なおこのせきの検定に際してはRehbock 公式を参照した。

(四) 砂面勾配および水面勾配：いずれの砂を用いた実験においても砂面勾配の設置は開水路実験 - A I の場合と同様の方法を適用した。砂面勾配の計測に関して，実験砂Ⅵを用いた実験についてはその実験方法から明らかであるようにこれを実施しなかつたが，実験砂Ⅲを用いた実験においてはつぎの方法によつてこれを実施した。すなわち，流れが平衡状態に達すると，流量，流砂量，水面勾配などを測定したのち，砂面形状が破壊されないように送水を停止し，貯溜された水を除々に排除して，砂面を露出する。露出した砂面波形を水路の中心線上④，⑤間にわたつてその縦断形状を観測する。記録された砂面波形の一例を示すと図 - (1.2.40) のようになる。この図に示されているように砂面はかなり不規則に変化している。これから平均的な砂面勾配を推定するには，砂面波形の谷部と頂部を結ぶ直線の中点を結ぶ作図を繰り返すことによつて砂面を漸次平坦化し，最終的な砂面を一つの平面とみなしてその勾配を見積り，これをもつてそのときの砂面勾配とした。水面勾配は(6)においてのべたように4.03mの間隔をおいた④，⑤二地点の水位差をよみとることによつて得た。

砂面勾配の測定値に関して，その精度は砂面変形の不規則性が一様に分布している場合はかなり良好であるが，局部的な深掘れ等があると，それに影響されて低下することが考えられる。また水面勾配の測定値に関して，その精度は砂面が変形をおこさない状態では非常に良好であるが，砂面変形が大きく生成され，緩勾配で，マノメータ上の水位差が小さい場合は，測定上の誤差は大きくでていると思われる。

(イ) 水深：実験砂Ⅵを用いた実験においては，④，⑤区間にポイントゲージを移動し，その区間に存在する砂面波形について，砂面波形の頂部および谷部における砂面および水面の高さの差をよみとり，それぞれの平均値をもつて，砂面波形頂部の平均水深，同じく谷部の平均水深とし，これら②平均をもつてこの場合の水深とした。実験砂Ⅲを用いた実験においては，図 - (1.2.40) に示すような砂面波形を測定するので，これをもとにして砂面波形の頂部と谷部の水深から平均水深を求めた。

この場合に生じうる誤差について考察すれば，第一の方法については，水面測定に付随して生ずるもの，ポイントゲージの針先の局部洗掘によるもの，およ

びこの局部洗掘が砂面変動に影響をおよぼすことによるものなどが考えられる。また第二の方法による場合の誤差は，水面および砂面の測定に付随して生ずるもの，送水の停止によつて砂面が変形をうけることによるもの，などが考えられる。いずれの方法による場合にも，使用砂の粒径の2～3倍の大きさの誤差を生じているものと推定される。

(二) 流砂量：図- (1.2.38) に示す採砂装置を用いた。採砂の方法は開水路実験-4Iの場合と同様である。ただし，本実験に使用した採砂計量用のメスシリンダーはその内径が40mmであり，限界掃流力付近における小流砂量の測定に対しては適当でないので，この付近のものに対しては適用しなかつた。なお測定流砂量の精度については実験-4Iで詳論したが，ここでは砂面変形の発達している状態における流砂量の測定をその主要な目標にしているので，このことについて付言しておきたい。平面河床第Ⅱ，第Ⅲの状態における流砂量は場所的にも時間的にも変化しないと考えられるので，採砂の継続時間はあまり重要とはなつてこないが，砂面変形が存在する砂隠河床などの状態では，一般に流砂量は場所的にも時間的にも変化する。すなわち，砂面変動を一つの波動と考えた場合，その頂部において大きく，谷部において小であろうことが推定される。しかし砂の運動は水波の伝播と比較し，その運動機構を異にしており，掃流砂と浮遊流砂の交換などもあるので，いちがいに上述の推論が正しいとはいえないが，いずれにしても流砂量は時間的にも場所的にも一様でないので，波形変動をしている状態における流砂量を合理的に測定するには，採砂継続時間として少なくとも波動の一周期の時間が必要である。以上のことを考慮して本実験では波動の一周期以上の採砂継続時間を採用した。

(三) 砂面波高：実験砂Ⅴについては，おのおのの実験に対して砂面変形が発達し，水流および流砂が平衡状態に達したと判定された後，④，⑤区間の砂面変形を対象として，つぎの方法で計測した。すなわち，有効長15cm，幅1.0cm，厚み0.4mmの鋼尺を用い，これを測定しようとする砂面波形の谷部の下流約1～2cmの地点で，水路床に鉛直にたてる。そして水路上面から写真用ライトで砂面を照明し，砂面波形が下流に移行して波形の谷部および頂部が鋼尺の目盛の位置を通過する時の目盛を読みとる。これら兩者の目盛の差によつて波高を

算出した。この砂を用いた場合の波長は約40～50 cmであつたから、④、⑤二点間で8～10個の波高が算出できるわけであるが、⑤地点から④地点へむかつて順次観測し、これらを平均して、そのときの砂面波高とした。

実験砂Ⅲについては、(9)の(ロ)においてのべたように、おのおの実験について図-(1.2.40)で示すような砂面波形を測定するので、これをもとにして、波形の頂部と谷部の高さの差をよみとり、④、⑤区間におけるそれらの差の平均をもつてこの場合の砂面波高とした。

砂面波高測定の精度について考察すれば、上述の二つの砂面波高測定方法のうち前者による場合は、

(1) 鋼尺を砂面に挿入することにより、その位置にわずかではあるが局部洗掘を生じる。このことによる読みの誤差、

(2) 鋼尺の挿入およびこれにともなつて生じた局部洗掘などの境界特性の変化が砂の波動運動に影響をおよぼすことによる誤差、

などが考えられる。また後者の方法による場合には、

(1) 送水の停止によつて砂面波形が変形をうけることによる誤差、

(2) 砂面の測定そのものに付随して生じる誤差、

などが考えられる。いずれの方法による場合でも、(ハ)の水深測定と同程度の誤差をともなつているものと考えられる。

(ハ) 波長 実験砂Ⅵを用いた実験においては、④、⑤区間の砂面波形を対象とし、その区間に存在する砂面波形の頂部の個数をかぞえて平均的な波長を算出し、これをこの場合の波長とした。実験砂Ⅲを用いた実験においては、おのおの実験において図-(1.2.40)に示すような④、⑤区間における砂面波形をもとにして平均的な波長を算出し、この場合の波長とした。

波長の大まさは実験砂ⅥおよびⅢについて、それぞれ50～60 cmおよび10～20 cmであり、最大誤差としては20%程度と推察される。

(ニ) 伝播速度 実験砂Ⅵを用いた実験に対しては、④、⑤区間における砂面波形を対象として一辺の長さがそれぞれ50 cm及び30 cm、幅が15 mm、厚さが1.0 mmの「L」字型の鋼尺を用い、つぎのような方法によつて波形の伝播速度を測定した。すなわち、水路上面から写真用ライトで砂面を照明し、水路の

砂面より上部，一つの鉛直平面内で，鋼尺の一边が水面と平行を維持しながら上下左右に移動しうるようにする。この鋼尺の一边が砂面に接する程度に鋼尺を維持し，波形の頂部が所定の距離（20 mm）を通過する間の時間を測定することによつてその波形の伝播速度を算出した。そして④，⑤区間の波形の伝播速度の平均をとり，この場合の波形の伝播速度とした。

実験砂Ⅲを用いた実験に対しては，図-（1.2.41）に示すような砂面高測定装置を用いて，水路下流端から5.25 mの③地点における砂面の時間的变化をオツシログラフに記録させた。記録の1例を示すと図-（1.2.42）のようである。これらの記録において，③地点を通過した波形8個～10個をとり，砂面波動の平均周期を算出した。波長は⑨の①において計測されているから，この波長と周期によつてこの場合の砂面波形の伝播速度を計算した。なお，図-（1.2.41）において，④は砂面波高計を示す。⑤は新興通信工業KK製のDS6-R Bridge head にあらたに付加された零点調節回路を示し，石原安雄博士の試作によるものである。⑥はDS6-R ペンガキ動歪計ブロックダイヤグラムを示し，DS6-P 型動歪計は新興通信工業KK，EO-6 型6要素ペンガキオツシログラフは渡辺測器製作所の製品である。

つぎに伝播速度の測定にともなう誤差について考察しておこう。第一の方法による場合には，鋼尺の水中への挿入，およびそれによつて生ずる局部洗掘が流れに影響を与えるわけであるが，これらによつて砂面波形が変形することによる誤差が考えられる。第二の方法によるものとしては，砂面波高計の設置にともなつて砂面波形が変形することによるもの，およびオツシロその他の計器の特性によるものなどが考えられる。前者の方法に比較すると後者の方法は一般に精度が高いと考えられる。また後者の方法は他の波形特性との同時測定が容易であることなどすぐれた点をもつていえる。

④ 現象の観察による記録

開水路実験-A I の⑧の①でのべた記録のほか，

1. 採砂の継続時間
2. 砂面変動が始まつてから平衡状態となるに要した時間
3. 砂運河床の波形運動としての規則性の程度

などを記録した。

(10) 現象の観察と測定結果

(8)の現象の予備的観察の項でのべたように、実験砂ⅢおよびⅣは粒径の大きさとその砂面変動の特性からして、それぞれ開水路実験-AⅠの第一群および第二の群の砂に属すると考えられる。第一の群の砂および第二の群の砂を使用した場合の平面河床第Ⅰ，第Ⅱ，第Ⅲの状態，砂面が変形を開始する状態，およびその発達過程については開水路実験-AⅠ，および開水路実験-AⅡにおいて詳細な現象の観察を記述したから，ここでは砂Ⅲそのものについて，二種類の砂による特性を考慮しながら詳論していきたいと思う。

(1) 第一の群に属する砂としての実験砂Ⅲ

(イ) 現象の観察 図-(1.2.43)は実験砂Ⅲを用いた場合の砂澁河床における実測図の一例である。これら実測図を参照して，平衡状態における砂面形状を模型的に図示すると，図-(1.2.44)の(A)のようになる。図-(1.2.26)に示す発達過程にある砂面変形は，時間の経過とともにそのスケールは増大して，図-(1.2.44)に示すような状態に到達する。この状態においては，水面の波動は非常に微弱であるが，砂面波形は流水方向にも水路幅方向にもかなり不規則である。しかし代表的な波形としてえられた図-(1.2.44)の砂面形状および水流の様相は図-(1.2.26)とあまり変わらないようである。砂面波形の上流背面を γ_s の勾配をもつて押上げられた砂粒はBBCにおいて渦流で巻き上げられるのであるが，この場合，一つの波形でBBCの部分の占める割合は図-(1.2.26)と比較して大きく，下流側の角度 α_s 及び β_s の大きさはあまり変わらないようであるが， γ_s は一般に大きくなる。それと同時に波高，および波長も増大するわけである。

砂澁の上の砂粒の大きさの分布状態については，永井博士が詳細に観察している。これを参照し，本実験の現象の観察によつて模型的な図面を描くと図-(1.2.44)の(B)のようになる。砂粒の粒径はAおよびBの近傍において最も小さく，AからBに行くにしたがつて徐々にその大きさをまし，途中のAに近い位置で極大となるが，そのご漸次小さくなつて砂澁の頂点Bにいたる。下流側B付近では渦流によつて細砂が巻き上げられるから粗砂のみがのこるのである。

しかし C 点にゐると上流向の渦流と下流向の流水が打ち消し合つて、砂粒はほぼ静止する。すなわち、 C 点は流れが上流に向う流れと下流に向う流れに分かれる境界の点に相当するわけで、したがつてその付近では渦流の強さが微弱であるため $BB'C$ 面で巻き上げられた細砂が沈澱するため C 点付近では砂粒の粒径は小さいのである。また砂面に沿つた矢印は砂粒の移動方向と、移動速度の相対的大きさをあらわす。

上述の場合に比較して流量が小さく、しかも緩勾配の場合には、砂澁河床における代表的砂面形状としては図-(1.2.45)の(A)のようになるようである。砂面波形の形状的特性としては、波形の上流側背面 AB の間にあらたな突起部 A' があらわれ、波形の谷部が大きくくぼんで、あたかも渦流を包んでいるような状態になることである。したがつて渦流の効果は水面におよぼす、水面は一層平滑になる。

砂澁の上の砂粒の大きさの分布は図-(1.2.45)の(B)のようになる。同図で A'' 、および B 点はそれぞれ図-(1.2.44)の(B)の A 、および B に相当し、この位置で砂粒は最も細かいようである。図の矢印は前と同様に、砂粒の移動方向と相対的な速度の大きさを表わす。

(四) 測定結果 図-(1.2.46)、(1.2.47)、(1.2.48)は、それぞれ一定の初期砂面勾配 J_0 に対し、水深 h の増加によつて平均流速 U_m 、流砂量 q_B 、および水面勾配 S がどのように変化するかを表わす二三の例である。これらの実験値はいずれも現象が定常的であるとして得られたものであり、実線及び点線はおののの勾配に対する大体の傾向を示す。まず図-(1.2.46)から明らかなように、砂澁河床になると、水深が増大するとともに流速が減少し、河床の粗度が増大することがわかる。また図-(1.2.47)に点描した実験値はいずれも砂澁河床の状態を得られたものであるが、初期砂面勾配によつてある一定の傾向があるようである。つぎに図-(1.2.48)において、砂面変形が發達し砂澁河床の状態になると、初期の砂面勾配 J_0 に比較し水面勾配が異常に大きくなることわかる。しかも水面勾配と砂面勾配の関係を表わす図-(1.2.49)によると、このときの砂面の平均勾配は水面勾配と等しい。この事實は移動床のもつ特性として重要であり、開水路実験-B Iにおいて詳論することにする。

つぎに図-(1.2.50), (1.2.51), (1.2.52)は砂澁河床の状態において得られた砂澁の波動特性をあらわし,それぞれ砂面波高 ΔH ,波長 λ_s ,伝播速度 W_s が水深 h の増加によつて変化する状態を水面勾配別に示している。波長の変化の傾向は判定しがたいが,波高および伝播速度は水面勾配を媒介変数として一定の傾向をもっているようで,これらはおのこの水面勾配に対し,水深の増加とともに増大するようである。また一定の水深に対し,水面勾配が急になるほど増大するようである。

実験砂Ⅲの測定資料は付表-(1.2.9)に一括表示した。

(2) 第二の群に属する砂としての実験砂Ⅵ

(1) 現象の観察 図-(1.2.53)は実験砂Ⅵを用いた場合の砂澁河床における実測図の一例である。実験砂Ⅲの実測図と比較して,この場合は波高に対して波長が非常に長く,しかも水深に対して波高が非常に小さい。またその形状はかなり規則的であるが,角 α_s と β_s を区別することは困難で BC は一つの直線となり,全体として一つの不等辺三角形のような形をしている。図-(1.2.53)に砂面付近の流線が模型的に描いてある。実験砂Ⅲと比較し,砂面の近傍に発生している渦流のスケールは非常に小さく,渦と渦との間隔は非常に長いことがわかる。

水および砂の移動の状況は実験砂Ⅲとほぼ同じであるが,まづ砂澁の谷部 A の付近では渦流による上流方向の流れと水流とが打ち消しあつて A 点から下流のごく短い区間の砂は静止または下流方向に緩慢な移動をしている。砂澁の背面では A から B にかけて水流が加速されるとともに砂の移動もはげしさをます。渦流のスケールが小さいために顕著ではないが, BC 間においては渦流による上向の速度 u_b をうけて砂は巻きあげられる。その砂の細かいものは押し流され,あらゐ砂粒のみが BC 面を転落する。このようにして砂澁は徐々に下流方向に移動していくわけである。

(2) 測定結果 図-(1.2.54), (1.2.55)はそれぞれ水深 h の増加に対する平均流速 U_m ,および流砂量 q_B の変化を初期河床勾配または水面勾配別に図示したものである。この実験砂を用いた実験はその実験方法から明らかなように,砂面変形の発達によつて変化する水面勾配はたえず実験のはじめに設置された砂面

勾配と等しくなるように，水路の下流端水位を調節しながら実験した。図-(1.2.56)は水面勾配と初期砂面勾配との差($S-J_0$)の水深による変化をあらわすが，上記の調節がどの程度に行なわれたかを示すと同時に，本実験においてこうした調節がどの程度に可能であることを表わしている。実験値はかなり散乱しているが，現象の特異性を考慮すると，この種の実験装置としてはさげがたいものであると考える。また，たとえその時の水面勾配が最初の砂面勾配と相違していたとしても，流れが定常的であり，その時の砂面勾配が水面勾配と一致しておればよいと考えられるので，実験値の解析的考察はその時の水面勾配によつて行なつた。図-(1.2.54)の a ， b ， c はそれぞれ実験のはじめに設置された砂面勾配 J_0 が1000分の1，700分の1，500分の1のときの実験資料をそれぞれにおいて同時に点描したものである。図中の点線は平面河床における実験値の大体の傾向を示す。これらの図は，砂面勾配すなわち水面勾配が一定のときの実験値であるから，水深 h の変化はそのときの砂面に作用する平均摩擦応力 τ_0 の変化をあらわし，平均流速の増加に対する摩擦応力の変化を示していることになる。そして砂面変形の開始は， $\partial \tau_0 / \partial U_m = \infty$ ，すなわち $\partial U_m / \partial h = 0$ の近傍から出発していることは注目すべき事実で，このことについては第3章において詳論したいと考えている。また実験砂Ⅲの場合の図-(1.2.46)と比較し，砂鏈河床の状態における実験値が非常に異つた傾向を示す。すなわち後者の場合の流速は同じ水深に対して平面河床第Ⅲの状態が維持されるとききの流速より減少しているが，前者では反対に増加している。この理由について，砂鏈の発生による形状抵抗の増加，および流砂量特性の変化による抵抗の変化という二つの点から考察してみよう。実験砂Ⅲでは波高と波長の比は大きく，したがつて形状抵抗は大きい。しかも第2章で示すように砂鏈の発生によつて流砂量は増加する。このことからいずれの要素についても抵抗は増加することになる。一方実験砂Ⅳでは波高と波長の比は小さく，しかも第2章で示すように流砂量は砂鏈の発生によつて減少する。このようにして結果的には抵抗の減少となつてあらわれたものと思われる。つぎに図-(1.2.55)によると，流砂量は水面勾配別に一定の傾向をもち，水面勾配が急になるほど，水深が増加するほど増大するようである。

図-(1.2.57), (1.2.58), (1.2.59)はそれぞれ水深の増加に対する砂面波高 ΔH 波長 λ_s , 伝播速度 W_s の水面勾配別の変化を示す。波高および伝播速度はおのこの水面勾配に対し, 水深の増加とともに増加するようである。また一定の水深に対し水面勾配が急になる程増大するようである。一方波長はおのこの水面勾配に対し, 水深の増加とともに減少するようであり, 一定の水深に対しては水面勾配が急になる程減少するようである。

実験砂Ⅵの測定資料は付表-(1.2.10)に一括表示した。

4. 開水路実験-B I

- (1) 実験場所 神戸大学工学部土木工学科水理実験室
- (2) 実験期間 1959~1960年
- (3) 実験者 松梨
- (4) 実験目的 ここに述べる実験は, 第1章第3節においてのべる矩形断面閉水路に対する実験結果と開水路の場合を直接に比較するため, 図-(1.3.1)に示す矩形断面閉水路の上壁を取り除いて作った図-(1.2.60)に示すような実験水路を使用し, 閉水路の場合と同一の砂を使用して実施したものである。この実験で対象とした現象は開水路実験-A I, A II, およびA IIIで取り扱ったものの全部を含む。すなわち平面河床第I, 第II, 第III, 砂鏈への遷移河床, 砂鏈河床, 砂堆河床, 平滑への遷移河床, 平滑河床などである。

(5) 使用砂れき 実験砂Ⅰを用いた。この砂は付表-(1.2.1)および図-(1.2.1)に示されているように, 中央粒径 0.15 mm の一樣粒径の砂である。

(6) 実験装置 図-(1.2.60)は実験水路の概要を示す。幅 20 cm , 高さ 30 cm , 長さ 9 m , 一側面は透明な合成樹脂板, 他の三面は鉄板によつて作られている。水路の上下流にはそれぞれ流量調節および下流端水位調節用のバルブを設置し, 下流端には高さ 55.3 cm , 幅 65 cm , 長さ 2006 mm で, 直角三角ぜきを付設した量水槽を配置した。また, 水路の下流端より 1.3 m には採砂装置を, 1.92 m , 6.27 m の④, ⑤二地点に内径 1 mm の静圧管を水路側壁に設置した。

(7) 実験範囲 本実験の実験範囲を $Reynolds$ 数 Re , $Froude$ 数 Fr , $U_R^* d_0 / \nu$, J_0 , および $U_R^* / (\sigma / \rho - 1) g d_0$ で示すと付表-(1.2.11)のようになる。

(8) 実験方法 実験は平面河床第I, 第II, 第III, 発達過程, 砂澁河床の三

段階に分けて実施した。まず平面河床第Ⅰから砂澁への遷移河床までの現象を測定するため、開水路実験－AⅠと同様の方法を用いた。測定した量は各段階における流量、水深、砂面勾配、水面勾配、流砂量、水温である。平面河床第Ⅰ，第Ⅱ，第Ⅲのときの実験が終了すると、その砂面勾配で砂澁の発生限界をこえる流量を与えて放置し、砂澁河床の状態の測定を実施した。その方法は開水路実験－AⅢの実験砂Ⅲの場合と同様であるが、流れが平衡に達したと判定したとき、まず水面勾配、流砂量、流量などを測定し、砂面形状が変形をおこさないように送水を停止させる。そのご4.35 mの間隔をおいた④⑤区間の砂面形状をポイントゲージによつて詳細に写しとり、得られた資料から平均砂面勾配、水深、砂面波高、及び波長を見出した。一方オツシログラフによつて、水路下流端より3.92 mの⑥点の砂面高度の時間的变化が記録されているから、これによつて砂面波動の周期を読みとつた。以上二つの実験を終えたのち、発達過程の実験を行なつた。前二者の実験によつて、砂の始動状態、砂面変形の発生限界などが判明しているので、この場合は、与えられた砂面勾配に対して、流量を3段階に区別した。すなわち、砂の始動に近いがそれに達していない流量、砂面変形の発生限界には遠くおよばないが砂は移動を開始するような流量、砂面変形の発生限界をこえた流量の3種類を与えた。⑥点にはポイントゲージを、また④及び⑤点の静圧管を傾斜マノメーターにつなぎ、⑥点のすぐ下流にはオツシログラフのピックをそれぞれ設置し、通水開始を時間の起点として、現象の時間的变化を適当な時間間隔で測定した。現象が進み流れが平衡状態になつてしていると判定されたとき、前と同様に砂面形状が変化しないように送水を停止して、砂面波形を記録した。

(9) 計測方法とその精度

(イ) 流量：流量は一辺20 cmの直角刃形のついた三角ぜきで測定した。測定方法は開水路実験－AⅠと同様である。

(ロ) 水深：平面河床から砂澁の発達過程までは開水路実験－AⅠと同様、砂澁河床の段階では開水路実験－AⅢにおける実験砂Ⅲの場合と同様の方法を適用した。

(ハ) 砂面勾配：砂面勾配の設置は開水路実験－AⅠと同様の方法を適用し、

た。また砂澁河床の段階における砂面勾配は開水路実験-AⅢの実験砂Ⅲと同様の方法を適用した。

(二) 水面勾配：平面河床および砂澁河床の段階においては，水路の④及び⑤点にポイントゲージを設置して，水位差を読みとつた。砂澁の発達過程については開水路実験-AⅢの方法を適用した。

(三) 流砂量：開水路実験-AⅠの方法を適用した。

(四) 砂面波高，波長，伝播速度：砂澁河床の段階では開水路実験-AⅢの実験砂Ⅲの場合に用いた方法を適用した。砂澁の発達過程においては同じ実験における実験砂Ⅵに対してとつた方法を用いた。

(10) 現象の観察と測定結果 図-(1.2.61)，(1.2.62)，(1.2.63)はそれぞれ水深の増加にともなう平均流速，流砂量，水面勾配の変化を初期砂面勾配別に示したものである。図-(1.2.61)，(1.2.62)により，平均流速，流砂量の変化は開水路実験-AⅢの実験砂Ⅲと同様の傾向をとることがわかる。また図-(1.2.63)によると，砂澁河床の状態では，水面勾配が初めに与えられた砂面勾配に比較して非常に大きくなることわかる。これは開水路実験-AⅡ，AⅢと同様の結果であり，注目すべきことである。このような場合の砂面勾配は図-(1.2.64)に示すように水面勾配とほぼ一致している。これは砂澁の発達過程の一つの特徴とみることができよう。つぎに図-(1.2.65)，(1.2.66)，(1.2.67)は水深の増加に対する砂面波高，波長，伝播速度の変化を水面勾配別に示したものであるが，実験値が少ないためにいずれの場合も明確な傾向はあらわれていない。

つぎに図-(1.2.68)～(1.2.73)までは砂澁の発達段階の実験において得られた資料である。まず図-(1.2.68)，(1.2.69)，(1.2.70)においては，最初の砂面が，平面河床第Ⅲの状態であるとき，この状態が時間の経過とともにどのように変化したかを示した一例である。図-(1.2.68)によると，平面河床第Ⅲの状態でありながら通水後5分位ですでに水面勾配が砂面勾配よりも大きい。これは水面勾配を④⑤区間の水位差で，砂面の移動状態の判定を⑥⑦区間で実施したので，水路の上流端から⑥に至る区間のどこかに局部的な砂面変形が生じていたことによるものと考えられる。この局部的な砂面変形が徐々に

そのスケールを増大し下流方向に伝達して行くことにより、水面勾配、砂面勾配は次第にその大きさを増し、しかもその値が接近してくる。しかし約一時間の経過ののち砂面変形の先端は、ようやく水深測定点(B)に到達し、(B)(C)区間にも別の局部洗掘が生じてくる。この状態から水路全域に砂澁が形成されるまでを局部洗掘の発達過程として砂澁への遷移河床とは記号的に区別したが、この状態になると急に水深は増大し、水面は不安定になつてくる。このようにして砂澁河床の状態に移行していくのであるが、この状態では水面勾配と砂面勾配はほぼ等しくなり、最初に与えられた砂面勾配よりも大きい値をもつて安定するようである。図-(1.2.69)は平均流速と流砂量の変化をあらわす。流砂は徐々に減少して、砂澁が採砂位置にくると急に増加している。流砂量は砂受のすぐ上流の局部的流れの状態に大きい影響をうけるので、この図に示された最初の減少過程は信頼がおけない。図-(1.2.68)、(1.2.69)に示されているように、平面河床第Ⅲでありながら時間が経過すると砂澁河床に移行する。このことについては開水路実験-AⅠおよびAⅡで詳論したが、実験のむずかしさを単的に示すもので、測点の散乱をきたす大きな一つの原因である。図-(1.2.70)は砂澁の発生後における砂面波形の波高、波長伝播速度の時間的变化を示す。この図に示された結果のみではその傾向を把握することは困難であるが、開水路実験-AⅡを参照すると、この実験砂では、波高、波長は増大し、伝播速度は減少するものと思われる。つぎに図-(1.2.71)、(1.2.72)、(1.2.73)は最初に砂面の検査区間(B)(C)のどこかに微小な砂面変形が生じた状態、すなわち砂澁への遷移河床の状態であるとき、この状態の時間的变化を示した。一般に砂澁への遷移河床の状態から水路全域に砂面変形が形成される過程は短時間に移行するのであるが図-(1.2.71)によると約30分を要している。その理由を図-(1.2.71)の測定結果およびそのときの観察記録によつて考察してみよう。砂面勾配の測点は二点であるので、その判定はむずかしいが、水面勾配の変化に示されているように、現象が進行していく途中で、水路の下流部分における砂澁の発達が急激に進みすぎたために水面勾配が減少し、それより上流部分の砂澁の発達速度を抑制したものと思われる。砂澁河床が十分発達した状態では、水面勾配、砂面勾配はほぼ等しく、しかも初期砂面勾配よりかなり大きい値を

示している。また水深は増加してくる。図-(1.2.72)は平均流速，流砂量の変化を示した。図-(1.2.73)は砂澱の発生後の砂面波形の波形特性の変化を示したものである。前と同様に開水路実験-A IIの結果を参照すると ΔH , λ_s は増加し， W_s は減少するものと思われる。

つぎにこれらの実験結果をもとにして，平面河床第Ⅲから砂澱河床への現象の移行を，平均の砂面勾配，平均の水面勾配，および平均水深に注目して，模式的に示すと図-(1.2.74)のようになる。この図において(1)は平面河床第Ⅱの状態を示し $J_0 = S_0$ で水面は平坦である。この初期砂面勾配 J_0 に対して砂面変形開始の限界をこえる流量を与えたとする。砂面は変形を開始し水面も不安定になつてくる。この発達過程の一つの段階を示したのが(2)である。この状態では一般に砂面勾配 J_1 は J_0 より大きく水面勾配 S_1 はそれよりさらに大きくなるようである。また水路上のある一点(A)における水深 h_{m1} は h_{m0} より大きくなるようである。砂面変形の発達段階が進んで流れが釣り合いの状態，すなわち砂澱河床に達すると砂面勾配 J_2 は水面勾配 S_2 にほぼ等しく，いずれも初期勾配 J_0 ， S_0 より大きいようである。また水深 h_{m2} は初期水深 h_{m0} より大きい。この状態を示したのが(3)である。(3)の状態で輸送されている流砂量が連続的に上流から補給される場合には，(3)に示す平衡の状態がいつまでも持続されるわけであるが，上流からの砂の補給が(3)の状態で輸送されている流砂量より小さい場合には(4)のように $J_3 < J_2$ ， $J_3 < S_3$ となり，流砂量が大きいときは $J_3 > J_2$ ， $J_3 > S_3$ となるものと考えられる。

本実験の資料は一括して付表-(1.2.12)に示した。

5. 開水路実験-B II

(1) 実験場所 神戸大学工学部土木工学科水理実験室

(2) 実験期間 1957~1958年

(3) 実験者 松梨，山本

(4) 実験目的 砂面変形は平面河床第Ⅲの状態にある流れが，ある限界に到達した状態から出発すると考えられる。そのために砂面変形の発生機構を解析するには平面河床第Ⅲの状態にある流れの法則を理解することが非常に重要である。平面河床第Ⅲの状態については開水路実験-A Iにおいて詳細な実験を

行なつた。本実験は固定粗面上の流れに給砂して、平面河床第Ⅲの状態における流れと類似の現象を再現し、この流れについて観測したのであるが、その目標とするところは次の二項目である。

i 平面河床第Ⅱ，第Ⅲの状態は現象の過程からみて平面河床第Ⅰの状態から出発する。そこで平面河床第Ⅱ，第Ⅲの流れの特性を研究するにさきだち、平面河床第Ⅰの状態における流れ、すなわち固定粗面上の流れについて、十分に考察を加えることは非常に重要である。

ii 平面河床第Ⅱ，第Ⅲの現象を直接に観測の対象とする場合は、開水路実験—AⅠにおいてのべたように、室内実験をもつて現象を再現させることが非常にむずかしい。したがつて測定結果の精度は十分ではなく、測点はかなり散乱する。すなわち実際の移動床を用いた場合には砂の移動の効果のほかに、局部的砂面変形の効果があられがちである。そこで砂の移動量の大小を問題にしないで、純粹に砂の移動の効果のみを得ようとしたわけである。

(5) 使用砂れき 実験砂Ⅱを用いた。この砂は付表—(1.2.1)および図—(1.2.1)に示すように、中央粒径 0.33 mm の一樣粒径の砂である。

(6) 実験装置 開水路実験—AⅠと同様に、図—(1.2.2)に示す実験水路を用いた。水路床には実験砂Ⅱを一樣にニス付けしたガラス板($220\text{ mm} \times 1500\text{ mm} \times 4\text{ mm}$)をしきならべ粗面固定床とした。

(7) 実験範囲 本実験は固定粗面上の流れに関するものと、固定粗面上の流れに砂を供給した場合の流れに関するものとからなる。前者を実験—*a*，後者を実験—*b*とする。これらの実験範囲を *Reynolds* 数 Re ，*Froude* 数 F_R ， $U_R^* d_{50} / \nu$ ， J_0 ，および $U_R^{*2} / (\sigma / \rho - 1) g d_{50}$ で示すと付表—(1.2.13)のようになる。

(8) 実験方法 実験—*a*については開水路実験—AⅠにおける平面河床第Ⅰに対してとつた方法を準用した。実験の一つの段階において計測した量は、水路床勾配，流量，水深，および水温である。実験—*b*については開水路実験—AⅠの平面河床第Ⅲに対してとつた方法を準用した。ただしこの場合，一つの水路床勾配，流量に対して水路の上流端より一定の割合で砂を供給した。供給された砂が水路上に堆積することなく移動し，しかも砂面の変形が発生しない

状態を保ちながら，給砂の量を段階的に漸次増加していき，供給されている砂の割合が堆積しない程度において最も大きくなつたと判定された状態で流量，水深，給砂量，水温などを計測した。

(9) 計測方法とその精度

(i) 流量 開水路実験 - A Iと同様に，水路の下流に設置した直角三角ぜきを用いた。精度に関する考察は開水路実験 - A Iでのべたので省略する。また小流量に対しては，小型量水槽を使用した。

(ii) 水路床勾配 水路床の勾配は各実験のはじめに，開水路実験 - A Iの方法を準用して設置した。ただし本実験の水路床は固定粗面なので，水路床上のある地点の高度を測定する場合，その地点の粗面上に鋼製の当て板 ($40\text{mm} \times 30\text{mm} \times 1.03\text{mm}$) をし，当て板の上面の高度を読みとる方法をとつた。これは粗面上の砂粒子の突起部に接する面を基準の砂面としていることを意味し，勾配の設置に関する精度はこれによつてかなりよくなつた。

(iii) 水深 開水路実験 - A Iと同様に，水路の下流端より3.4m，2.5mの(A)，(B)二地点にポイントゲージを設置し，(A)断面，(B)断面においてそれぞれ水路幅方向に4等分した3地点の水深を測定し，それらを平均した。ただし水深測定の前説として，その地点の水路床の高度を測定するには，水路床勾配の設置のときに用いた当て板の方法を適用した。したがつて水深としては砂の上端からの深さをとつたことになる。しかし後の解析で使用した水深は，岩垣博士¹⁸⁾の見解にもとづき，上述の水深に粒径の1/4だけ加えたものを採用した。

(iv) 給砂量 図 - (1.2.75) は給砂器の一般図である。1/20馬力のモーターを使用し，緩速用歯車を介して砂を噛んだ歯車が駆動して，砂が一様に供給されるようになっている。給砂量の調節は扉(a)の上下動と，(b)に示す鋸歯状のエプロンの水平動によつて行なつた。給砂量の測定は一つの流量に関する実験が終了したのち，エプロン(b)の操作によつて，給砂を他の容器に一定時間とることによつて行なつた。

(v) 現象の観察と測定結果 図 - (1.2.76) は実験 - aにおける測定結果を平均流速と水深で点描したものである。層流領域においては，流量が小さいため，流量をきりかえてから流れが平衡に達するまでに長時間を要し一つの測点

に対して15分～30分を必要とした。図-(1.2.77)は実験-bの測定結果を示す。一つの勾配，流量に対して給砂の割合を段階的に小さく増加していくのであるが，ある割合の給砂で約10分間放置し，流れの状態を観察して，堆積および砂面変形がなければ次の給砂割合に進んだ。しかしその段階が大きすぎると，直ちに堆積または砂面変形をととなり。現象が非可逆的であるため，給砂の操作は最初からやりなおした。しかしながら，このようにして得られた給砂割合の限界は明瞭ではない。そこでこの限界をあまり重視せず，とにかくその状態で堆積および砂面変形がないということに重点をおいて実験した。砂の輸送による効果として，同じ水深に対する流速の減少ということが期待されるが，図-(1.2.76)，(1.2.77)にみられるように，水路勾配が急になる程この効果が顕著になるようである。図-(1.2.78)は給砂量を水深と勾配によつて示したものである。

本実験の測定結果は一括して付表-(1.2.14)に示した。

6 開水路実験-BⅢ

- (1) 実験場所 神戸大学工学部土木工学科水理実験室
- (2) 実験期間 1957～1958年
- (3) 実験者 松梨，安井
- (4) 実験目的 砂面変形が発達して流れが平衡に達している状態，すなわち砂澁河床に着目する。この現象段階については開水路実験-AⅢにおいて詳細な検討を加えたが，砂澁の背面の各位置における水流の特性については，観察にもとづく定性的特性をのべたにすぎない。砂澁の形状特性を水流との関連において理解するためには，上述の事項について定量的に得られた詳細な実験結果が必要である。しかしながら，こうした実験に移動床を用いる場合には次のような困難が付随してくる。すなわち，一つの実験砂，流量，勾配に対して，平衡状態にある砂澁の形状は，統計的には図-(1.2.44)，(1.2.45)，および図-(1.2.53)に示したような一様の波形をもつていると考えられるが，個々の砂澁の波形にはかなりの歪みがあり，しかも水流の平均流速と比較してその $1/100 \sim 1/1000$ 程度の大きさではあるが波形が下流方向に移動している。このように現象が非定常であるため，砂澁の背面上，ある特定の位置における

流速分布，圧力分布を測定することは非常に困難である。そこで本実験においては，砂澁の伝播速度を無視して，砂澁と類似の形状をもつ固定した模型床をつくり，その上を流れる水流の特性を詳細に調べることを直接の目標とした。砂澁の伝播速度は非常に小さいため，これを省略しても，砂澁の背面上の流速分布，圧力分布などの特性に対してはあまり影響がないと考えたわけである。したがって，本実験は間接には砂澁河床の段階にある現象の解明を目的としているわけで，第五章においてのべる砂澁河床の理論的解析に必要な基礎資料を与える。

(5) 砂澁模型の製作 砂澁河床の段階にある河床模型の製作には，これの原型となる基礎資料が必要である。この基礎資料としては，開水路実験 - A III における実験砂 VII に対する資料，付表 - (1.2.10) の実験 Number (14) - と，橋博士¹⁹⁾ の斐伊川における実測資料を用いることにし，それぞれ M および T と命名した。砂澁の断面形は不等辺三角形とし，縮尺についてはすべて実寸とした。付表 - (1.2.15) は基礎資料および模型寸法の一覧表である。

(6) 実験装置 実験水路として，模型 M については図 - (1.2.37) に示す水路を，模型 T については図 - (1.2.79) に示す長さ 1638 mm，高さ 30 cm，幅 24 cm の鉄鋼製ガラス張り水路を用いた。後者の水路の上流端は 1 ton チェンブロックで吊り，下流端はローラーで支承されていて，水路勾配 1/5 まで調節可能である。水路下流端には，ゲートによる水位調節装置，および開水路実験 B - I で使用した量水槽が設置されている。砂澁模型は M に対しては 10 個， T の場合は 8 個を水路床上にしきつらねた。

(7) 実験範囲 砂澁の模型の種類，およびそれに使用した流量，水深，水面勾配などを示せば付表 - (1.2.16) のようになる。

(8) 現象の予備的考察と実験方法

一般に砂澁河床における単位幅流量 q_p は水深 h_{mp} ，水面勾配 S_p ，相当粗度 $K_{s,p}$ の関数であると考えられる。すなわち

$$q_p = f(h_{mp}, S_p, K_{s,p}) \quad (1.2.1)$$

としよう。一方模型流量 q_m は (1.2.1) 式と同様に

$$q_m = f(h_{mm}, S_m, K_{s,m}) \quad (1.2.2)$$

であらわされるはずである。砂運河床における相当粗度 K_{sp} は一般に砂の粒径、砂運の形状及び流砂の特性などに関係するものと思われる。したがって模型における砂の粒径、砂運の形状が実物と幾何学的に相似（この場合は実寸）であり、 $q_p = q_m$ 、 $h_{mp} = h_{mm}$ 、 $S_p = S_m$ が得られたとしても、一般に K_{sp} と K_{sm} とは異なつた値をとることが推察される。しかし実験目的の項で述べたように、この実験は砂運河床の模型実験そのものを直接の対象としていないことを考慮して、ここではかりに幾何学的な相似（実寸）のみで $K_{sp} = K_{sm}$ が得られるものとする。そして模型と実物の流れが可能なかぎり力学的に相似になるように考えた。式（1.2.1）及び（1.2.2）より明らかのように、関係量は q と h と S の三つの量であり、これらの量を同時に等しくすることは不可能である。そこでいずれか二つの量を等しくすることが考えられる。

以上の考察にもとづき本実験の実験方法としては、まづ水路勾配を S_p に等しくなるように設置し、模型の使用個数、および q_m 、 h_m 、 S_m の適用の仕方によつてつぎの二通りを採用した。

i 8 ～ 10 個の模型を用いた場合

$$(i) \quad h_{mm} = h_{mp} \text{ で } S_m = S_p$$

$$(ii) \quad q_m = q_p \text{ で } S_m = S_p$$

ii 1 個の模型を用いた場合

ただし、この場合には、1 個の模型の上下流にそれぞれ 5 m、

3 m の粗面 ($d_{50} = 0.77 \text{ mm}$ の砂をニス付け) を配置し、 $h_{mm} =$

h_{mp} 、 $S_m = S_p$ とした。

i の (i) の場合はあらかじめ流量 q_p を与える。模型の種類 M または T によつて 5 m ～ 10 m の間隔に静圧管が設置されているから、それによつてそのときの水面勾配を照査する。 $S_m \neq S_p$ のときは、水路下流端の水位調節せきにより水位を調節して $S_m = S_p$ になるようにする。 $S_m = S_p$ が達成されると下流から四つまたは三つめの砂運模型の、相隣れる谷部の中間で水深を測定し、それが $h_{mm} \neq h_{mp}$ であるときは、はじめに与えた流量 q_p を調節する。このような操作を繰返すことによつて所要の状態を得た。i の (ii) の場合は (i) の場合の一回の操作によつて $q_m = q_p$ 、 $S_m = S_p$ の状態が得られる。ii の場合は一つの砂運模型に対して、

これに隣接した砂澁模型の存在がどのような効果をもつかを明らかにするために、隣接した砂澁模型を取り去り、ただ一個の模型を設置して、実験したわけである。模型の種類に対する実験方法は付表-(1.2.16)に示されている。

(9) 計測方法とその精度

(イ) 流量 実験水路として図-(1.2.37)を用いた場合は開水路実験-A Iの方法、図-(1.2.79)のものを用いた場合は開水路実験-A IIIの方法を準用した。

(ロ) 水面形および水深 水路下流より三つまたは四つめの模型を測定の対象とし、Yレベルおよびポイントゲージによつて $\lambda_s/7 \sim \lambda_s/11$ 間隔で水位を測定して水面形を見出すと同時に、砂澁模型の谷部および頂部の砂面の高度を開水路実験-B IIと同様に当て板を使用して計測した。以上の測定結果を図上に点描して各位置の水深を読みとるとともに、平均水深を算出した。水面は平穩であり平均的には定常であるが、微小な変動をとまなつていたので、測定精度は主として水位測定に左右されるものと考えられる。

(ハ) 水路勾配および水面勾配 所要の水路勾配にするための処置および水面勾配の測定は開水路実験-A IIIの方法を準用した。

(ニ) 流速分布および静圧分布 水深の測定位置すなわち砂澁の谷部から $\lambda_s/7 \sim \lambda_s/11$ の距離の各断面において、模型背面に直角上方に静圧 P_s および全圧 P_t を測定した。流れは二次元的であるとみなし、流線の鉛直面内における曲りを考慮して、静圧の測定には図-(1.2.80)に示すような真鍮製水圧計、全圧の測定には内径1.5 mmのビト-管をそれぞれ図-(1.2.81)に示すような位置に配置した。模型背面の近くでは、全圧管を水面勾配と γ_s だけ傾斜させ、 $Z = 5\Delta H$ からは $\gamma_s = 0$ として計測した。これらの計測値により静圧、全圧のZ方向の分布を点描し、任意のZにおける $(P_t - P_s)/\rho g$ を読みとつて、その位置の流速 U を計算し流速分布を得た。全圧の測定に当つて精度上最も重要であるのは、ビト-管の方向と流線が一致しているかどうかということである。この点について、砂澁模型の谷部の近傍を除いては大体良好であつたと考えられる。

(ウ) 測定結果 砂澁模型Mを用い、実験方法1の(イ)および(ロ)を適用した場合の流速分布、圧力分布を示すと、それぞれ図-(1.2.82)、(1.2.83)、および

び図 - (1.2 84) , (1.2 85) のようになる。これらの図において① , ② , ③ ……は図 - (1.2 84) に示したように断面の位置を表わし , P_0 は鉛直方向の加速度を無視できると考えた場合の圧力を表わす。この模型においては付表 - (1.2 15) , (1.2 16) からわかるように , 実験方法 i の (イ) に対しては , $q_m = 228^{\circ}/s$ に対して $q_p = 366^{\circ}/s$ となり , 実験方法 i の (ロ) に対しては , $h_{mm} = 1164^{cm}$ に対して $h_{mp} = 735^{cm}$ となる。このために , 砂礫河床の模型実験としては適当ではないが , 砂礫模型上の流速分布の変化の大要と $(P_s - P_0)/\rho g$ の値が河床付近で正の値をとり , その大きさがどの程度のものであるかがわかる。

つぎに図 - (1.2 86) の (a) , (b) , (c) , (d) , 図 - (1.2 87) の (a) , (b) , (c) , (d) および図 - (1.2 88) の (a) , (b) , (c) , (d) , 図 - (1.2 89) の (a) , (b) , (c) , (d) は , それぞれ模型 T を用い , 実験方法としてそれぞれ i の (イ) および ii を適用した場合の流速と圧力の分布を表わす。実験方法 i の (イ) に対しては $q_m = 1010^{\circ}/s$, $q_p = 1065^{\circ}/s$ である。この結果から , この場合にはほぼ類似の現象が得られたものと思われる。図 - (1.2 87) から模型背面付近の $(P_s - P_0)/\rho g$ は砂礫の谷部および頂部付近において負の値をとり , 頂部から急に正の値をとつて , 下流方向に漸次減少しているようである。その大きさが $(P_t - P_s)/\rho g$ と同程度の値をとることは注目してよい。つぎに図 - (1.2 88) , (1.2 89) に示された結果から , 上下流に模型が存在しない場合には , 模型の背面付近の $(P_s - P_0)/\rho g$ の値は負の値をとることなく常に正で , その大きさは上述の場合よりも大きいことがわかる。

本実験の測定結果は一括して付表 - (1.2 17) に示した。

第 3 節 閉水路による実験

土砂を伴った閉水路水流の問題は、いままで主として、閉水路の水流を用いて、いかに効率よく土砂を輸送するかという実用目的のために研究されてきた。²⁰⁾ したがってその内容は浮遊による土砂輸送が主な課題であつて、掃流現象については最近二、三の研究が発表されているにすぎない。²¹⁾ 掃流現象に付随して出現すると予想される砂面変形の特性については、これを閉水路における砂面変動との関連のもとに、一つの物理現象として取り上げた研究はまだ発表されていないようである。本実験の第一段階では第 1 節概論において詳論したように、自由水面の影響を受けない閉水路の移動床は、土砂の移動によつて変形するかどうか、もし変形を開始するとすれば、その現象は閉水路における砂漣の発生現象に対応するものであるかどうかなどの実験を予備的に実施した。その結果、閉水路においても閉水路における砂漣の発生、砂漣河床の状態などに対応した現象が出現することを確認した。そこで第二阶段として閉水路における砂面変形の発生条件、発達過程および、平衡状態などの諸現象が、閉水路におけるそれらと、どのように相違しているかに注目して実験を行なつた。

- (1) 実験場所 神戸大学工学部土木工学科水理実験室
- (2) 実験期間 1959~1960
- (3) 実験者 松梨、江崎、嵐
- (4) 実験目的 本実験は閉水路における平面河床第Ⅰ、第Ⅱ、第Ⅲ、砂漣への遷移河床、砂漣河床、砂堆河床、平滑河床などのいろいろの状態での水の流れ、土砂の移動、および砂面の変形などの特異性に着目して、解析的にこうした諸現象を把握するための基礎資料を得ることをその目的とする。したがって閉水路実験-AⅠ、AⅡ、AⅢに示した全目標を含んでいる。
- (5) 使用砂れき 実験砂Ⅰを用いた。この砂は付表-(1.2.1)および図-(1.2.1)に示したように、中央粒径 0.15 mm 、均等比 0.912 の一様粒径の砂である。
- (6) 実験装置 図-(1.3.1)は実験水路の概要を示す。この実験水路は閉水路実験-BⅠにおいてのべたように、図-(1.2.60)に示した閉水路に上壁を

設置し、矩形断面閉水路としたものである。閉水路の断面は幅 20 cm に対して、高さを 5 cm, 10 cm, 15 cm, 20 cm に交換できるように設計されている。本実験で使⽤した断面は 20 cm × 5 cm, 20 cm × 10 cm の 2 種類である。また本水路の上下流にはそれぞれ流量調節および下流端水位調節用の 2 個のバルブが設置されているが、バルブ操作によつて生ずる水路内のサージング現象を緩和するために、水路の上下流端にそれぞれ図に示すような水槽を設けた。また閉水路内に設けられた移動床を平滑な面に整正する装置としては、図-(1.3.1)の断面 a-a に示すように、水路の両側壁に 10 mm × 6 mm × 1 mm の案内 L 型鋼を設置し、図のような砂面整正器を通過させる方法をとつた。その他の装置については図-(1.2.60)に示した開水路と同じである。

(7) 実験範囲 本実験の実験範囲を、使⽤した断面ごとに *Reynolds* 数 $Re, U_* d_{50} / \nu$, 動水勾配 I , および掃流力 $U_*^2 / (\sigma / \rho - 1) g d_{50}$ で示すと付表-(1.3.1)のようになる。

(8) 現象の予備的観察と実験方法

(i) 現象の予備的観察 水路を水平に設置し、砂面整正器を二、三回通過させることによつて、水平で一樣な砂面が得られた。水路内に水を徐々に注入し、自由水面をなくして、閉水路で流量零の状態をつくる。流量を段階的に連続して増加していくわけであるが、その方法として、水路上流端のバルブを段階的に開放し、おのおのの段階ごとに水路下流端のバルブを開閉して、放水流量を調節し、サージングの影響を緩和すると同時に、上下両水槽の水位が適当な大きさを維持して静止するようにした。このような操作によつて一つの定常状態から次の定常状態をうるまでに約 10 ~ 20 分を要した。このようにして一連の実験を実施したわけであるが、水流の状態の変化によつて砂面がどのような変形様式をとるかを知るべし。砂面の観察区間を図-(1.3.1)の③④とし、砂面に働らくせん断抵抗力がその砂の限界掃流力を越える状態になると、砂粒は移動を開始し、いわゆる平面河床第Ⅱの状態となる。この状態はほぼ水路一様に出現するが、この状態をしばらく維持すると、移動床の上流端において、局部的に発生した砂面変形が漸次発達して、それが下流方向に伝播してくることが観察された。次の段階になると、砂の移動は一段とその激しさをますが、

観察区間の砂面はまだ変形することなく一様に維持されている。さらに次の段階になると観察区間はもちろん、いままで変形を開始することなく平滑であつた砂面に、微小な砂面変形が一様に発生してくることが観察された。一度発生した砂面変形はそのままの状態を維持していても、漸次発達していくが、さらに次の段階に進めていくと、砂面は全水路一様に変形し、そのスケールはかなり大きくなり、上下両水槽の水位差は最大6 cm程度の大きさに達する。さらに流量の大きい段階になると、いままで発達してきた砂面変形は押し流されて、砂面はふたたび平坦になり、いわゆる平滑河床の状態になる。以上のような予備的観察結果、ならびに、水路の全損失水頭に対する固定潤辺の摩擦損失水頭を評価する方法を考慮して、本実験を次の3種類に区分して実施した。

(ハ) 実験の方法

実験 *a* 水路の四辺を鉄板とし、流水断面は $20\text{ cm} \times 5\text{ cm}$, $20\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ の2種類とした。また通水の操作は前項にのべた方法を採用し、おのおのの段階において流量、および④⑤区間の損失水頭を計測した。この実験は平面河床第Ⅰの資料を与える。

実験 *b* $20\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ の流水断面を用い、前項の通水操作を適用した。この場合にけ、底壁をとりはずして、移動床とし、おのおのの段階においてつぎの量の観測および記録をとつた。すなわち、流量、④⑤区間の損失水頭、流砂量などを計測し、つぎに④⑤間および全移動床の変動状態の観察結果を記録した。この実験は主として平面河床、第Ⅰ、第Ⅲ、砂澁河床、砂堆河床、平滑河床のときの資料を与える。

実験 *c* 2種類の流水断面、および移動床に対して行ない、通水操作としてはつぎの方法を用いた。まず(8)の(イ)の項で述べた方法により、閉水路で流量零の状態をつくる。つぎにあらかじめ見積つた流量をうるように水路の上下流端のバルブを開閉し、バルブをその状態に固定した。与えられたバルブの開閉の程度および砂面変動の推移によつて水および砂の流れは時間の経過とともに変わつてくる。一方実験 *b* によつて上流端の局部洗掘とは無関係に④⑤間に砂面変形が発生してくる限界の流量がわかつているから、これを Q_{CR} とし、与えられた流量を Q とすると、与えられるバルブの開閉の程度によつて $Q \leq Q_{CR}$

の状態が得られる。そのおのおのについて、時間の測定の起点を通水開始の時刻とし、 $Q \geq Q_{UR}$ のときは流量開始と同時に、 $Q < Q_{UR}$ のときは、水路上流端の局部洗掘の先端が④に到着したときを測定開始の起点として、次の諸量を一定時間ごとに測定した。すなわち、経過時間、流量、④⑤区間の損失水頭、流砂量、および砂面変動の観察記録である。さらに砂面変形が水路全長に発生または伝達してからのちは、以上のほかに、砂面変形の波高、波長、および伝播速度を計測した。この実験は主として砂面変形の発達過程における資料を与える。

(9) 計測方法とその精度

(イ) 流量 開水路実験 - BI と同様である。

(ロ) 砂面勾配 水路勾配および砂面勾配の設置は開水路実験 - AI と同様であり、いずれの実験に対しても初期砂面勾配を零とした。

(ハ) 損失水頭 ④⑤間または⑤⑥間で、水路の側壁から取り出した静圧管を一つのマンノメーターに連結し、ベンゾール液（比重 0.876）を使用することによつて、その差圧を 80.7 倍に拡大して読みとつた。

(ニ) 流砂量 開水路実験 - BI の方法を適用した。

(ホ) 砂面波高、波長、伝播速度 水路の一方の側壁は透明な合成樹脂板でできているので、その側面上⑤⑥間にわたつて 1 cm 平方の方眼を記入し、砂面波高、波長、伝播速度などの諸量を測定した。すなわち⑤⑥間に存在する砂面変形を対象として、それぞれ、その個数から平均の波長を、その谷部および頂部の差の平均から平均の波高を、その頂部の位置が 1 cm 進む間の時間の平均から平均の伝播速度を計測した。

(ヘ) 現象の観察による記録 開水路実験 - AI の(9)の(ロ)、および開水路実験 - $AIII$ の(9)の(ハ)にのべた各項について記録した。

(10) 現象の観察と測定結果

(イ) 実験 α 実験資料を流量 Q 、損失水頭 ΔP によつて示すと図 - (1.3.2) のようになる。点線は実験値の大体の傾向を示す。開水路の幅を B 、水路の高さを D 、底壁の高さを η_0 、動水勾配を I_0 、水の密度を ρ 、動力の加速度を g 、壁面に働くせん断応力の強さを τ_0' とすると、力の釣合からつぎの関係式をうる。

$$U_*'^2 = \frac{g(D - \eta_0)I_0}{2 + 2(D - \eta_0)/B} \quad (1.3.1.)$$

ただし $U_* = \sqrt{\tau_0 / \rho}$ であり，摩擦速度と呼ばれている。

つぎに式(1.3.1)から計算された U_*^2 と断面平均流速 U_m によつて測定資料を示すと図-(1.3.3)のようになる。点線は実験値の傾向を示す。また閉水路の抵抗係数を表わす無次元量 U_*^2 / U_m^2 ($\tau_0 = f U_m^2 / 8 R g$ によつて定義される抵抗係数 f の $1/8$) 及び *Reynolds* 数 $Re = U_m R / \nu$ によつて測定資料を示すと図-(1.3.4)のようになる。ただし R は径深， ν は水の動粘性係数をあらわす。直線は *Blasius* の式(1.3.2)及び円管と，矩形断面閉水路で，おのおの $(D - \eta_0) / B = 0.25, 0.50, \infty$ とした場合の次に示す層流の抵抗法則式(1.3.3)(1.3.4),(1.3.5),(1.3.6)をあらわす。²²⁾

$$\frac{U_*^2}{U_m^2} = 2.80 \times 10^{-2} Re^{-1/4} \quad (1.3.2)$$

$$\frac{U_*^2}{U_m^2} = 2.00 Re^{-1} \quad (1.3.3)$$

$$\frac{U_*^2}{U_m^2} = 2.31 Re^{-1} \quad \left(\frac{D - \eta_0}{B} = 0.25 \right) \quad (1.3.4)$$

$$\frac{U_*^2}{U_m^2} = 2.01 Re^{-1} \quad \left(\frac{D - \eta_0}{B} = 0.50 \right) \quad (1.3.5)$$

$$\frac{U_*^2}{U_m^2} = 3.00 Re^{-1} \quad \left(\frac{D - \eta_0}{B} \rightarrow 0, \text{または} \rightarrow \infty \right) \quad (1.3.6)$$

図-(1.3.4)から実験は概して乱流領域($Re > 500$)において実施されていることがわかる。また閉水路の流水断面がいずれの場合でも，乱流領域では *Blasius* の式がかなりよく適合していることがわかる。

(四) 実験 b, 実験 c

1) 現象の観察 一様な砂面をもつた閉水路に，(8)の(4)項にのべた方法によつて，流量増加を段階的に連続して行なうものとする。一般に，図-(1.3.1)に示した水路において，⑤⑥領域では，流水によつて砂面に作用する掃流力が砂粒の限界掃流力に達しない状態においても，水路の上流部分の滑面固定床に接続した付近では，すぐ上流の滑面上の流れの影響をうけて，その部分の砂面は限界掃流力を越えた掃流力を受けて移動を開始する。²³⁾ しかも上流からの

砂の補給がないためにその接続部では局部的な洗掘を引起し、それが発達して漸次下流方向に伝達してくる。移動床と固定床の接続部における局部的洗掘に限らず、水路のどこかに局部洗掘を起こす原因が与えられると、長時間のうちには、前者の場合には水路全域が、後者のみが与えられる場合は、その位置から下流の全域が砂面変形でおおわれるに至る。一般に、移動床と固定床の接続部におこる局部的洗掘をさけることはむずかしい。このために水路の④⑤領域で平面河床第Ⅱ、第Ⅲの状態のときには、すでに上述の接続部から出発した局部洗掘はかなり発達している。さらに段階を進めると、④⑤領域はもちろん、いままで平面河床第Ⅲの状態であつた領域に微小な砂面変形が一斉に発生してくる。そしてこの状態で段階を進めなくても、水路全域は砂面変形でおおわれ、開水路と同様に、水および砂の流れがある釣合に達して砂面変形の発達は停止するようである。このような現象過程の推移から砂面変形の生成過程について、つぎの2つの場合があると考えた。

(I) 局部洗掘が与えられる場合 水路全域についてみると、流れの状態はまだ平面河床第Ⅱ、第Ⅲの状態に到達していない場合でも、とにかく水路のどこかに局部的な掃流力の増大をきたして洗掘をとまなう場合である。開水路についていえば、上述のように、移動床と固定床の接続部がこれに相当し、開水路では河床に設けられた河川溝造物たとえば橋脚部などがこれに相当している。

(II) 流れの状態が砂面変形の発生限界を超過した場合 開水路でいえば上流から伝播してくる局部洗掘に関係なく、平面河床第Ⅲの状態がある段階以上に進むと、いままで平滑であつた砂面がいつせいに変形を開始するわけである。流れがこの限界を超えた状態で与えられる場合がこれに相当する。開水路でも同様の状態が存在するわけであるが、このことについては前節で詳述した。

以上2つの砂面変形生成の原因およびその生成過程が考えられるが、その結果として生成した砂澁河床については、一般にその現象的な相違は認められない。本研究は(II)による砂面変形の発生、発達をその研究目標としており、実験における砂澁の発生限界としてはこの限界を適用した。

つぎに実験 b , c により砂澱の発生限界 , および砂面変形の発達過程を実験的に再現する場合の閉水路の特異性について , 重要な二 , 三の事項についてのべよう。

(a) 開水路でも閉水路でもともに水路の上流端または下流端において局部的洗掘を生起してそれが下流に伝播するわけであるが , 閉水路における局部洗掘は一般に規則的で , 局所の部分に限られて発生する。したがって , 閉水路の場合 , 一般に平面河床第Ⅲの段階が進んでも , その段階が砂澱の発生限界を超えない状態では , 単にその局部洗掘が下流に伝播するのみで , あたかも無限に長いトンネルを半無限の列車が通過していくような観を呈した。このことから④⑤区間の平面河床第Ⅲの状態は , 局部洗掘が非常に接近しない間は , あまりそれによつて影響されないであろうこと , および , 平面河床第Ⅲと局部洗掘の領域にはさまれた遷移の領域は非常に短かく , 局部洗掘の領域ではその変形がかなり発達して , ほぼ釣合の状態にあるであろうことが推察された。

(b) 図-(1.3.5) および図-(1.3.6) は , それぞれ開水路および閉水路において , 砂澱の発生限界を対象とした実験値がどのような特性をもっているかを示すもので , 閉水路による実験に比較して開水路でのそれがいかに困難であることを示す。すなわち , 両図において ΔL 区間は , 砂面の移動状態の判定のために設けられた区間である。図の(A) , (B) , (C) はそれぞれ局部洗掘が ΔL 区間の上流のみに与えられた場合 , 上流と下流に同程度の発達過程にあるものが与えられた場合 , および上流と下流とで発達段階が異なり , 下流のものが進んでいる場合を示したものである。図-(1.3.5) で示されているように , 開水路の場合には , 流量 Q を漸次増加していつた場合 , (A) 以外の場合には , ΔL 区間において流れの状態が等流の条件を満足しない状態になり , その結果 ΔL 区間に砂澱が発生するとして得られた測定値は非常に精度が低いであろうことが予想される。これに反して図-(1.3.6) に示すように閉水路の場合には , 局部洗掘が ΔL 区間付近に伝播しない以上 , 常に等流の状態が維持され , 砂澱の発生限界として得られた資料は非常によい精度で得られることが推察される。

11) 実験結果

(a) 実験 b 移動床に働らくせん断摩擦力を τ_0 , その摩擦速度を U_* と

すると、流れの運動方程式は、

$$\frac{U_*^2}{U_m^2} = \frac{g(D-\tau_0)I_0}{U_m^2} - \left\{ 1 + \frac{2(D-\tau_0)}{B} \right\} \frac{U_*^2}{U_m^2} \quad (1.3.7)$$

で与えられる。本実験のように潤辺の粗度が異なる場合には、固定潤辺のせん断応力 τ_0 をどのように評価するかという問題の解決が要求される。この問題に関する最も合理的な方法として、固定壁の近傍における流速分布を測定し、その結果から各潤辺の τ_0 を評価することが考えられる。しかし本実験では、実測が容易である点などを考慮し、多小の問題点はあるが次の方法によつた。移動砂面を除いた他の壁面に作用するせん断応力は、乱流領域において式 (1.3.2) の *Blasius* の式がそのまま適用しうると仮定するわけである。換言すると四辺固定の場合の流れと三辺固定で一辺が移動床の場合の流れにおいて、両者の *Reynolds* 数が同じであれば $U_*'^2/U_m^2$ の値は両者とも同じであると仮定することを意味する。式 (1.3.2) 及び (1.3.7) から、

$$\frac{U_*^2}{U_m^2} = \frac{g(D-\tau_0)I_0}{U_m^2} - \left\{ 1 + \frac{2(D-\tau_0)}{B} \right\} \cdot 2.80 \times 10^{-2} Re^{-1/4} \quad (1.3.8)$$

が得られる。式 (1.3.8) から算出された摩擦速度の二乗 U_*^2 と断面平均流速 U_m との関係の実験資料を示せば図 - (1.3.7) 及び (1.3.8) のようになる。また同じ実験資料を平均流速 U_m 及び動水勾配 I_0 で示すと、図 - (1.3.9) 及び (1.3.10) のようになる。測点の散乱を考慮し、同種の実験を数回繰返して実施した。これらの実験資料を平面河床の資料を主にして U_m 及び U_*^2 との関係で、使用断面別に示すと、図 - (1.3.11) 及び (1.3.12) のようになる。同じ実験資料を砂澁河床の資料を主にして示すと、図 - (1.3.13) のようになる。これらの図中の曲線は式 (1.3.2) を示す。これらの測定結果により、砂澁の発生は $\partial U_*^2 / \partial U_m$ または $\partial I_0 / \partial U_m \rightarrow +\infty$ の状態から出発することがわかる。これは第3章において詳述するように非常に興味深い結果である。つぎに図 - (1.3.14) は流砂量 q_B と U_*^2 との関係をあらわす2つの例である。同様に図 - (1.3.15), (1.3.16) はそれぞれ使用断面ごとに数回の実験によつて得られた実験値を同時に点描したものである。

(b) 実験。図 - (1.3.17), (1.3.18), および図 - (1.3.19), (1.3.20) はそ

れぞれ使用断面ごとに、与えられた流量に対して U_*^2 と時間 t 、および U_*^2 と
 流砂量 q_B との関係を示す。これらの図において、局部洗掘の発達過程を示す
 記号は水路の④⑤区間のどこかに、上流から伝播してきた局部洗掘の先端が到
 達している状態を示す。図-(1.3.17) 及び (1.3.18) において、局部洗掘の
 発達過程を示す状態では、 U_*^2 は時間とともに増加し、④⑤区間が砂渾でおお
 われてからのちは、時間によつて変らず、ほぼ一定の値をとるようである。ま
 た、図-(1.3.19) 及び (1.3.20) によると、局部洗掘の発達過程では、 U_*^2 の増
 加のある範囲に対して、 q_B は一定の値を維持することがわかる。これは局部
 洗掘の効果が下流におよばないことを示す重要な結果である。つぎに図-(1.3.21)、
 (1.3.22) 及び (1.3.23) はそれぞれ砂面変動の波長、波高、伝播速度が時間と
 ともにどのように変化するかを示す。本実験の測定結果は一括して付表-(1.3.2)
 に示した。

第4節 実験結果の一般的考察

以上にのべた個々の実験によつて得られた結果を総合し、開水路による実験、閉水路による実験に分類して、その要点を示すとつぎのようになる。

(1) 開水路による実験

① 粒径および均等比の範囲がそれぞれ $0.15 \sim 2.90 \text{ mm}$ および $0.8 \sim 1.0$ の砂を用いた場合、掃流力の増加による砂の移動様式、したがつて砂面変形の様式は中央粒径の大きさ、形状、混合状態などによつて異なるが、とくに重要な効果をもつものは砂の中央粒径である。そこで砂面変形の特性別に、実験砂を中央粒径によつて分類すると、Gilbertの実験結果をも参照してつぎの三つの群に分けることができるようである。

第一群 $d_{50} = 0.1 \sim 0.7 \text{ mm}$

第二群 $d_{50} = 0.7 \sim 1.0 \text{ mm}$

第三群 $d_{50} = 1.0 \sim 3.0 \text{ mm}$

第一群の砂は砂面変形が容易であるが、第三群の砂は発生しがたい。そして第二群の砂は第一と第三の中間の特性をもっている。すなわち第一、第三群は、砂面変形の難易に関して、砂の形状、混合状態などによる相違はあられず、中央粒径の効果のみが顕著にあらわれる。これに反し、第二群の砂ではその形状および混合の特性によつて砂面波形の特性が違い、形状が球に近いほど、均等比が1に近いほど、波長が長くかつ波高が小さいようである。

② 平面河床から砂澁河床への遷移過程については、一般に2つの異なつた生成原因が考えられる。第Iは局部洗掘が発達し、それが下流に伝播する場合、第IIは砂澁の発生限界を越える流れの状態が与えられた場合である。

③ 前項②の第I、第IIの場合、終局的に得られた砂面変形の状態はそれが生成されてきた過程にかかわりなく、そのときの流量によつて規定される平衡状態に到達するようである。

④ 砂面変形開始の限界を越えるような、ある流量に対し、現象の時間的变化を一般的にのべると、図-(1.2.74)に示したように、第一段階は平面河床の状態で $J_0 = S_0$ 、第二段階では $J_0 = S_0 < J_1 < S_1$ 、 $h_0 < h_{m1}$ 、第三段階の砂澁

河床または砂堆河床の状態では $J_0 = S_0 < J_2 = S_2$, $h_0 < h_{m2}$ となることがわかった。

⑤ 砂面変形は、流れ方向にほぼ直角の軸をもつ渦動の生成と相まつて発達する。

⑥ 図-(1.2.54)の a, b, c に示されているように、砂面変形の開始は $\partial \tau_0 / \partial U_m \rightarrow +\infty$ の近傍から出発する。

⑦ 第一、第二群の砂を用いて、砂澱の発生限界を越える流量を与えた場合、平面河床から砂澱河床に移移する初期の段階の砂面変形は、かなり規則的である。

⑧ 前項⑦における規則的砂面変形の特性はつぎのようになる。図-(1.2.26)に示すように、長い緩勾配の上流側背面、急勾配で短い下流側背面をもち、急峻な波頂線は流れの方向にほぼ直角である。またこの状態における水面は、その水深が浅いほどはげしい変動をとめない、水面形は砂面波形と類似した波状を呈するが、その位相は砂面波形と比較し、やや下流側にずれているようである。

⑨ 砂面変形の波高の大きさと渦動の強さとは密接な関係をもち、砂澱の中の浮遊はしないが最もこまかい粒子が、渦動による上向の速度によつて、持ち上げられる高さや砂澱の高さとは重要な関係があるようである。

⑩ 砂澱河床または砂堆河床では、砂澱または砂堆の上流側背面が洗掘され、頂部に達した砂の粗いものは転落し、細かいものは渦動によつて巻きあげられる。このようにして砂澱あるいは砂堆は徐々に下流方向に伝播していく。

⑪ ⑦における砂面波形の下流側背面の勾配 α は渦動の強さ、および砂澱の特性に支配されるようである。

⑫ ⑦における砂面波形について、急勾配の場合には、緩勾配のときのそれと比較し、波頂部分がやや丸味をもち、水面波形の位相がやや上流側にずれているようである。

⑬ 図-(1.2.30) は遡上砂堆河床における砂面変形および水面変動をあらわす。この段階では図の (a), (b), (c) に示すように三つの形態をもっており、(a) → (b) → (c) の順序でその形態が繰り返されているようである。この場合の特性と

しては砂面変形の伝播方向が上流方向であること、砂堆の下流側背面に射流領域が発生し、跳水現象を生起して形態が移行することである。

⑭ ⑦に示した砂面変形の段階において、流量を一定に維持した場合、変形は時間の経過とともに漸次発達して、砂澁河床、または砂堆河床に成長するのであるが、この場合砂面変形の進むにしたがつて、砂面波高および波長は増大し、伝播速度は減少してくる。

⑮ 図-(1.2.44)の(A)に示す砂澁河床の形状は、⑦に示した砂面変形と比較すると、波形の下流側背面 $BB'U$ とくに $B'U$ の占める部分の波長に対する割合が大きいこと、 α_s, β_s はあまり変らないが r_s は一般に大きくなることかわかる。

⑯ 砂澁の背面の砂粒の分布状態に関しては、図-(1.2.44)の(B)で示されるように④及び⑤の部分が最も細かく、下流側背面⑥の付近で最も大きいことがわかった。

⑰ 流量が小さく、非常に緩勾配の場合の砂澁河床の形状は図-(1.2.45)の④のようになる。この場合の形状特性としては、下流側背面が大きくくぼんで、あたかも渦流を包んでいるような状態になり、渦流の効果が水面におよばないため、水面は一段と平穏になることである。

⑱ ⑰において、砂澁背面上の砂粒分布の状態は図-(1.2.45)の⑤のようになり、この場合は④および⑥において最も細かいことがわかった。

⑲ 砂澁河床は水深の増加によつて変形し、次の段階の砂澁河床が到達するまで生成発達する。このような水深の増加による砂澁河床の波形特性の変化に関し、一般的に述べると、波高、波長、および伝播速度は水面勾配を媒介変数として一定の傾向をもつようである。すなわち、波高、伝播速度は一定の水面勾配に対して水深とともに増大し、一定水深に対しては水面勾配が急になるほど増大する。一方伝播速度は一定の水面勾配に対して水深の増加とともに減少し、一定水深に対しては水面が急勾配であるほど減少するようである。

⑳ ⑮及び⑰で示した砂澁河床の形状は実験砂Ⅲによるものであり、図-(1.2.53)に示すものは実験砂Ⅳによるものである。これらを比較すると、後者は波長が波高に対して非常に大きく、また水深に対して波高が非常に小さい。

またその形状はかなり規則的であり、砂面の近傍に発生している渦流のスケールは非常に小さく、波長は非常に長い。このことは発生する渦流のスケールが砂礫の特性によつて非常に大きな影響をうけることを暗示している。

②① 平面河床第Ⅰの固定床模型をつくり、給砂して平面河床第Ⅱ、第Ⅲの状態と類似の実験をして、砂の平面移動による効果を評価したところ、砂の移動のある場合は、それのない場合に比較し、水面勾配が急になるほど、同じ水深に対する流速の減少が顕著である。

②② 図-(1.2.87) からわかるように砂澱模型の背面付近の $(P_s - P_0)/\rho g$ の値は、砂澱の谷部および頂部付近において負であり、各部から急に正になつて、下流方向に漸次減少している。またその大きさとしては $(P_t - P_s)/\rho g$ と同程度である。

②③ 砂澱模型が一個の場合には、砂澱模型の背面付近の $(P_s - P_0)/\rho g$ の値は常に正であり、その大きさは②②でのべた程度よりも大きい。

(3) 閉水路による実験

① 幅 B 、高さ $(D - \eta_0)$ の矩形断面閉水路の滑面水流について、層流領域における抵抗法則は、 $(D - \eta_0)/B = 0.25$ のときは式(1.3.4)、 $(D - \eta_0)/B = 0.50$ のときは式(1.3.5)で与えられ、乱流領域では、いずれの場合にも式(1.3.2)で示される *Blasius* の式がよく適合することがわかつた。

② 砂面変形の生成原因は、つぎの2つの場合に分けられることがわかつた。第Ⅰとして局部洗掘が与えられたとき、第Ⅱとして、水流の状態が砂面変形発生に必要な限界を越えている場合である。

③ 局部洗掘が原因でその付近に発生した砂面変形は一般に規則的に下流方向に伝播する。

④ 図-(1.3.5)及び(1.3.6)に示された結果を総合し、砂面変動の実測資料は、開水路のものよりも閉水路の方が、その実測精度の上で良好であると考えられる。

⑤ 図-(1.3.7)～(1.3.13)により砂澱の発生は $\partial U_s / \partial U_m$ または $\partial I_s / \partial U_m \rightarrow \infty$ の状態から出発することがわかつた。

⑥ 図-(1.3.19)、(1.3.20)によると、一定流量に対して、局部洗掘の

発達過程の初期の状態における流砂量 q_B はあまり変化しない。この事実および、④を考慮すると、局部洗掘の効果はその局所にかぎられ、その上下流におよばないと考えられる。

⑦ ⑥の場合、水路全面に砂面変形が生成してからのち、その波形特性の変化に関し、波長、波高、伝播速度は時間の経過とともに増大する。

第 5 節 結 語

以上によつて、砂澱の発生を中心とする砂面変動に関して、その実験の概要をのべた。実験装置の改良すべき点およびまだ実験されていない現象の展望をのべ、さらに第 2 章以下において述べる実験値の処理について二、三の方針をのべて本章の結語とする。

(1) 実験装置について

(i) 実験水路 一般に移動床の実験は、水および砂の還流水路によるべきである。流砂量の少ない現象の実験であればともかく、時間平均の定常現象が要求され、ある程度の流砂量のある実験では、上述の還流水路は必須の条件であると考えられる。本実験は水だけの還流水路で、かなりの流砂量をととなり現象を対象としているにもかかわらず、砂の補給が実施されていない実験が多い。このため、本実験は、その対象とする現象を制約すると同時に、測定範囲を時間的に限定することにより、実験水路のもつ不備を十分に考慮して実施した。

(ii) 閉水路実験 幅 20 cm に対し高さが 5 cm, 10 cm の二つの水路を用いたのであるが、水理諸量の測定精度の上から、水路の流積断面としては、20 cm × 5 cm よりも小さい方がよかつたのではないと思われる。

(iii) 測定装置 砂面波形の測定に関し、その波形の時間的变化をオウシロに記録する方法を試みたが、現段階ではその波高を評価するまでに至っていない。また流砂量に関して、本実験によれば、採砂位置より下流の現象が採砂によつて大きな影響をうけるわけであるが、運動に関与している物質をその系の外に取り出すといった方法による計測は望しいものではない。このような現象の計測に対して、最も期待されることは、ピックアップに関する工夫で、それを設置することで対象とする現象が影響されないということである。今後に行なわれた研究の方向としては、光、超音波、放射線などのこの方面への応用であろうと思われる。

(2) 現象の展望 開水路、および閉水路のいずれの場合にも、平滑河床、遊上砂堆河床の段階における現象に関しては十分な実験がなされていない。その理由は、これら以上の段階における現象になると、非常に大きな流砂量をと

ない、現段階の実験水路では、釣合の状態にあると判定しうる平滑河床、または遡上砂堆河床が得られにくいからである。これらの現象の実験的研究については今後に期待する次第である。

(3) 実験値の整理

(i) 径深 径深 R は水理学的に流水断面積 A をその潤辺 S' で除したものと定義される。いまこのように定義された物理量が水理学的にどのような意義をもっているかについて考察してみよう。

簡単のために第3節でのべたような矩形断面の閉水路の水流について考えると、潤辺のうち底面と他の三辺がその粗度を異にしている場合の等流の運動方程式は前述の式 (1.3.7) で与えられる。一方開水路実験 - BI で使用した水路は、上述の閉水路の上壁をとりはずした開水路であるが、この場合の等流の運動方程式は、式 (1.3.7) で $(D-\eta_0)$ 、 I_0 の代りにそれぞれ水深 h_0 、水面勾配 S_0 とし、右辺第二項の括弧内の第一項を省略して、

$$\frac{Ux^2}{U_m^2} = \frac{gh_0 S_0}{U_m^2} - \frac{2h_0}{B} \cdot \frac{U_*^2}{U_m^2} \quad (1.5.1)$$

で与えられる。一般の水理実験においては、両式の右辺第一項を直接的に測定し、何らかの方法によつて右辺第二項の効果を適切に評価することにより、左辺の大きさを算定する方法がとられてきた。この操作は考えている潤辺以外の潤辺による水理学的効果を取り除くことを意味している。その方法としては次のようなものが考えられる。

1) 開水路においては、水路幅 B を水深 h_0 に比較して非常に大きくすることにより、式 (1.5.1) の右辺第二項が第一項に対して省略することが可能であるような範囲において実験する。しかし、水路幅の拡大にも実験上の制限があり、一般には、この方法で技術的に十分と考えられる程度に側壁の効果を取り除く処置はとられていない。またこの方法は閉水路実験にかぎつて可能である。

ii) 考えている潤辺以外の潤辺に関して、そのおののくに直角方向の流速分布を測定し、その分布形状に流速分布に関する対数法則を適用することによつて、各潤辺の U_*' の値を算出する。この方法は最も合理的のようであるが、

一般に U_* は潤辺方向にある分布をもち、この分布を考慮しうるような実験となると、その実施が非常に困難であり、また潤辺の各部の流速分布がいずれも対数法則に従うかどうかにも問題がある。

iii) 第1章第5節の閉水路実験の実験値の処理について、すでに述べたように、潤辺の摩擦応力の分布が U_* と U_*' とからなる、いわゆる本実験と、 U_*' のみよりなる別の実験を実施し、後者の実験から U_*' の実験公式を求めて、適切な仮定のもとに式 (1.3.7) または (1.5.1) の右辺第二項を評価する。

iv) U_* と U_*' が近似的に等しいとみなす方法で、摩擦応力は全潤辺一様に分布すると仮定するわけである。このときは式 (1.3.7) および (1.5.1) はそれぞれ、

$$U_*^2 = \frac{B(D-7_0)9I_0}{2B+2(D-7_0)} = 9RI_0 \quad (1.3.7)'$$

$$U_*^2 = \frac{Bh_0 9S_0}{B+2h_0} = 9RS_0 \quad (1.5.1)'$$

となり、いずれの場合にも径深 R によつて U_* を簡単に表示することができる。またこれが径深の水理学的意義でもある。しかし移動床の水路実験のように、 U_* と U_*' とが非常に異なる場合にはこの方法は適当でない。

v) iv) を修正する方法として、*H.A. Einstein* は次の方法を提案した。⁴⁾
すなわちその思想は、各潤辺に対応する径深を予想し、それらが次式、

$$A = \sum S_n' R_n \quad (1.5.2)$$

によつて与えられると仮定した。例えば、上述の開水路についていえば、

$$Bh_0 = BR + 2h_0 R_w \quad (1.5.3)$$

とし、 R, R_w をそれぞれ B, h_0 に対する径深とするわけである。そして側壁に対しては例えば *Manning* の平均流速公式、

$$R_w = \left(\frac{n U_m}{\sqrt{S_0}} \right)^{3/2} \quad (1.5.4)$$

を適用し、所要の径深 R は式 (1.5.3), (1.5.4) から R_w を消去して算出するわけである。しかしこの方法による側壁の効果の評価については、式 (1.5.2) の仮定がはいるわけであるが、現在のところこの仮定の水理学的意義が明確でな

い難点がある。

以上、考えている渦辺以外の渦辺の効果をいかに評価するかについて考察したが、本研究における開水路実験および閉水路実験ではそれぞれⅦおよびⅢの方法を適用した。ただし開水路実験における R_w の算定に対してはManningの公式を適用し、いずれの実験に対しても $n=0.01$ を用いた。本研究の実験値の整理にⅦ、Ⅲなど、異なつた思想による方法を採用した理由は、思想の統一よりも、むしろおのおのの場合において、現段階における最も合理的な方法を採用しようとの考えからである。

(何) 粒径 使用砂は付表-(1,2,1)に示すように、比較的一様な粒径をもつ混合砂である。砂の全体としての水理学的特性を代表する重要な要素の一つとして、一般に砂粒の代表的大きさ、すなわち中央粒径、平径粒径などが定義されている。本研究においてはとくに中央粒径を採用した。その理由は、本研究を他の研究者の研究と比較するにはこの方が便利であつたからで、水理学的意味はない。本研究にでてくる粒径 d は、とくにことわりのない限り d_{50} を意味する。

(ハ) 沈降速度 砂の静水中の沈降速度 w は実測値ではなく、おのおのの使用砂の中央粒径を用い、鶴見博士が提案された公式を用いて計算されたものである。²⁴⁾

参 考 文 献

- 1) G.K. Gilbert: The Transportation of Debris by Running Water, United State Geological Survey Professional Paper 86, 1914.
- 2) A. Shields: Engineering Hydraulics: by Rouse, H., John Wiley & Sons, New York and Chapman & Hall, Ltd., London, 1950, p.770.
- 3) A.A. Kalinske: Movement of Sediment as Bed-Load in River, Transaction, A.G.U. Vol. 28, No.4, 1947.
- 4) H.A.Einstein: The Bed-Load Function for Sediment Transportation, Technical Bulletin, No.1026, U.S.Dept. of Agriculture, 1950.
- 5) 椿東一郎: 水路床砂礫の掃流量について, 九大流体工学研究所報告, 第7巻, 第4号, 昭.26, PP.25~38.
- 6) Langbein, W.B.: Hydraulic Criteria for sand-waves, Trans. A.G.U., 1942, PP. 615~618.
- 7) H.K.Liu: Mechanics of sediment-ripple formation, Pro. A.S.C.E., Vol. 83, No. HY2, 1957, pp. 1~23.
- 8) 杉尾椿三郎: 堰による堆砂現象に関する研究, 昭.35年.
- 9) A.G. Anderson; The Characteristics of Sediment waves formed by the Flow in open Channels, Pro. Third Midwestern Conf. On Fluid Mechanics, 1952.
- 10) F.M.Exner: Über die wechselwirkung Zwischen Wasser und Geschiebe in Flssen, Sitzenberichte der Academie der Wissenschaften, Wien, Heft 3-4, 1925.
- 11) J.Nikuradse: Strömungsgesetze in rauhen Rohren, Forschungs-heft 361, 1933.
- 12) 安芸岐一: 河相論, 昭.19年.
- 13) Helmholtz: Hydrodynamics by H.Lamb, Sixth edition, Dover, New York, p.374.

- 14) L.Prandtl: Fluid Dynamics, Hanfner Publishing Co., New York, 1952,
P.50.
- 15) H.Rouse: Elementary Mechanics of Fluids, John Wileyand Sons, 1947.
- 16) 永井莊七郎: 遼河河床砂礫の移動に関する研究, 土木学会誌第27巻1号, 昭16年1月.
- 17) A.Schoklitsch: Über Schleppkraft und Geschiebepbewegung, 1914.
- 18) 岩垣雄一: 雨水流による地面浸食機構に関する基礎的研究, 1955.
- 19) T.Tsubaki, T. Kawasumi and T.Yasutomi: On the Influences of Sand
Ripples upon the Sediment Transport in Open Channels, Report of
Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Vol.
I, No. 8, 1953.
- 20) John P. Craven: The Transportation of Sand in Pipes, Proceedings
of the Fifth Hydraulics Conference, State University of Iowa, June
9-11. 1952.
小川 元: 管内における浮遊流砂の流砂量について, 土木学会誌, 第40巻第9号, 1955. pp.7-10.
- 21) 小川 元: 管による掃流砂量について, 第7回海岸工学講演会講演集, 昭和35年11月.
- 22) Timoshenko and J.N.Goodier: Theory of Elasticity, New York Toronto
London McGraw-Hill Book Com., p.278.
W.M.Owen: Laminar to Turbulent Flow in a Wide Open Channel, A.S.C.E.
Transaction, Vol.119, 1954, p.1157.
- 23) 岩垣雄一, 土屋義人: 水門から噴出するWall Jet による洗掘限界について, 京
都大学防災研究所年報, 第3号, 昭和34年12月.
- 24) 鶴見一之: 沈降速度の理論及び実験, 土木学会誌, 18巻10号, 昭和7年.

第2章 平面河床の水理学的特性に関する研究

第1節 概 要

本章では移動床の特異現象である平面河床第Ⅰ，第Ⅱ，第Ⅲの状態における水流の抵抗法則および流砂量の法則を明らかにすることをその目的とする。

適用される実験資料は第1章で述べた著者の実験資料，*G.K. Gilbert*，安芸博士らの実験資料のうち平面河床の状態で得られたものを対象とした。ただし著者の実験資料のうち固定床を用いて得られたものは便宜上平面河床で得られた資料として取り扱うことにする。

砂の移動を含んだ流れの問題は一般に非常にむずかしいが、現象の解析に従来から適用されている方法は次に示す三つの方法がある。第一は広範囲の実験を系統的に実施し、その測定結果を次元解析的に処理して現象の一般的な特性を把握する方法、第二には現象の観察から出発し、現象の場を幾何学的に抽象化して、ある合理的な二、三の仮定のもとに理論を誘導し、その結果を実験資料によつて検証する方法、第三は第一、第二を混用して現象を把握する方法である。本章の第2節および第3節ではそれぞれ第一および第三の方法を採用し、水流の抵抗法則と流砂量、および流砂の理論的解析を実施した。また第4節では第2節で得られた水流の抵抗法則をとりあげ、自由表面の効果を代表すると考えられる無次元量 F_R 数がどのような役割をもつかを追求した。

本章で得られた水流の抵抗法則は第3章で述べる砂面の不安定性に関する理論に適用され、砂澱の発生限界が解析される。さらに自由水面の効果としての F_R 数はここでふたたび取りあげられ、砂澱の発生に対して自由水面の存在がどのような効果をもつかを明らかにする。

第 2 節 次元解析法による考察

一般に、移動床上の流れは土砂の輸送をともなうが、このような流れによつて引き起こされる諸現象は非常に複雑であるため、その解析的な取扱いは極めて困難である。それは、

- 1 現象に関係する物理量が非常に多いこと。
- 2 河床の形態の変化が流れの関数であること。
- 3 砂面が変形すると一般に水流の渦動現象をともない、それが非常に不安定である。
- 4 浮遊ならびに掃流による土砂の輸送現象をともない、浮遊砂による濃度分布をもつのみならず、その濃度の程度によつて水の液体としての物性に変化する。

などのような原因によるわけである。そこでこれらの難解な現象の大要を把握するため、本節では次元解析の方法を適用した。

1 次元解析の方法

一般に物理学上の法則をあらわす方程式においては、その式の各項の次元 (*Dimension*) はすべて相等しくなければならない。逆にこの性質を利用して、その物理現象に関係する諸量の間の未知の関係をある程度まで推知することができる。このような物理現象の解析方法は一般に次元解析とよばれる。ある物理現象について系統的な実測を行なうと、その現象がどのような物理量に関係するかを知ることが可能であり、この関係の模様、すなわち関数形を求めることが実験研究の一つの大きな目的である。この関数形は測定結果をグラフに描いたままでも明瞭であり、実用的にも役立つが、上述したような物理式のもつ特性を基礎にして誘導された π (パイ) 定理を使つて、これら物理量による無次元関数形を得ると、その整理が一層便利で合理的である。つぎに π 定理の大要について述べよう。

一つの物理現象に関する n 個の基本的な量 A_1, A_2, A_3, \dots の間に、

$$f(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n) = 0 \quad (2.2.1)$$

の関係があり、これらの基本量を構成する次元の数が m 個であると、式 (2.2.1)

は、これと等価の関係式、

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) = 0 \quad (2.2.2)$$

にかきかえられる。ただし、 π はいずれも $(m+1)$ 個以下の基本量から構成され、その次元は零である。これは *Buckingham* の π 定理と呼ばれている。

π 定理の適用にあたって注意すべき二、三の事項をのべよう。

i) $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}$ はたがいに独立でなければならない。そして一般につぎのように表わせる。

$$\pi_1(A_1, A_2, \dots, A_m, A_{m+1})$$

$$\pi_2(A_1, A_2, \dots, A_m, A_{m+2})$$

$$\pi_{n-m}(A_1, A_2, \dots, A_m, A_n)$$

ii) 流体運動に関する物理量は一般に次のように分類される。

(イ) 幾何学的形状を定める長さを示す量

(ロ) 力学的特性を示す量

(ハ) 流体の物理的性質を示す量

(ニ) 河床物質 (*Sediment*) の物理的性質を示す量

iii) n 個の基本量 A_1, A_2, \dots, A_n は、前項 ii) の (イ), (ロ), (ハ)

(ニ) のうちから選定し、かつたがいに独立なものでなければならない。

iv) i) 項の反復変数 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$ は、ii) 項の (イ) ~ (ニ) のうちから一つずつ選定することが望ましい。

2 固定床上の流れの抵抗法則

平面河床第Ⅲの状態は現象段階的に平面河床第Ⅰ、さらに平面河床第Ⅱの状態につづいて現われる。平面河床第Ⅰの状態における流れは固定粗面上の流れと定性的には全く同じ現象であると考えられるが、人工的な固定粗面ではたとえ砂の種類が同一であつても、砂面の製作の方法などによつて幾何学的な粗度を異にするため、一般には平面河床第Ⅰの状態にある粗面とは、その性質を異にしている。しかし、従来から移動床上のこのような流れによるいろいろの現象を解明するには、現象が簡単であり、いままでかなりよく研究されて、その現象の特性が明らかにされている固定粗面上の流れと比較対比して、その研究

がすすめられてきた。本研究においても，移動床における流れの諸現象を解析するための基礎的な研究として，開水路実験－B IIに示したように，固定粗面上の流れ，およびこの粗面上の流れに給砂して，砂面が変形することなく砂が平面のまま移動していく状態に着目し，この状態における砂の流れが水流におよぼす効果について実験的検討を試みた。さらに閉水路では，三辺を滑面，底面は移動床として，矩形断面閉水路内の移動床に引き起こされる諸現象を研究の対象としたのであるが，この場合，固定した潤辺が流れにおよぼす効果を評価して，それを取り去ることにより閉水路内の移動床におこるいろいろの現象が流れにおよびす効果を見出すことが必要であつた。そこで本項では，開水路実験－B II，および四辺鉄板の矩形断面閉水路で得られた実験結果を次元解析的に整理して，開水路，および閉水路における固定粗面ならびに滑面上の流れに関する従来の研究を批判するとともに，これらを総括した。

(1) 開水路水流の抵抗法則

(a) 無次元関数形の誘導

開水路における固定床上の一般的な流れとして，幅の広い矩形断面の固定粗面上の水流に砂が供給され，それが堆積することなく移動している状態を想定し，この場合の水流の抵抗法則を求めることにする。ただし現象は二次元的であるとする。砂面が水流によつて受ける抵抗に関する物理量について考察すると，

i) 幾何学的形状を定める長さを示す量

h_m : 断面平均水深

ii) 力学的特性を示す量

U_m : 断面平均流速， g : 重力の加速度

q_B' : 単位幅給砂量 τ_0 : 摩擦応力

iii) 流体の物理的性質を示す量

ρ : 水の密度 μ : 粘性係数

iv) 砂の特性を示す量

$\sigma - \rho$: 砂の水中における密度， d : 砂の中央粒径

β_B : 砂の混合特性（均等比をとる），

が考えられる。

したがって現象を規定する関数式として、

$$f_1\{\tau_0, hm, U_m, g, g_B', \rho, \mu, (\sigma-\rho), d, \beta_s\} = 0 \quad (2.2.3)$$

が得られる。 β_s は無次元量であることを考慮し、 U_m, hm, ρ を反復変数として、パイ定理により、この現象に関係する独立な無次元変数による関数式を求めると、 $U_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ 、 $\nu = \mu/\rho$ であるから、

$$f_2\left\{\frac{U_m}{U_*}, \frac{U_m}{\sqrt{ghm}}, \frac{U_m hm}{\nu}, \frac{U_m hm}{g_B'}, \frac{\rho}{\sigma-\rho}, \frac{hm}{d}, \beta_s\right\} = 0 \quad (2.2.4)$$

をうる。砂の混合特性として、その均等比が1に近いものを用いると $\beta_s \approx 1$ であるから、これを省略し、さらに水深の代りに径深 R を用いると、式(2.2.4)は、

$$f_3\left\{\frac{U_m}{U_*}, \frac{U_m}{\sqrt{gR}}, \frac{U_m R}{\nu}, \frac{U_m R}{g_B'}, \frac{\rho}{\sigma-\rho}, \frac{R}{d}\right\} = 0 \quad (2.2.5)$$

となる。つぎに、 $U_m R/\nu$ 、 $U_m R/g_B'$ 、および $\rho/(\sigma-\rho)$ の代りに、それぞれ $U_R^* d/\nu$ 、 $g_B'/(gd^3(\sigma/\rho-1))^{1/2}$ および $U_R^{*2}/gd(\sigma/\rho-1)$ を用い、

$$\frac{U_m}{\sqrt{gR}} = \bar{F}, \quad \frac{g_B'}{\{gd^3(\sigma/\rho-1)\}^{1/2}} = \Phi', \quad \frac{U_R^{*2}}{gd(\sigma/\rho-1)} = \Psi$$

とおけば、式(2.2.5)は

$$f_4\left\{\frac{U_m}{U_R^*}, \bar{F}, \frac{U_R^* d}{\nu}, \frac{R}{d}, \Phi', \Psi\right\} = 0 \quad (2.2.6)$$

となる。式(2.2.6)に示された、おのおのパイ項につき、その物理的意味について考察してみよう。

U_m/U_R^* : 底面に働く摩擦応力が流れの平均流速の二乗に比例するとした場合、その比例常数に相当し、 $\tau_0 = f\rho U_m^2/8$ で定義される摩擦抵抗係数 f であらわすと $\sqrt{8/f}$ に等しい。

\bar{F}_R : 水流のFroude数である。流れの状態をあらわす重要な無次元量の一つで、自由水面の存在による重力の水理学的効果を代表する。

$U_R^* d / \nu$: 底面の水理学的粗滑の程度をあらわす。

R/d : 底面の幾何学的粗滑の相対的大きさをあらわす。

Φ' : 給砂量の相対的な大きさをあらわす。

ψ : 底面に働く摩擦応力と砂の抵抗力の比をあらわし、 τ_0 の相対的大きさをあらわすと同時に、砂の移動の難易をあらわす。

以上によつて明らかなように、この場合の流れの抵抗法則をあたえる摩擦抵抗係数の関数形は、式(2.2.6)から U_m/U_R^* を従属変数の無次元量として、

$$\frac{U_m}{U_R^*} = f_5 \left\{ \bar{R}, \frac{U_R^* d}{\nu}, \frac{R}{d}, \Phi', \psi \right\} \quad (2.2.7)$$

で与えられる。

(b) 従来の研究の次元解析的考察

(1) 給砂のない場合

この場合には、砂の補給に関する物理量はとりのぞかれ、式(2.2.5)および式(2.2.6)の左辺のバイ項のうち、それぞれ才4, 5項および才5, 6項は省略される。

i) 層流

流れが層流の状態のときは、式(2.2.5)において、水の粘性を示す無次元量 $U_m R / \nu$, すなわち Reynolds 数 Re による効果が卓越し、 F_R , および R/d の効果は省略されて、

$$\frac{U_m}{U_R^*} = \sqrt{\frac{Re}{3}} \quad (2.2.8)$$

となる。式(2.2.8)は Navier-Stokes の運動方程式を積分して求められた理論式である。式(2.2.8)より f を求めると、

$$f = \frac{24}{Re} \quad (2.2.9)$$

となる。式(2.2.9)は前にのべた式(1.3.6)と同じ関係式をあらわす。

ii) 滑面乱流

滑面乱流の場合には、式(2.2.5)の左辺のバイ項のうち才6項も省略されて、 U_m/U_R^* は一般に Re , F_R の関数となる。

自由表面の効果が小さい場合には， F_R 数も省略され U_m/U_R^* は Re のみの関数となるが，この場合の開水路水流に対しては，円管内の滑面乱流の対数法則が適用され，

$$\frac{U_m}{U_R^*} = 3.0 + 5.75 \log \frac{U_R^* R}{\nu} \quad (2210)$$

となる。 $U_R^* R/\nu = (U_m/U_R^*)^{-1} Re$ ，および式 (2210) より f を求めると，

$$1/\sqrt{f} = 0.141 + 2.03 \log(Re \sqrt{f}) \quad (2211)$$

となる。 $Keulegan$ は断面の形，自由水面及びせん断力の不均一性の効果をあらわす項としてそれぞれ 2.5β および $-\bar{\epsilon}(U_m/U_R^*)$ を式 (2210) に付加し，

$$U_m/U_R^* = 3.0 + 5.75 \log U_R^* R/\nu + 2.5\beta - \bar{\epsilon}(U_m/U_R^*) \quad (2212)$$

を提案している。¹⁾ ここに， β ， $\bar{\epsilon}$ は係数であり， β は矩形断面の場合

$\beta = \log_e \{1 + (2hm/B)\} - (hm/B)$ としている。つぎに，岩垣博士は円管内の乱流の式 (2210) に自由表面の効果を導入し，次式を提案している。²⁾

$$\left. \begin{aligned} U_m/U_R^* &= A_s - 2.5 + 5.75 \log U_R^* R/\nu \\ \text{ただし, } \bar{R} \leq 0.89 \text{ のときは } A_s &= 6.3 \\ \bar{R} > 0.89 \quad \quad \quad A_s &= 6.0 - 5.75 \log \bar{R} \end{aligned} \right\} \quad (2213)$$

この場合の f は，式 (2213) より，

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = A_s(\bar{R}) - 2.5 + 5.75 \log \left(\sqrt{\frac{f}{8}} \cdot Re \right) \quad (2214)$$

となる。

iii) 粗面乱流

粗面乱流の場合には，式 (226) によつて明らかであるように， U_m/U_R^* は一般に F_R ， $U_R^* d/\nu$ ， R/d の関数となる。

流れが，水理学的に完全粗面流れで，かつ自由表面の効果が小さい場合には， $U_R^* d/\nu$ 及び F_R は省略されて， U_m/U_R^* は R/d のみの関数となり，この場合の開水路水流に対して，ii) の場合と同様に，円管内の粗面乱流の対数法則が適用され，

$$U_m/U_R^* = 6.0 + 5.75 \log R/d \quad (2215)$$

となる。³⁾ 式 (2215) から f を求めると，

$$1/\sqrt{f} = 2.12 + 2.03 \log R/d \quad (2216)$$

となる。Keulegan は滑面乱流の場合と同様に断面の形，自由水面およびせん断力の不均一性の効果を考慮し，

$$U_m/U_R^* = 6.0 + 5.75 \log R/d + 2.5\beta - \bar{E}(U_m/U_R^*) \quad (2217)$$

を提案している。¹⁾ また岩垣博士は式(2215)に自由表面の効果，および流れの水理学的粗滑の程度を導入し，次式を提案している。²⁾

1) $U_R^* d/\nu < 33$ この場合は R/d の効果は省略され，流れは式(2213)に示された滑面乱流の式にしたがう。

2) $33 < U_R^* d/\nu < 51.1$ この場合は，いわゆる粗滑遷移領域で， $U_R^* d/\nu$ の効果は省略されず，次式における Ar は一般に $U_R^* d/\nu$ 及び F_R の関数であるが，実験式としては，

$$\frac{U_m}{U_R^*} = Ar - 2.5 + 5.75 \log \frac{R}{d}$$

ただし， $F_R \leq 0.89$ のときは， $Ar = 9.3$

$$F_R > 0.89 \text{ のときは， } Ar = 9.0 - 5.75 \log \bar{F}_R + 1.2 (\log \bar{F}_R)^2$$

となる。この場合の摩擦抵抗係数 f は，一般に

$$\sqrt{\frac{\theta}{f}} = Ar(\bar{F}_R, \frac{U_R^* d}{\nu}) - 2.5 + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2219)$$

となる。

3) $U_R^* d/\nu > 51.1$ この場合は，いわゆる水理学的完全粗面領域でこの領域では $U_R^* d/\nu$ の効果は省略される。

$$\frac{U_m}{U_R^*} = Ar - 2.5 + 5.75 \log \frac{R}{d}$$

ただし， $\bar{F}_R \leq 0.89$ のときは， $Ar = 10$

$$\bar{F}_R > 0.89 \quad " \quad , Ar = 9.7 - 5.75 \log \bar{F}_R + 1.2 (\log \bar{F}_R)^2$$

となる。この場合の f は，

$$\sqrt{\frac{\theta}{f}} = Ar(\bar{F}_R) - 2.5 + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2221)$$

となる。

以上は，流れの抵抗法則を，流速分布に関する対数法則から誘導された平均流速公式によつてのべた。しかして，平均流速公式には，その代表的なものとして，さらに *Chezy* および *Manning* などの公式がある。つぎにこれらについてみよう。

Chezy の常数を C ，摩擦抵抗係数を f とすると，

$$\frac{U_m}{U_R^*} = \frac{C}{\sqrt{g}} \quad (2.2.2.2)$$

$$f = \frac{8g}{C^2} \quad (2.2.2.3)$$

となる。

Manning の粗度を n とすると，

$$\frac{U_m}{U_R^*} = R^{\frac{1}{6}} \cdot \frac{1}{n\sqrt{g}} \quad (2.2.2.4)$$

$$f = 8n^2gR^{-\frac{1}{3}} \quad (2.2.2.5)$$

となる。

(2) 給砂のある場合

流れに砂が供給される場合の流れの抵抗法則は，一般に式 (2.2.5) または式 (2.2.6) によつてあらわされる。

i) 層流

流れが層流の場合には，給砂による効果は省略されるようである。そしてその抵抗法則は (1) の場合と同様になり，式 (2.2.8) または式 (2.2.9) によつて与えられる。

ii) 滑面乱流

滑面乱流に砂を流した場合の流れの抵抗法則は，式 (2.2.6) によつて与えられる。しかし，一般に砂が移動している状態においては，粘性による効果は重要でないと考えられる。そこで現象を支配する一次的な量に対して，無次元量 $U_R^* d/\nu$ を二次的な量として省略することになると， U_m/U_R^* は一般に $F_R R/d$ ， $\Phi' = q'_B / \{9d^3 (\sigma/\rho - 1)\}^{1/2}$ ，および ψ の関数となる。

石原，岩垣両博士および末石氏は土砂を含んだ流れの特性を見出すために，滑面水路を用いて，底面に砂が堆積することなく，限界と思われるまでなるべく多くの砂を流すようにして実験し，つぎの関係をj得ている。⁴⁾

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_m}{U_R^*} &= 6.0 + 5.75 \log \frac{R}{k_s} \\ \log \frac{k_s}{d} &= 1 + 0.769 \log \psi \end{aligned} \right\} \quad (2.2.26)$$

$$\sqrt{\frac{\Phi}{f}} = 0.25 + 5.75 \log \frac{R}{d} - 4.43 \log \psi \quad (2.2.27)$$

式(2.2.26)によると， U_m/U_R^* は R/d 及び ψ の関数として提案されている。したがって，この場合は Φ' および F_R が省略されているわけであるが， Φ' の省略の根拠はその実験方法から明らかである。すなわち，そのときの ψ によつて規定される流砂量の無次元量 Φ が，

$$\Phi = \frac{g_B}{\{gd^3(\sigma/\rho - 1)\}^{1/2}} \quad (2.2.28)$$

であらわされると， $\Phi'/\Phi = 1$ のような実験方法がとられているからである。

iii) 粗面乱流

粗面乱流に砂を流した場合の抵抗法則は，一般に式(2.2.7)によつて与えられる。 Φ が ψ の関数であるとして式(2.2.7)を変形すると，

$$\frac{U_m}{U_R^*} = f_0 \left\{ F_R, \frac{U_R^* d}{\nu}, \frac{R}{d}, \frac{\Phi'}{\Phi}, \psi \right\} \quad (2.2.29)$$

となる。

(c) 実験結果の考察

(1) 開水路実験 - B II の実験 a この場合は固定粗面上の流れの抵抗法則をその研究対象としている。そしてこの場合は前項(b)の(1)において，その次元解析的考察をした。これを基礎にして実験資料を整理することにする。

付表一(1.2.1.3)に示されているように，実験範囲は $1.64 \times 10^4 < Re < 1.054 \times 10^4$ ， $1.37 < U_R^* d/\nu < 14.62$ であるから，流れの状態としては，層流 ($Re < 500$) と乱流 ($Re > 500$) がともに含まれ，面の水理学的粗滑の状態は，粗面の効果があらわれない領域 ($U_R^* d/\nu < 3.3$) と粗滑遷移領域 ($3.3 < U_R^* d/\nu < 51.1$) である。まず実験結果から層流領域の資料のみを

とりだし、 U_m/U_R^* と Re との関係を点描すると図 - (221) のようになる。図に示した直線は式 (228) を示す。実験値は式 (228) とよく一致し、層流領域では U_m/U_R^* は *Froude* 数にも、面の粗滑にも関係せず、 Re のみによつて規定されることがわかつた。

つぎに乱流領域の資料のみをとりだし、式 (2218) のオー式と同じ関係式、

$$\frac{U_m}{U_R^*} = Ar - 2.5 + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2230)$$

によつて逆算される Ar が、 $U_R^* d/\nu$ とどのような関係をもっているかを示すと、図 - (222) のようになる。図の直線は自由表面の効果のない滑面乱流の抵抗法則の式 (2210) を示し、 $Ar = 5.5 + 5.75 \log U_R^* d/\nu$ で与えられる。図に示されているように、 $U_R^* d/\nu < 33$ の領域にある資料は少なく、一般に乱流になるとすぐに面の粗さの効果があらわれること、また乱流領域の資料の大部分は粗滑遷移領域にあることがわかる。図 - (223) はこれらの資料を Ar と Fr について点描したもので、折線は岩垣博士が提案した式 (2218) をあらわす。さらに同じ資料を U_m/U_R^* 、 R/d によつて点描すると図 - (224) のようになる。直線は、自由表面の効果がないとした場合の完全粗面流の抵抗法則の式 (2217) をあらわす。ただし、 $\beta = 1.0$ 、 $\bar{\epsilon} = 0$ とする。図 - (222)、(223)、(224) の点描においては、水面的配 θ の変化を記号的に区別した。図 - (223) に示されているように、 $Fr < 0.7$ の領域の点描は岩垣博士の提案した実験式 (2218) とはかなり異なつた傾向をとるようである。岩垣博士の実験では $Fr < 0.7$ の範囲の測点が少ないので、この傾向の相違を説明することができない。そこで本研究では、これらの資料を用い、粗滑遷移領域における流れの抵抗法則をあらわす実験式を求めることにした。

この場合の U_m/U_R^* は (b) の (1) の *iii*) のべたように一般に Fr 、 $U_R^* d/\nu$ 及び R/d の関数と考えられる。そこでこの関数形を決定するため、図 - (222)、(223) 及び (224) に示すように点描したわけであるが、 U_m/U_R^* はあきらかに上述の三つの変数の関数であることがわかる。さて、

図-(223)の点描を水面勾配別に見ると、すべての実験値はおのこの勾配に対して一つの直線上にのっているようである。すなわち勾配を媒介変数として F_R が増加すれば Ar は急激に増加することがわかる。しかし各勾配に対して、 Ar の増加による F_R の増加は非常に微小なので、ここでは一応、 F_R の変化を無視することにする。換言すると、各勾配の実験値はおのこの一つの F_R に対応していると思なすわけである。以上の考察をもとにして図-(222)をみると、実験値の概略的な傾向としてつぎのことがわかる。すなわち、 F_R を媒介変数として、 Ar は $U_R^* d/\nu$ の増加とともに直線的に減少することである。この直線的関係は次式で与えられる。

$$Ar = a_1 + b_1 \log \frac{U_R^* d}{\nu} \quad (2231)$$

式(2231)において $b_1 = -20.4$ であり、 a_1 は F_R の関数と考えることができる。実験値によつて計算される $a_1 = Ar + 20.4 \log U_R^* d/\nu$ と、 F_R を点描すると図-(225)のようになる。実験値の多小の散乱はあるが、次の関係式、

$$a_1 = 13.9 + 7.65 F_R \quad (2232)$$

は点描の大略の傾向をよくあらわしている。式(2232)の a_1 を式(2231)に代入し、式(2231)の Ar を式(2230)に代入すると、

$$\frac{U_m}{U_R^*} = 11.3 + 7.65 F_R - 20.4 \log \frac{U_R^* d}{\nu} + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2233)$$

となる。式(2233)を使用して算出された U_m/U_R^* と実測の U_m/U_R^* とを比較すると図-(226)のようになる。

(2) 開水路実験 - B II の実験 b この場合は固定粗面上の流れに砂を流した場合の流れの抵抗法則をその研究対象としている。この場合については、前項(b)の(2)において、その次解析的考察をした。ここでは、実験aと同様に、これらの基礎的考察をもとにして実験結果を整理することにした。

付表-(1213)に示されているように、実験範囲は $6.53 \times 10^3 < Re < 1.41 \times 10^4$, $4.55 < U_R^* d/\nu < 133,88 \times 10^{-3}$, $< \Phi'/\Phi < 224$ である。そこで実験範囲では流れは乱流で、粗滑遷移の状態であることがわかる。この

場合には，前述したように， U_m/U_R^* の関数式は式（2229）によつて与えられる。そこで，実験 α を参照し，この場合にも式（2230）のような R/d の対数式によつてあらわしうるとみなし， U_m/U_R^* と R/d との関係を Φ'/Φ を媒介変数として点描すると図 -（227）のようになる。図の直線は式（2217）をあらわす。ただし， $\beta = 1$ ， $\bar{e} = 0$ とする。この図によると， Φ'/Φ の値が漸次大きくなつて 1.0 程度になると， Ar の値の散乱はかなり縮少するようである。そこで，ここでは主として $0.8 < \Phi'/\Phi < 1.2$ の測点を重視して，測点を整理することにした。この範囲の実験は，そのときの掃流力 ψ によつて規定される流砂量とほぼ同じ大きさの給砂がなされていることを示す。そこでこの場合に対しては，式（2229）における給砂量 Φ'/Φ は，他の無次元量の関数となると考えられるので，これを省略することができる。このようにして Ar は一般に F_R ， $U_R^* d/\nu$ ， ψ などの関数となる。 Ar を水路勾配別に $U_R^* d/\nu$ によつて示すと，図 -（228）のようになる。図の直線（2210）は滑面固定床における関係を示す。給砂のない場合に得られた図 -（222）に比較し，この場合にも Ar は， F_R 数が一定のとき， $U_R^* d/\nu$ の増加によつて減少するようである。しかし，この場合には，実験値がかたまり，勾配すなわち F_R 数による効果が小さくなつていくようである。つぎに砂が移動している状態においては，粘性による効果は重要でないと考えられる。そこで現象を支配する一次的な量に対して，無次元量 $U_R^* d/\nu$ を二次的量として省略すると， Ar は F_R 及び ψ のみの関数となる。図 -（229）は Ar と ψ の関係を水路勾配別に示した。実験 α と同様に，一つの水路勾配に対する実験値の F_R 数の変化を無視すると，各水路勾配はおのこの特定の F_R 数に対応していると考えられる。図 -（229）によると，実験値は水路勾配，したがつて F_R 数を媒介変数として， ψ が増加すれば Ar がほぼ直線的に減少することがわかる。実験値は $0.4 < \Phi'/\Phi < 1.6$ の範囲であるが $0.8 < \Phi'/\Phi < 1.2$ の範囲のものを重視して，この傾向を示すと図の直線のようになり，次式で与えられる。

$$Ar = a_2 + b_2 \log \psi \quad (2234)$$

式（2234）において $b_2 = -7.70$ であり， a_2 は F_R の関数と考えることが

できる。実験値によつて計算される $a_2 = Ar + 7.70 \log \psi$ と、 FR 数との関係を示すと図 - (2210) のようになる。 $0.8 < \Phi'/\Phi < 1.2$ の測点を重視すると、実験値の多小の散乱はあるが、次の関係式、

$$a_2 = 0.7 FR^{3.1} \quad (2235)$$

は点描の大略の傾向をよくあらわしている。式 (2235) の a_2 を式 (2234) に代入し、式 (2234) の Ar を、式 (2230) に代入すると、

$$\frac{U_m}{U_R^*} = -2.5 + 0.7 FR^{3.1} - 7.70 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2236)$$

が得られる。式 (2236) によつて算出された U_m/U_R^* と実測値 U_m/U_R^* を比較すると、図 - (2211) のようになる。

式 (2233) 及び (2236) を比較することにより、本実験の範囲内で得られる一般的傾向をあげると、つぎのようになる。

- i) 両者ともに、 R/d または ψ の効果が卓越するときは、 U_m/U_R^* は $\log R/d$ ととも直線的に増大し、 $\log \psi$ の増大とともに直線的に減少する。また FR 数の増大 ($0.5 \sim 1.5$) は U_m/U_R^* を増加させる傾向をとる。
- ii) 式 (2236) は $0.8 < \Phi'/\Phi < 1.2$ の範囲の実験値を重視して提案された実験式なので、 Φ'/Φ の値が減少するにしたがつて、実験値は式 (2236) からはずれ、給砂のない場合の実験式として提案された式 (2233) に近づくことが予想される。

(ロ) 閉水路水流の抵抗法則

(a) 無次元関数形の誘導

固定粗面の潤辺をもつた任意断面一様閉水路内の水流の抵抗法則について考える。この場合の潤辺が受ける抵抗に関する物理量について考察すると、(1) の場合と同様に、

- i) 幾何学的形状を定める長さを示す量

R : 径深, S' : 潤辺,

- ii) 力学的特性を示す量

U_m : 断面平均流速, τ_0 : 摩擦応力

iii) 流体の物理的特性を示す量

ρ : 水の密度, μ : 粘性係数

iv) 砂に関する特性を示す量

d : 砂の中央粒径

が考えられる。したがって現象を規定する関数式として,

$$\varphi_1(\tau_0, R, S', U_m, \rho, \mu, d) = 0 \quad (2.2.37)$$

が得られる。 U_m, R, ρ を反復変数として, パイ定理により, この現象に関する独立な無次元変数による関数式を求めると,

$$\varphi_2\left\{\frac{U_m}{U_*}, \frac{R}{S'}, \frac{U_m R}{\nu}, \frac{R}{d}\right\} = 0 \quad (2.2.38)$$

が得られる。

さらに $U_m R / \nu$ の代りに $U_* d / \nu$ を用いると,

$$\varphi_3\left\{\frac{U_m}{U_*}, \frac{R}{S'}, \frac{U_* d}{\nu}, \frac{R}{d}\right\} = 0 \quad (2.2.39)$$

となる。式 (2.2.38) 及び (2.2.39) に示された, おのおののバイ項につきその物理的意味を考察しておこう。

U_m / U_* : 開水路における U_m / U_* と同じ性質のもので, 摩擦抵抗係数 f によつても表現できる。

R / S' : 閉水路の断面形状に関する無次元量で, 円形断面のときは

$R / S' = 1/4 \pi$ で常数となり, 幅 B , 高さ $(D - \eta_0)$ の矩形断面のときは $(D - \eta_0) / B$ の関数となる。

$U_m R / \nu$: 水の粘性の効果をあらわし, *Reynolds* 数と呼ばれる。

$U_* d / \nu$: 面の水理学的粗滑の程度をあらわす。

R / d : 面の幾何学的粗滑の程度をしめす。

以上によつて明らかであるように, この場合の流れの抵抗法則をあたえる摩擦抵抗係数の関数形は, 式 (2.2.39) で U_m / U_* を従属変数の無次元量として

$$\frac{U_m}{U_*} = \varphi_4\left\{\frac{R}{S'}, \frac{U_* d}{\nu}, \frac{R}{d}\right\} \quad (2.2.40)$$

で与えられる。

(b) 従来の研究の次元解析的考察

i) 層 流

流れが層流の状態のときは，式 (2.2.3.8) において，面の粗滑をあらわす R/d の効果は省略され， U_m/U^* は一般に R/S' ， $U_m R/\nu$ の関数となる。円管内の流れにおいては， R/S' は前述のように常数 $1/4\pi$ となるので， U_m/U^* は $Re = U_m R/\nu$ のみの関数となり，式 (1.3.3) のようにあらわされる。式 (1.3.3) より摩擦抵抗係数 f を求めると，

$$f = \frac{16}{Re} \quad (2.2.4.1)$$

となる。幅 B ，高さ $(D - \eta_0)$ の矩形断面閉水路の場合は，前述の式 (1.3.4) (1.3.5)，(1.3.6) によつてあらわされる。これらの関係式から f を求めると，

$$f = \frac{8M}{Re} \quad (2.2.4.2)$$

となり， M は前述のように R/S' ，すなわち $(D - \eta_0)/B$ の関数となる。式 (1.3.3)，(1.3.4)，(1.3.5)，および (1.3.6) は前述のように，*Navier-Stokes* の運動方程式を積分して求められた理論式である。

ii) 滑面乱流

滑面乱流の場合には，層流の場合と同様に式 (2.2.3.8) の R/d の効果は省略され， U_m/U^* は一般に R/S' ， $Re = U_m R/\nu$ の関数となる。円管内の流れにおいては， $R/S' = 1/4\pi$ となり，前述したように式 (1.3.2) で示される *Blasius* の式が提案されている。この場合の f は，

$$f = \frac{0.224}{Re^{1/4}} \quad (2.2.4.3)$$

で与えられる。また対数法則として，

$$\frac{U_m}{U^*} = 3.48 + 5.75 \log \frac{U^* R}{\nu} \quad (2.2.4.4)$$

が得られている。⁵⁾ この場合の f は，

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3.48 + 5.75 \log\left(\sqrt{\frac{f}{8}} \cdot Re\right) \quad (2245)$$

で与えられる。矩形断面になると、 R/S' は一定とはならず、その形状効果が存在するはずであるが、後述の実験結果によると、その効果は顕著ではなく、 U_m/U^* の関数形としては、円形断面として求められた式 (132) あるいは (2244) で表わされるようである。

iii) 粗面乱流

この場合の U_m/U^* の関数形は、式 (2240) で表わされ、 R/S' 、 U^*d/ν および R/d の関数となるはずである。とくに円管の場合は U^*d/ν 及び R/d のみの関数となり、 U^*d/ν の値の範囲によつて、その関数形を異にする。⁵⁾ すなわち、

1) $U^*d/\nu < 33$ 粗面の効果があらわれず、 U_m/U^* の関数形は滑面乱流の式 (132) または式 (2244) で与えられる。

2) $33 < U^*d/\nu < 677$ この範囲は、いわゆる粗滑遷移領域で、

$$\frac{U_m}{U^*} = Ar(U^*d/\nu) - 2.02 + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2246)$$

で与えられる。この場合の f は

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = Ar(U^*d/\nu) - 2.02 + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2247)$$

3) $U^*d/\nu > 677$ この範囲は完全粗面領域で、

$$\frac{U_m}{U^*} = 6.48 + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2248)$$

で与えられる。この場合の f は、

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6.48 + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2249)$$

つぎに任意断面としては、式 (2222)、および (2224) で示したように、それぞれ *Chezy* および *Manning* の平均流速公式がある。

(c) 実験結果の考察

第1章第3節で述べた閉水路による実験結果のうち、実験 *a* の資料を、前項

(b) の次元解析的考察を基礎にして整理することにする。実験の資料は、幅 20 cm で高さ 5 cm と 10 cm の 2 種類の矩形断面閉水路を用い、四辺が滑面である場合の実験資料である。本実験の実験範囲は付表-(1.3.1) に示すように、断面 20 cm × 5 cm および 20 cm × 10 cm について、それぞれ $1.19 \times 10^2 < Re < 9.29 \times 10^3$ および $8.96 \times 10^2 < Re < 2.66 \times 10^4$ である。実験資料の大部分は滑面乱流領域のものであるが、 $Re > 500$ の資料について、それぞれの流水断面ごとに U_m/U_*' と $U_*'R/\nu$ との関係を示すと図-(2.2.1.2) (2.2.1.3) のようになる。これらの図に示された直線は円管の滑面乱流の式 (2.2.4.4) である。実験値は散乱しているが、いずれの流水断面の場合にもかなりよく適合していることがわかる。これらのことから、流れが乱流領域であると、 R/S' によつてあらわされる形状効果は顕著でなく、実験の範囲内では、いずれの流水断面を使用しても、その流れの抵抗法則は、円管の滑面乱流の式 (2.2.4.4) によつてあらわされるようである。

3 平面河床第Ⅲの状態における流れの抵抗法則

(1) 開水路水流の抵抗法則

(a) 無次元関数形の誘導

平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則を求める。ただし、砂の浮遊による効果は考えないことにする。幅の広い矩形断面の水路により、現象は二次元的に取り扱いうるものとする。砂面が水流によつて受ける摩擦抵抗に関する物理量について考察すると、

i) 幾何学的形状を定める長さを示す量

hm : 水深

ii) 力学的特性を示す量

U_m : 平均流速, g : 重力の加速度

iii) 流体の物理的性質を示す量

ρ : 水の密度, μ : 粘性係数

iv) 砂の特性を示す量

$(\sigma-\rho)$: 砂の水中における密度, d : 砂の中央粒径

β_s : 砂の混合特性 (均等比)

などが考えられる。したがって、この現象を規定する関係式を作ると、

$$\omega_1 \{ \sigma, hm, Um, g, \rho, \mu, (\sigma - \rho) \cdot d, \beta_s \} = 0 \quad (2250)$$

が得られる。 β_s は無次元量であることを考察し、 Um, hm, ρ を反復変数として、パイ定理によりこの現象に関する独立の無次元変数による関数式を求めると、

$$\omega_2 \left\{ \frac{Um}{U_*}, \frac{Um}{\sqrt{ghm}}, \frac{Umhm}{\nu}, \frac{\rho}{\sigma - \rho}, \frac{hm}{d}, \beta_s \right\} = 0 \quad (2251)$$

をうる。砂の混合特性として、その均等比が1に近いものを用いると、 β_s の効果は省略され、さらに三次元の場合に拡張し、 hm の代りに径深 R を用いると、式(2251)は、

$$\omega_3 \left\{ \frac{Um}{U_*}, \frac{Um}{\sqrt{gR}}, \frac{UmR}{\nu}, \frac{\rho}{\sigma - \rho}, \frac{R}{d} \right\} = 0 \quad (2252)$$

となる。つぎに UmR/ν および $\rho/(\sigma - \rho)$ の代りに、それぞれ $U_*^* d/\nu$ 及び $\psi = U_*^{*2}/gd(\sigma/\rho - 1)$ を適用すると、(2252)式は、

$$\omega_4 \left\{ \frac{Um}{U_*}, F_R, \frac{U_*^* d}{\nu}, \frac{R}{d}, \psi \right\} = 0 \quad (2253)$$

となる。式(2253)に示されるおのおののパイ項は、前述の固定床水路の式(226)におけるパイ項と同様の物理的意味をもっている。

以上によつて、この場合の水流の抵抗法則は、 Um/U_*^* を従属変数の無次元量として、

$$\frac{Um}{U_*^*} = \omega_5 \left\{ F_R, \frac{U_*^* d}{\nu}, \frac{R}{d}, \psi \right\} \quad (2254)$$

で与えられる。給砂のある固定床水路の場合の式(227)と比較し、その最も大きな相違は、式(2254)では式(227)の Φ' に相当する項がないことである。これは、固定床では、給砂量 Φ' は独立の変数であるのに対して、移動床における流砂量 Φ は、他の無次元量の関数、すなわち従属変数であることを意味する。固定床の実験資料のうち、 $\Phi'/\Phi = 1$ のもののみを対象にすると、それらの現象は、 Φ' 項を省略した(227)式であらわされるが、一方この場合は移動床の(2254)式と一致し、現象的にも同一の現象をあらわしている。

るものと考えてよいように思われる。

(b) 従来の研究の次元解析的考察

平面河床第Ⅲの状態のときの水流の抵抗法則については，測定が困難であること，およびこの段階における現象がそれほど重要視されていなかったなどの理由で，従来あまり研究が進んでいない。ここでは，まずこの現象過程に関係がある二，三の重要な実験式について考察し，さらに，本章をはじめ本論文において，しばしば引用される二，三の重要な実験資料を紹介しておくことにする。

(1) 二，三の実験式

椿博士と古屋氏は，次元解析によつて，対数法則

$$\frac{U_m}{U_{R*}} = 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{k_s} \quad (2.2.5.5)$$

で定義される相当粗度 k_s と粒径 d との比 k_s/d が ψ と $U_{R*} d/\nu$ との関数であり，かつ前者の方がより重要な無次元量であるとして，

$$\log \frac{k_s}{d} = 3.48 \{1 - 0.225 \psi^{-1/2}\} \quad (2.2.5.6)$$

を提案している。⁶⁾ この実験式の基礎となつた資料は，永井博士，安芸博士，および荒木氏らによる実際河川の測定結果で，その範囲は勾配が $1.0 \times 10^{-4} \sim 1.5 \times 10^{-3}$ ，水深は $10 \sim 310$ cm，平均粒径は $0.27 \sim 0.796$ mm である。

この実験式は，平面河床第Ⅲの状態はもちろん，砂澁河床，砂堆河床などもふくめて，いわゆる水の流れと砂の流れが平衡状態にある場合の抵抗法則として提案されたものである。式 (2.2.5.5) 及び (2.2.5.6) で示された実験式は (2.2.5.4) と比較し， F_R 及び $U_{R*} d/\nu$ の効果を省略している。しかし，平面河床第Ⅲの状態のみに着目すると， $U_{R*} d/\nu$ の小さい場合には，この現象過程は，固定床における粗滑遷移領域から出発する。粗滑遷移領域において果す $U_{R*} d/\nu$ の効果や岩垣博士らが示した限界掃流力理論⁷⁾ における $U_{R*} d/\nu$ の重要性を考慮し，また自由表面の効果としての F_R を考えると， $U_{R*} d/\nu$ および F_R の効果はともに無視できないように思われる。

つぎに岩垣博士は，滑面固定床の水流に給砂し，底面に砂が堆積することな

く、限界と思われるまでなるべく多くの砂を流した場合の実験式である式(2226)を、平面河床第Ⅲの状態における現象を説明するものとして提案している。この式(2226)も式(2256)と同様に式(2254)と比較して、 F_R 及び $U_R^* d/\nu$ の効果を省略している。

著者は、さきに粗面固定床の水流に給砂し、 $\Phi/\phi = 1$ の状態における水理諸量を測定して、その結果を次元解析的に処理し、式(2236)を提案した。著者はこの公式を平面河床第Ⅲの状態における現象を説明するための参考公式として、あらためて提案する。

(2) 二、三の実験資料

i) H. K. Gilbert の実験⁸⁾

H. K. Gilbert は付表-(121)に示すように、粒径の異なる8種類の一樣砂、A, B, C, D, E, F, G 及び H を用い、広範な水路実験を実施している。この実験結果の概要を示そう。実験は平面河床の状態から週上砂堆河床の状態までの一連の現象を、その実験対象としている。ここでは一応これらの現象過程がすべて、式(2254)のような関係式によつて示されるものとし、実験資料を、砂の種類別および現象過程別に、 U_m/U_R^* と R/d , Ar と $U_R^* d/\nu$, および ks/d と $\psi = U_R^{*2}/gd(\sigma/\rho - 1)$ によつて示すと、図-(2214), (2215), および (2216) のようになる。これらの図の中で河床の形状を示す記号は Gilbert の命名にしたがつた。図-(2214)において、直線は自由表面の影響のないときの粗面固定床の流れの抵抗法則、式(2217)をあらわす。ただし、 $\beta = 1$, $\bar{\epsilon} = 0$ とする。第1章における著者の実験結果を参照すると、大略的にみて、粒径の大きさから実験砂、A, B, C, D は第一群の砂に属し、E は第二群の砂に、F, G, H は第三群の砂に属するようである。図-(2215)に示した直線は滑面固定床の抵抗法則の式(2210)を示し、図-(2216)の直線および曲線はそれぞれ式(2226)の第一式および(2256)式をあらわしている。本章ではこれらの図に示した資料のうち Smooth の状態で得られたもののみに注目して観察することにする。図-(2216)に示されるように、実験砂 A, B, C 及び D の Smooth の資料の掃流力 ψ は、これらの砂に対する限界掃流力を

はるかに超過していることがわかる。換言すると、*Gilbert*の実験資料で実験砂 *A*、*B*、*C* 及び *D* の *Smooth* の資料は砂堆河床から遡上砂堆河床に遷移するとき生ずる平滑河床の状態において測定されていると思われる。

ii) 安芸博士の実験⁹⁾

安芸博士は付表- (1.2.1) に示す *A*、*B*、*C* 三種の砂につき、幅 1 m、長さ 1.6 m の長大水路を使用して、大規模な実験を実施した。この場合の実験砂 *A*、*B*、*C* の粒径加積曲線は図- (2.2.1.7) に見られるように一様粒径の砂ではなく、とくに *B* 及び *C* については混合砂としての特性を無視することは妥当でないようである。しかしながら、ここでは河床物質の構成が一様砂であるか混合砂であるかの相違は、砂面変形の発生が流れにおよぼす効果に比較して重要でないと考え、混合砂としての特性には言及しないことにする。そこでこの場合の実験結果を *i*) の場合と同様の考えから現象過程別に、 U_m/U_R^* と R/d 、 Ar と U_R^*d/ν 、および Ks/d と ψ によつて示すと図- (2.2.1.8)、(2.2.1.9) 及び (2.2.2.0) のようになる。図- (2.2.1.8)、(2.2.1.9) に示された直線、および図- (2.2.2.0) の直線と曲線は、それぞれ *i*) の場合と同様に式 (2.2.1.7)、(2.2.1.0)、および式 (2.2.2.6) と (2.2.5.6) を示す。安芸博士の観察によると、*A* 砂、*B* 砂を用いた場合には一般に砂澱の発生が顕著であるが、特異な混合特性をもつ *C* 砂では砂面の変形はみられなかったとしている。そこで、これらの図における平面河床第Ⅲの資料はほとんどすべて *C* 砂の実験から得られたものである。

(C) 実験結果の考察

(1) 実験結果

本章では平面河床の状態で測定された資料を解析の対象としているので、開水路実験 - *A I* の資料が、本章での主要な実験資料となるのであるが、ここでは一応関係実験資料をすべて掲載することにする。

開水路実験 - *A I* の実験結果は定常状態で得られた資料と非定常状態で得られた資料とに区別される。第 1 章において考察したのであるが、非定常状態の資料は図- (1.2.7)、(1.2.1.0)、(1.2.1.3)、(1.2.1.5)、(1.2.1.9)、(1.2.2.2) 及び (1.2.2.5) に示されているように、ある一定

勾配に対して，砂面変形をおこすある流量を与えた場合の水深，平均流速，流砂量の時間的变化を与えるものである。すなわち水深または平均流速は徐々に増大してある一定の値に近づき，流砂量は，第一群の砂を用いるとある時間で極大があらわれ，第三群の砂ではある一定の値に達したのち非常に緩慢ではあるがさらに増大していく。そして第二群の砂はこれら二つの群の中間的变化をするようである。このように水理量の時間的变化の様子は，第一，第二，第三群の砂によつてその傾向を異にするのであるが，砂面変化を発生しやすい第一群の砂を用いた場合は他の砂を用いた場合に比較してとくに激しい変化をするようである。これら非定常の実験結果から，もともと定常状態として定義されている平面河床第Ⅲの状態に近い資料をうる方法として，つぎのような方法をとつた。すなわち，おのおの実験において，一定流量，一定勾配に対して流砂量，水深，流速の時間的变化を図示し，水深，流速，流砂量が時間的に増大して，前二者はある一定の値に達しており，後者はある一定と思われる値に達するかまたは極大値に達した状態を見積り，この状態における諸量を三個抽出して，これらを平均し，平面河床第Ⅲの状態におけるそれぞれの水理量とした。実験結果を定常状態で得られたものと非定常状態で得られたものに区別し，砂の種類別に， U_m/U_R^* と R/d で示すと図-(2221)のようになる。図における直線は式(2217)を示す。同じ資料を Ar と $U_R^* d/\nu$ で示したものが図-(2222)であり，水路勾配別に Ar と $U_R^* d/\nu$ で示すと図-(2223)のようになる。それぞれの図における直線は式(2210)を示す。さて第1章においてのべたように，定常状態で得られた資料は，上述のような方法によつて得られた資料とは当然その特性を異にしていると考えられるのであるが，ii) においてのべる資料の解析に当つては，非定常の変化のはげしい第一群の砂についてのみ定常，非定常を区別し，第二，第三群の砂については，非定常の資料も定常状態で得られた資料として処理することにした。

つぎに開水路実験-AⅢの実験結果を示すことにする。この実験は粒径の異なる2種類の砂，実験砂Ⅲ及びⅥを使用し，砂澱河床を主目標としたものである。しかし，ここでは一応砂澱河床を含む一連の現象過程がすべて式(2254)のような関係式で示されるものと考え，おのおのの砂につき， U_m/U_R^* と R/d ， Ar と $U_R^* d/\nu$ で示すと図-(2224)，(2225)および

図 - (2226), (2227) となる。図 - (2224), (2226) および図 - (2225), (2227) における直線はそれぞれ式 (2217) および式 (2210) を示している。

つぎに開水路実験 - B I による関係資料を U_m/U_R^* と R/d および Ar と $U_R^* d/\nu$ で示すと, 図 - (2228) および (2229) のようになる。それぞれの図における直線は式 (2217) および式 (2210) を示す。

(2) 実験結果の解析

(1) で述べた実験結果から平面河床の実験資料をすべて取り出し, それらを同等の精度をもった実験資料とみなし, 解析を実施することも可能であるが, ここでは平面河床の現象そのものを主目標とした開水路実験 - A I の資料を重視し, これを対象にして解析を実施することにした。また一般的には, 砂が移動していると粘性による効果は小さいと考えられ, 現象を支配する一次的な量に対して, 無次元量 $U_R^* d/\nu$ は二次的な量と考えられるのであるが, 3 の (イ) の (b) 及び (c) の (1) で述べたように, $U_R^* d/\nu$ の小さい領域では, この量がかかなり重要と考えられるので, ここでは無次元量 $U_R^* d/\nu$ の効果を考慮して実験値を処理することにした。実験範囲は付表 - (1.21) に示すように, $820 < Re < 25300$, $0.45 < F_R < 1.10$, $1.18 < U_R^* d/\nu < 189.0$, $0.0182 < \psi < 0.201$, $1.20 \times 10^{-3} < Jo < 1.00 \times 10^{-3}$ である。このことから実験は乱流で常流領域で実施され, しかも粗面固定床の流れに対する定義にしたがうとすれば, 滑面領域から粗滑遷移領域を経て完全粗面の領域にわたる領域において実施されていることがわかる。このことは図 - (2222) および (2223) によつても理解される。

つぎにこれらの図と粗面固定床で得た資料による図 - (222), 粗面固定床の流れに給砂することによつて得た資料による図 - (228) を一連の関係図面として比較してみよう。すでにのべたように, 図 - (222) 及び (228) は実験砂 II を用いた場合であり, 両者ともに一つの水面勾配に対して, Ar は $U_R^* d/\nu$ の増加とともに減少する傾向をもつが, 給砂のある場合は, それのない場合に比較し, 水面勾配の相違による変化, したがって F_R 数の相違による変化が顕著でないようである。図 - (2223) によれば, この傾向

は一層顯著となつてくるようであり，実験値はかなり散乱しているが，おのこの砂の種類に応じてそれぞれある一定の傾向をもち，ともに $U_R^* d/\nu$ の増加によつて Ar は減少するようである。しかし，この傾向は第一群の砂と第三群の砂では大いにそのおもむきを異にし，第三群の砂では $U_R^* d/\nu$ によつてはあまり変化しないようである。そして第二群はこれら二つの群の中間的な傾向をとるようである。このことから $U_R^* d/\nu < 10, 10 < U_R^* d/\nu < 50, 50 < U_R^* d/\nu$ とわけて取り扱うことにしよう。また，これらの実験結果を解析するに際し，第一の群の砂と第三群の砂に分けて処理することにした。ただし第二群の砂は便宜上第一群の砂と同様の取り扱いをするが，実験的傾向の判定には第一群の砂を重視して行なつた。 $U_R^* d/\nu$ の範囲についていえば， $U_R^* d/\nu < 50, 50 \leq U_R^* d/\nu$ の二つの領域について考察を進めることになる。

i) $U_R^* d/\nu < 50$ の場合

図 - (2222) において第一群の砂，実験砂 I，II の資料に着目し，定常状態で得られた資料を実視すると，上述したように実験値は散乱するが Ar は $\log U_R^* d/\nu$ によつて直線的に変化すると考え，

$$Ar = a_3 + b_3 \log \frac{U_R^* d}{\nu} \quad (2257)$$

で表わすと， $b_3 = -34.5$ となる。図 - (222) 及び (228) を参照すると， a_3 は一般に F_R 数の関数になることが予想される。一方 Ar は式 (2254) から $U_R^* d/\nu, F_R, \psi$ の関数になることが期待され，掃流力 ψ は一般に，

$$\log \psi = 2 \log \frac{U_R^* d}{\nu} - 2 \log R^* \quad (2258)$$

ただし，

$$R^* = \frac{\sqrt{9a^3(\sigma/\rho - 1)}}{\nu} \quad (2259)$$

と変形されることから， a_3 はまた砂の種類，ここでは砂の大きさをあらわす無次元量 R^* の関数になることが推論される。そこで， R^* を媒介変数として，実験資料から算出された $a_3 = Ar + 34.5 \log U_R^* d/\nu$ を F_R 数で示すと図 -

(2230) のようになる。点描の散乱はあるが、 R^* の一定の値に対して a_3 は F_R 数の増加とともに増加する。ここでも直線性を仮定し、

$$a_3 = a_4 + b_4 F_R \quad (2260)$$

とすると、 $b_4 = 14.0$ となる。 a_4 は R^* の関数となることが予想されるが、実験資料から算出される、

$$a_4 = a_3 - 14.0 F_R = A_r + 34.5 \log \frac{U_R^* d}{\nu} - 14.0 F_R \quad (2261)$$

と R^* の関係を示すと図 - (2231) のようになる。 a_4 は $\log R^*$ と直線的関係にあるものとし、定常状態で得られた資料を重視して、

$$a_4 = -23.3 + 34.3 \log R^* \quad (2262)$$

であらわすことにする。式 (2262) の a_4 を式 (2260) に代入して a_3 を求め、それを式 (2257) に代入して A_r を求める。 A_r を式 (2229) に代入すると、平面河床第Ⅲの状態の水流の抵抗法則として、

$$\frac{U_m}{U_R^*} = -25.8 + 34.3 \log R^* + 14.0 F_R - 34.5 \log \frac{U_R^* d}{\nu} + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2263)$$

が得られる。式 (2258) によつて R^* を消去すると、

$$\frac{U_m}{U_R^*} = -25.8 + 14.0 F_R - 0.2 \log \frac{U_R^* d}{\nu} - 17.15 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2264)$$

となる。実験値によつて式 (2264) の右辺を計算して U_m/U_R^* を算出し、実験資料と比較すると図 - (2232) をうる。図の (a) は $U_R^* d/\nu < 50$ の範囲の全資料であり、(b) は第一の群に属する実験砂Ⅰ、Ⅱの定常状態で得られた資料を示す。

つぎに、式 (2264)、(2255) から U_m/U_R^* を消去し、 $\log k_s/d$ について解くと、

$$\log \frac{k_s}{d} = D + B \log \psi \quad (2265)$$

となる。ただし、

$$D = \frac{32.05 + 0.2 \log U_R^* d/\nu - 14.0 F_R}{5.75} \quad (2266)$$

$$B = 299$$

$$(2267)$$

実験資料により ks/d 及び ψ を計算して示すと図 - (2233) のようになる。この図における直線および曲線はそれぞれ式 (2226) の第一式および式 (2256) をあらわし、破線は式 (2265) において $F_R = 0.61$, $U_R^* d/\nu = 6.53$ とした場合の関係式をあらわす。実験値はこの関係式に対してかなり散乱しているが、そのちらばりは $U_R^* d/\nu$ および F_R の関数である D の変化として与えられる。

ii) $50 \leq U_R^* d/\nu$ の場合

Ar は一般に式 (2254) に示されているように $U_R^* d/\nu$, F_R 及び ψ の関数と考えられるが、図 - (2222) によつてすでに指摘したように、 $U_R^* d/\nu$ による効果は非常に小さいようである。そこで $U_R^* d/\nu$ による効果を省略し、一応 Ar は F_R と ψ の関数として処理することにする。開水路実験 - A I のみの資料では適格にその法則が把握しがたいので、ここではすでに紹介した *Gilbert* の資料を追加して解析を進めることにする。ただし、*Gilbert* の資料で $50 < U_R^* d/\nu$ ($\nu = 1.0 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{sec}$) の範囲のものは、図 - (2215) からわかるように実験砂 E , F , G 及び H 砂である。 F_R 数を数個の区間に分け、その区間における資料をおのおの別々に Ar と ψ によつて示すと、図 - (2234) のようになる。一般に ψ の増加に対して Ar は減少することがわかる。点描は実験砂ごとに区別したが、 $U_R^* d/\nu$ の値の大きい実験砂 W , K , および *Gilbert* の F , G , H 砂の資料を重視し、直線性を仮定すると、 Ar と ψ の関係は、

$$Ar = a_5 + b_5 \log \psi \quad (2268)$$

で与えられる。ただし、 $b_5 = -5.75$ とする。 a_5 は一般に F_R 数の関数と考えられるが、実験資料から $a_5 = Ar + 5.75 \log \psi$ を計算し、 F_R 数によつて示すと図 - (2235) のようになる。点描はかなり散乱しているが、一定の傾向が認められる。すなわち a_5 は F_R 数の増加に対して増加するが、直線性を仮定すると、

$$a_5 = -0.2 + 1.8 \bar{F}_R \quad (2269)$$

であらわされる。式 (2269) で示される a_5 を式 (2268) に代入して

Ar を求める。 Ar を式 (2229) に代入すると、この場合における平面河床第Ⅲの状態の水流の抵抗法則として、

$$\frac{U_m}{U_R^*} = -2.7 + 1.80 F_R - 5.75 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2270)$$

が得られる。実験値によつて式 (2270) の右辺を計算して U_m/U_R^* を算出し、実験資料と比較すると図 - (2236) をうる。

つぎに i) の場合と同様に、式 (2270) 及び (2255) から U_m/U_R^* を消去し、 $\log ks/d$ について解くと、(2265) 式と同型の式をうる。ただし、この場合には、

$$D = \frac{8.95 - 1.80 F_R}{5.75} \quad (2266)'$$

$$B = 1.0 \quad (2267)'$$

となる。実験資料により ks/d 及び ψ を計算して示すと図 - (2237) のようになる。図における直線および曲線はそれぞれ式 (2226) の第一式および式 (2256) をあらわし、破線は D 、 B がそれぞれ式 (2266)'、(2267)' で与えられる場合の (2265) 式をあらわす。ただし $F_R = 0.9\%$ とする。実験値は (2265) 式に対してかなり散乱するが、このちらばりは、i) の場合と同様 F_R 数の関数である D の変化として与えられる。

以上 i)、ii) によつて、それぞれの場合における平面河床第Ⅲの状態の抵抗法則を得たわけであるが、得られた結果の重要な二、三の点について論及しておくことにする。

(3) 解析結果の要点

i) $U_R^* d/\nu < 10$ の場合と $U_R^* d/\nu > 50$ の場合とでは水流の抵抗法則はその特性を異にする。そして、 $10 < U_R^* d/\nu < 50$ の範囲はこれら二つの場合の遷移的な領域として特有の抵抗法則を与える。

ii) $U_R^* d/\nu < 10$ の場合の抵抗法則は式 (2264) で与えられ、一般に U_m/U_R^* は F_R 及び $\log R/d$ に比例して増加し、 $\log U_R^* d/\nu$ 及び $\log \psi$ に反比例する。

iii) $U_R^* d/\nu \geq 50$ の場合の抵抗法則は式 (2270) で与えられ、

U_m/U_R^* は F_R 及び $\log R/d$ に比例し, $\log \psi$ に反比例する。

iv) $U_R^* d/\nu < 10$ と $U_R^* d/\nu > 50$ の場合の抵抗法則の重要な相違について, 式 (2264) と (2270) にもとづいて述べれば, 次のようである。すなわち, 前者の場合には $U_R^* d/\nu$ の効果が無視できないが, 後者の場合はこれを省略できる。また前者の場合には後者と比較し, F_R 及び ψ が非常に大きな影響を与えることがわかる。このことから前者の場合には自由表面の存在がかなり重要であることがわかる。

(ロ) 閉水路水流の抵抗法則

(a) 無次元関数形の誘導

底を移動床とし, 他の三辺を滑面とする矩形断面一様閉水路の水流を想定し, 底は平面河床第Ⅲの状態にあるとする。そしてこの場合の流れの抵抗法則を求めることにする。移動床は水流によつてせん断応力を受けるのであるが, この応力に関係する物理量について考察すると,

i) 幾何学的形状を定める長さを示す量

R : 径深, S' : 潤辺

ii) 力学的特性を示す量

U_m : 断面平均流速, g : 重力の加速度, τ_0 : 摩擦応力

iii) 流体の物理的特性を示す量

ρ : 水の密度, μ : 粘性係数

iv) 砂の特性を示す量

$(\sigma - \rho)$: 砂の水中における密度, d : 砂の中央粒径

β_s : 砂の混合特性 (均等比をとる)

などが考えられる。したがつてこの現象を規定する関数式をつくると,

$$\Theta_1\{\tau_0, R, S', U_m, g, \rho, \mu, (\sigma - \rho), d, \beta_s\} = 0 \quad (2271)$$

が得られる。 β_s は無次元量であることを考慮し, U_m, R, ρ を反復変数として, バイ定理により, この現象に関する独立の無次元変数による関数形を求めると,

$$\Theta_2\left\{\frac{U_m}{U_*}, \frac{R}{S'}, \frac{U_m R}{\nu}, \frac{\rho}{\sigma - \rho}, \frac{R}{d}, \frac{U_m}{\sqrt{gR}}, \beta_s\right\} = 0 \quad (2272)$$

使用砂は一様粒径のものとする β_s は省略される。 $\rho/(\sigma-\rho)$ の代りに $\psi = U_*^2 / g d (\sigma/\rho - 1)$ を用いると、式(2272)は、

$$\theta_3 \left\{ \frac{U_m}{U_*}, \frac{R}{S'}, \frac{U_m R}{\nu}, \psi, \frac{R}{d}, \frac{U_m}{\sqrt{gR}} \right\} = 0 \quad (2273)$$

となる。 U_m/\sqrt{gR} は主として自由表面の効果に関する無次元量であるが、閉水路水流についてはこの項による効果は他の量に比較して、一般に小さいと考えられるので、これを省略すると、式(2273)は、

$$\theta_4 \left\{ \frac{U_m}{U_*}, \frac{R}{S'}, \frac{U_m R}{\nu}, \psi, \frac{R}{d} \right\} = 0 \quad (2274)$$

となる。さらに、 $U_m R/\nu$ の代りに $U_* d/\nu$ を用いると、

$$\theta_5 \left\{ \frac{U_m}{U_*}, \frac{R}{S'}, \frac{U_* d}{\nu}, \psi, \frac{R}{d} \right\} = 0 \quad (2274)'$$

となる。式(2274)及び(2274)'に示されたおのこの関係式と、すでにのべた固定床閉水路における式(2238)及び(2239)とを比較すると、移動床の場合には砂の移動の難易をあらわす無次元量 ψ の効果があらたに追加されることがわかる。他の無次元量 U_m/U_* , R/S' , $U_* d/\nu$, R/d は両者ともに含まれ、同様の物理的意味をもっている。

式(2274)'において U_m/U_* を従属変数の無次元量とすれば、

$$\frac{U_m}{U_*} = \theta_6 \left\{ \frac{R}{S'}, \frac{U_* d}{\nu}, \psi, \frac{R}{d} \right\} \quad (2275)$$

が得られる。この関係式は移動床をもつた閉水路水流の抵抗法則の一般形を与える。

(b) 実験結果の考察

移動床をもつた閉水路水流における平面河床第Ⅲの状態の抵抗法則については、従来あまり研究がなされていない。ここでは第1章第3節の実験結果のうち実験bの資料を、(a)においてのべた次元解析的考察を基礎にして、整理することにする。

移動床をもつた閉水路における実験結果の考察は、3の(イ)で述べたように固定床の研究結果を基礎にして行なつた。しかし、閉水路による移動床の場

合の研究目標は自由表面をもつた開水路の実験結果と対比して，自由表面の存在が，対象となる現象にどのような水理学的効果をもつかを明らかにするにある。このことから閉水路における実験値の整理については，開水路において適用されたと同様の方法を採用することが望ましい。ここでは以上のような理由により，(3)の(イ)の開水路の場合と同様の取扱いをすることにする。

2の(ロ)の(ロ)においては，矩形断面閉水路による滑面固定床の実験結果について考察した。その結果，円管の滑面乱流の式(2254)が本実験に用いた矩形断面閉水路の実験結果に対してもよく適合することがわかった。このことは閉水路水流の乱流領域では流水断面の形状効果はあまり重要でないことを示す。そこで流水断面の効果を考慮せずに，円管の滑面乱流および完全粗面流の抵抗法則をあらわす式(2244)および(2248)を，本実験に用いた矩形断面閉水路におけるそれぞれの抵抗法則をあらわす式として適用することにし，移動床をもつた閉水路水流の抵抗法則は，

$$\frac{U_m}{U_*} = Ar - 2.02 + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2276)$$

または

$$\frac{U_m}{U_*} = 6.48 + 5.75 \log \frac{R}{ks} \quad (2277)$$

によつて与えられるものとする。式(2275)から Ar は U_*d/ν ， ψ の関数となり， $Ar = 85 - 5.75 \log ks/d$ となる。

実験は平面河床から平滑河床までの一連の現象過程について実施したが，ここでは一応いずれの現象過程においてもその水流の抵抗法則は式(2276)または式(2277)によつて与えられるものとし，実験の全資料を Ar ， U_*d/ν または ks/d ， ψ によつて点描すると図-(2238)および(2239)のようになる。図-(2238)の直線は滑面乱流の式(2244)をあらわし，図-(2239)の直線および曲線はそれぞれ開水路の実験資料から求めた式(2248)の第一式，および(2256)式をあらわす。ここでは平面河床の状態に注目して考察することにする。この状態の実験値のうち平面河床第Ⅰまたは平面河床第Ⅱの状態のものは図-(2238)からわかるように U_*d

$\nu < 33$ の範囲にある。したがって滑面乱流の式 (2244) によつてあらわされると予想される。実験値はかなり散乱しているが、この範囲は上述の傾向が明らかに認められる。河床の砂が動きはじめ、平面河床第Ⅲの状態になると砂の移動による効果が支配的になり、開水路における場合と同様に、掃流力 $\psi = U_*^2 / gd (\sigma/\rho - 1)$ の関数である $U_* d / \nu$ の増加によつて Ar は減少していくことがわかる。この傾向は図 - (2239) によれば掃流力 ψ の増加による k_s/d の増加によつて示されている。 ψ または $U_* d / \nu$ が増加して、平面河床第Ⅲの状態から砂澱への遷移河床の状態になると砂澱が発生するわけであるが、前者の状態における Ar は $U_* d / \nu$ 及び ψ の関数と考えられる。しかし、3の(1)において無次元量 $U_* d / \nu$ の効果を評価した結果によると、式 (2264) から明らかであるように、その効果は小さいのでこれを省略することにとすると、 Ar は掃流力 ψ のみの関数となる。平面河床第Ⅱ、平面河床第Ⅲおよび砂澱への遷移河床の三つの状態の資料を取り出し、 Ar を ψ によつて示すと図 - (2240) のようになる。 Ar は ψ の増加につれて減少するが、 $\log \psi$ によつて直線的に変化するものと仮定すれば、

$$Ar = -6.10 - 10.88 \log \psi \quad (2278)$$

が得られる。したがって、式 (2278) を式 (2276) に代入すると、

$$\frac{U_m}{U_*} = -8.12 - 10.88 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2279)$$

となる。式 (2277) から、(1) の (c) でのべた式 (2265) に相当する関係を求めると、

$$\log \frac{k_s}{d} = 2.54 + 1.89 \log \psi \quad (2280)$$

となる。したがって平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則は式 (2279) または式 (2277) 及び (2280) によつてあらわされる。式 (2280) の関係は図 - (2239) に破線として示されている。

4. 平面河床第Ⅲの状態における掃流流砂量の次元解析的考察

(1) 開水路を用いた場合

(a) 無次元関数形の誘導

平面河床第Ⅲの状態をとりあげ，この場合の流砂量の法則を求める。ただし砂の浮遊による効果は考えないことにする。この広い矩形断面の水路を用い，現象は二次元的に取り扱おうと考える。この場合の水流の抵抗法則は式(2250)で与えられる。一般に流砂量 q_B は，式(2250)に示した変数のうち，底面に作用するせん断応力 τ_0 を除いたものの関数と考えられる。そこで式(2250)における変数 τ_0 の代りに q_B を適用すると

$$\mathcal{Q}_1\{\tau_0, hm, U_m, g, \rho, \mu, (\sigma-\rho), d, \beta_s\} = 0 \quad (2281)$$

をうる。3の(イ)における場合と同様に， U_m, hm, ρ を反復変数として，パイ定理によつて無次元量の関数式を求め，さらに，三次元的に取り扱うために hm の代りに径深 R を用いると，

$$\mathcal{Q}_2\left\{\frac{U_m R}{\tau_0}, \frac{U_m}{\sqrt{gR}}, \frac{U_m R}{\nu}, \frac{\rho}{\sigma-\rho}, \frac{R}{d}, \beta_s\right\} = 0 \quad (2282)$$

をうる。一樣砂を用いることにすると β_s は省略される。 $U_m R/\nu, U_m R/q_B$ 及び $\rho/(\sigma-\rho)$ の代りにそれぞれ $U_m d/\nu, U_m d/q_B, R/d(\sigma/\rho-1)$ を用いると，式(2282)は

$$\mathcal{Q}_3\left\{\frac{U_m d}{\tau_0}, \frac{U_m}{\sqrt{gR}}, \frac{U_m d}{\nu}, \frac{R}{d(\sigma/\rho-1)}, \frac{R}{d}\right\} = 0 \quad (2283)$$

となる。一方この場合の水流の抵抗法則をあらわす式(2252)において， $U_m R/\nu, \rho/(\sigma-\rho)$ の代りに $U_m d/\nu, R/d(\sigma/\rho-1)$ を用いると，式(2252)は，

$$\mathcal{Q}_4\left\{\frac{U_m}{U_{R*}}, \frac{U_m}{\sqrt{gR}}, \frac{U_m d}{\nu}, \frac{R}{d(\sigma/\rho-1)}, \frac{R}{d}\right\} = 0 \quad (2284)$$

となる。式(2283)，(2284)から R/d を消去すると，

$$\mathcal{Q}_5\left\{\frac{U_m d}{\tau_0}, \frac{U_m}{\sqrt{gR}}, \frac{U_m d}{\nu}, \frac{R}{d(\sigma/\rho-1)}, \frac{U_m}{U_{R*}}\right\} = 0 \quad (2285)$$

となる。式(2285)において， $U_m d/q_B, U_m d/\nu$ 及び $R/d(\sigma/\rho-1)$ の代りにそれぞれ $\Phi = q_B/\{gd^3(\sigma/\rho-1)\}^{1/2}$ ， $U_* d/\nu$ 及び $U_{R*}^2/gd(\sigma/\rho-1)$ を用いると式(2285)は，

$$\mathcal{Q}_6\left\{\Phi, \bar{R}, \frac{U_* d}{\nu}, \psi, \frac{U_m}{U_{R*}}\right\} = 0 \quad (2286)$$

となる。流砂現象が河床附近に限られた現象であることを考慮すると、自由表面の効果と考えられる F_R 数の影響は他の量に比較して小さいと考えられるのでこれを省略する。また $U_R^* d/\nu$ は式 (2258) から ψ , R^* の関数であり Φ を従属変数の無次元量とすると、

$$\Phi = \phi_7 \left\{ R^*, \psi, \frac{U_m}{U_R^*} \right\} \quad (2287)$$

となる。限界掃流力に関する岩垣博士の研究によれば,⁷⁾ 無次元量 R^* は限界掃流力 $\psi_c = U_{Rc}^{*2}/gd(\sigma/\rho-1)$ の関数であるから、式 (2287) は、

$$\Phi = \phi_8 \left\{ \psi_c, \psi, \frac{U_m}{U_R^*} \right\} \quad (2288)$$

となる。また現象過程を平面河床または平滑河床などのように、限定すれば、 U_m/U_R^* の効果は他の量に比較して小さいと考えられるので、これを省略すると、式 (2287), (2288) はそれぞれ、

$$\Phi = \phi_9 \{ R^*, \psi \} \quad (2287)'$$

$$\Phi = \phi_{10} \{ \psi_c, \psi \} \quad (2288)'$$

となる。

(b) 従来の研究の次元解析的考察

従来の流砂量公式の多くは平面河床、砂澁河床、砂堆河床、翹上砂堆河床など個々の特異な現象過程にかかわりなく、現象が平均的にみて釣合の状態にある場合のみに着目し、そのときの平均的流砂量を与えるものとして提案されている。したがって、流砂の運動機構が非常に異なっていると思われる平面河床、平滑河床の状態、砂澁河床、砂堆河床の状態、および翹上砂堆河床の状態などがいずれも釣合の状態にあるという理由で、あたかも同一の運動機構をもっているかのように取り扱われてきた。そのために、得られた結果は当然おのこの現象段階における流砂の運動機構を十分に説明するに至っていない。砂面変形の問題に深くたちいつて、その現象を適格に把握するためには、現象のおのこの段階における運動機構を知ることが必要であるが、流砂の問題も同様の観点からこれを追求することは非常に重要である。ここではこのような立場を考慮し、従来の代表的流砂量公式を次元解析的にみていくことにする。

(1) *Du Boys*

Du Boys は掃流による流砂量の実験公式として、

$$q_B = C_S \tau_0 (\tau_0 - \tau_c) \quad (2289)$$

を提案している。¹⁰⁾ ここに C_S は流送土砂の性質に関する常数であり、 q_B は単位幅、単位時間当りの掃流砂量の容積、 τ_0 は砂面に働らくせん断応力（掃流力）、 τ_c は限界の摩擦応力（限界掃流力）である。この式は河床物質の層状移動を想定することによつて誘導されている。したがつて平面河床または平滑河床の状態を対象としているように考えられるが、この公式の提案にあたつてはこのようなことは考慮されていない。また次元解析的にみて、 C_S は次元をもち、解析的な実験公式としてはその重要性が少ない。

(2) *Shields*¹¹⁾

Shields は次元解析的な考察により、砂の限界掃流力をあらわす無次元量 $U_{Rc}^{*2}/gd(\sigma/\rho-1)$ が、固定粗面の粗滑をあらわす無次元量 $U_{Rc}^{*2}d/\nu$ によつてあらわしうることを実験的に示した。また流砂量が、 $U_R^{*2}/gd(\sigma/\rho-1)$ であらわされる無次元化された掃流力によつてあらわしうるものとし、次元的に正しい次の実験式を提案した。

$$\frac{q_B(\sigma/\rho-1)}{q_{Jc}} = 10 \frac{U_R^{*2} - U_{Rc}^{*2}}{gd(\sigma/\rho-1)} \quad (2290)$$

ここに q は単位幅当りの流量である。

(3) *Einstein*¹²⁾

Einstein は河床付近の水流の乱れによる瞬間的な揚力が砂の重さに打ち勝つとき砂の移動が始まるとし、その頻度を確率論的に取り扱い、次元解析的な考察を加えて、無次元量 $\Phi = q_B / \{gd^3(\sigma/\rho-1)\}^{1/2}$ 、 $\psi = U_R^{*2}/gd(\sigma/\rho-1)$ の関係をあらわす次式、

$$1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-0.143\psi-2.0}^{0.143\psi-2.0} e^{-t^2} dt = \frac{43.5\psi}{1+43.5\psi} \quad (2291)$$

を提案している。ただし、 $U_{Rc}^{*2} = gR_b^2 I_e$ とし、 I_e はエネルギー勾配で摩擦勾配 I_f に等しく、 R_b は河床砂による抵抗の径深であつて次式、

$$\frac{U_m}{\sqrt{gR_b^3 I_e}} = 5.75 \log(12.27 R_b^2 \chi / d_{65}) \quad (2292)$$

によつて決定されるとき， x は $d_{55}U_R^*/11.6\nu$ の関数であるとしている。

(4) Kalinske¹³⁾

Kalinske は砂粒の平均速度が砂粒の近傍における流速と砂粒が動き始めるのに必要な流速との差に比例するとし，砂粒の近傍における速度の変動に確率論を導入して，

$$\frac{\bar{q}_B}{U_R^* d p} = 7.3 \theta(\tau_c / \tau_0) \quad (2293)$$

とした。ここに p は河床砂面上の単位面積当りの砂粒の占める面積をあらわし，

$\theta(\tau_c / \tau_0)$ は τ_c / τ_0 の関数である。

Brown¹⁴⁾ は τ_c / τ_0 が $U_R^2 / g d (\sigma / \rho - 1)$ に比例するとして，

$$\frac{\bar{q}_B}{U_R^* d} = \phi \left\{ \frac{U_R^{*2}}{g d (\sigma / \rho - 1)} \right\} \quad (2294)$$

とした。

(5) 岩垣博士¹⁵⁾

岩垣博士は，砂粒は水流と砂粒のその相対速度に基因する抵抗力によつて移動し，その抵抗力は砂粒と底面との接触による摩擦力と釣合っているという考えから，

$$\frac{\bar{q}_B}{U_R^* d} = 0.324 \left[4.47 - \left\{ U_R^{*2} / g d (\sigma / \rho - 1) \right\}^{-1/2} \right] \quad (2295)$$

を得ている。

(6) 椿博士¹⁶⁾

椿博士は次元解析の方法により，Gilbertの実験資料に基づいてつぎの流砂量公式を提案している。

$$\frac{\bar{q}_B \sigma g (\sigma / \rho - 1)}{U_R^* (\tau_0 - 0.8 \tau_c)} = 67.6 \left\{ \frac{\tau_0}{(\sigma - \rho) g d} \right\}^{0.8} \left(\frac{h_s}{d} \right)^{-0.435} \quad (2298)$$

ただし， h_s / d はすでにのべた式 (2256) で与えられるとしている。

以上にあげた諸式を式 (2288) と比較するために， Φ ， ψ ， ψ_c によつて整理すると，それぞれ

$$D_{\text{Boys}}: \quad \bar{q} = \{ C_s^2 \rho^4 g^3 d (\sigma / \rho - 1)^3 \}^{1/2} \psi (\psi - \psi_c) \quad (2289)$$

$$Shields \quad \Phi = 10 \left\{ \frac{U_m^2 (\sigma/\rho - 1)}{gd (\sigma/\rho)^2} \right\}^{1/2} \psi (\psi - \psi_c) \quad (2290)$$

$$Einstein \quad \Phi = \theta_e (\psi) \quad (2291)$$

$$Kalinske \quad \Phi = \theta_R (\psi_c / \psi) \quad (2294)$$

$$\text{岩 垣} \quad \Phi = 0.324 (4.47 \psi^{1/2} - 1) \quad (2295)$$

$$\text{椿} \quad \Phi = 67.6 \psi^{1.3} (\psi - 0.8 \psi_c) \left(\frac{k_s}{d} \right)^{-0.435} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{-1} \quad (2296)$$

となる。さきに述べた式 (2288) において、現象過程の推移に重要な関係があると思われる無次元量 U_m / R_b^* に相当する量を、式 (2289) ~ (2296) について検討すると、岩垣博士が指摘しているように^{1,7)} Shields, 椿博士の式についてはそれぞれ $\{U_m^2 (\sigma/\rho - 1)gd (\sigma/\rho)^2\}^{1/2}$, $(k_s/d)^{-0.435} (\sigma/\rho)^{-1}$ であり、Du Boys, Einstein, Kalinske, 岩垣博士の提案した公式はこのような考慮がはられていないことがわかる。ただし、Einstein の公式については U_m^* の計算に R_b^* を導入することによつて、上述のような考慮を間接的に導入している。

椿博士は (2296) 式において、 $k_s/d=1$ とし、

$$\Phi = 67.6 \psi^{1.3} (\psi - 0.8 \psi_c) \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{-1} \quad (2296')$$

を河床が Smooth の状態のときの流砂量公式として提案している^{1,8)} しかし、この公式の基礎になつている Gilbert の実験資料のうち、Smooth の状態のときのものは、3 の (b) の (2) で述べたように A, B, C, D 砂に関する限りでは平滑河床の状態の資料と考えられるので、砂漣の発生しやすいこの範囲の砂の平面河床における流砂量公式として適切でないように思われる。

(ロ) 閉水路を用いた場合

閉水路における平面河床の状態に着目し、この場合の流砂量の法則を求める。ただし砂の浮遊による効果は考えないことにする。底面を移動床とし、他の三辺

を滑面とする矩形断面一様閉水路の水流を想定すると、この場合の水流の抵抗法則は前述したように式(2271)で与えられる。(1)の場合と同様にせん断応力 τ_0 の代りに流砂量 q_B を用いると、

$$G_1\{\beta_B, R, S', U_m, g, \rho, \mu, (\sigma-\rho), d, \beta_s\} = 0 \quad (2297)$$

をうる。3の(ロ)における場合と同様に、 U_m , R , ρ を反復変数とし、パイ定理によつて無次元量の関数式を求めると、

$$G_2\left\{\frac{U_m R}{\beta_B}, \frac{R}{S'}, \frac{U_m R}{\nu}, \frac{\rho}{\sigma-\rho}, \frac{R}{d}, \frac{U_m}{\sqrt{gR}}, \beta_s\right\} = 0 \quad (2298)$$

をうる。一方この場合の水流の抵抗法則をあらわす式として(2272)式が得られているから、これら両式から R/S' を消去すると、

$$G_3\left\{\frac{U_m R}{\beta_B}, \frac{U_m}{U_*}, \frac{U_m R}{\nu}, \frac{\rho}{\sigma-\rho}, \frac{R}{d}, \frac{U_m}{\sqrt{gR}}, \beta_s\right\} = 0 \quad (2299)$$

となる。

β_s を省略すると、

$$G_4\left\{\frac{U_m R}{\beta_B}, \frac{U_m}{U_*}, \frac{U_m R}{\nu}, \frac{\rho}{\sigma-\rho}, \frac{R}{d}, \frac{U_m}{\sqrt{gR}}\right\} = 0 \quad (22100)$$

となる。 $U_m R/q_B$, $U_m R/\nu$, $\rho/(\sigma-\rho)$ の代りに、それぞれ $\Phi = q_B/\{gd^3(\sigma/\rho-1)\}^{1/2}$, $U_* d/\nu$, $\psi = U_*^2/gd(\sigma/\rho-1)$ を用いると、

$$G_5\left\{\Phi, \frac{U_m}{U_*}, \frac{U_* d}{\nu}, \psi, \frac{R}{d}, \sqrt{R}\right\} = 0 \quad (22101)$$

が得られる。閉水路であることを考慮すると、 F_R の影響は省略され、(1)の場合と同様に $U_* d/\nu$ は ψ および R^* の関数となるからこれらを考慮して式(22101)を Φ について解くと、

$$\Phi = G_6\left\{R^*, \psi, \frac{R}{d}, \frac{U_m}{U_*}\right\} \quad (22102)$$

が得られる。また R^* は限界掃流力 ψ_0 の関数であるから、 R^* の代りに ψ_0 を用いて、

$$\Phi = G_7\left\{\psi_0, \psi, \frac{R}{d}, \frac{U_m}{U_*}\right\} \quad (22103)$$

となる。さらに U_m/U^* の値は現象過程に関係するのであるが、ある特定の現象過程、たとえば平面河床第Ⅲの状態に限って考えるならば、 U_m/U^* の効果は省略され、式 (22102) 及び (22103) はそれぞれ

$$\Phi = C_8 \left\{ R^*, \psi, \frac{R}{d} \right\} \quad (22102)$$

$$\Phi = C_9 \left\{ \psi_c, \psi, \frac{R}{d} \right\} \quad (22103)$$

となる。

以上 (イ)、(ロ) において開水路および閉水路を用いた場合の平面河床第Ⅲの状態における流砂量の法則を次元解析的に考察した。その結果、それぞれ式 (2287)、(2288) および式 (22102)、(22103) を得た。開水路で得られたものと閉水路のそれを比較すると、これらの式によつて明らかのように、後者における流砂量 Φ は無次元量 R^* 、 ψ のほかに R/d または R/S で示されるような量、すなわち砂粒の相対的な大きさ、または断面形状をあらわす量の効果をうけるようである。しかし、 R/S による効果は (3) の (ロ) で述べたようにあまり重要でないと考えられ、 R/d によるものについては、本研究において整理の対象となつてゐる資料が一種類の実験砂であることを考慮すると、両者ともに省略することができる。したがつて、第1章で述べた実験の範囲内で平面河床第Ⅲの状態の実験資料の次元解析的整理については、開水路でも閉水路でもともに式 (2287) または (2288) を基本式と考えてよいことがわかる。

ここで述べた流砂量の次元解析的考察の結果は、第3節で述べる流砂量の理論的考察に導入され、実験値による検討を行なつた。

第 3 節 流砂量の理論的考察

本節では、平面河床第Ⅲの状態における流砂の運動機構を、第 1 章第 4 節または本章第 1 節でのべたような思想にもとづいて理論的に取り扱うと同時に、その結果に第 2 節で得られた次元解析的考察を導入し、この場合の流砂量公式を求めることにする。

1. 理論的考察

第 1 群の砂に属するような非常に細かい砂、このような細かい砂については第 1 章でのべたように砂面変形が容易に発生するのであるが、いまこのような砂を適用した場合の平面河床第Ⅲの状態を想定するとしよう。このような細かい砂の平面的な移動については、個々の砂粒の移動について微視的にその移動模型を考えるよりは、むしろ巨視的にみてある流動層をもつ砂全体の層状移動を考えた方が砂の移動特性のある面をより適格に説明しうる可能性が考えられる。そこでここでは、河床を構成している物質を砂粒子と水粒子に分離することなく、流動性をもった、ある種の均一物質、すなわち流体と考え、その流体模型の流動現象を考察することにする。

簡単のために現象を二次元的に取り扱うことにし、現象の模型的説明図を示すと図一(231)のようになる。河床砂面に平行なある基準面を考え、その面上で下流方面に X 軸をとり、 X 軸に直角上方に Z 軸をとる。 $\tan \alpha = J_b$ は河床砂面の勾配、 η は基準面から測られた河床砂面の高さ、 $(\eta - \eta_b)$ は流体の流動深さ、 h は水深とする。つぎに基準面から $Z (> \eta_b)$ の位置に微小直六面体を考え、水流のもつ特性と同様に、その上下の面に作用するせん断強さ τ_z と、限界のせん断強さ τ_{0z} との差が du/dZ に比例すると仮定すると、

$$\tau_z - \tau_{0z} = \mu_s' \frac{du}{dZ} \quad (231)$$

が得られる。ただし U は流体模型の X 方面の速度、 μ_s' はこの流体模型の粘性係数である。水の粘性係数 μ と同様に μ_s' はこの流体模型の物理常数と考え、ここでは一応一定の常数とする。

つぎに、間隙を水で充満された砂、ここでは流体模型であるが、その限界せ

せん断応力 τ_{cz} は、

$$\tau_{cz} = \bar{\sigma} \tan \varphi + C \quad (2.3.2)$$

で与えられることがわかつて¹⁹⁾いる。ここに $\bar{\sigma}$ は土質力学上では粒子間応力と呼ばれるもので、垂直応力から間隙水圧を減じたものである。 φ は流体模型の内部摩擦角、 C はこの流体の粘着力を表わす常数とする。一方 $\bar{\sigma}$ は、 $\bar{\sigma} = (\gamma - Z)(\rho_s' - \rho)g \cos \alpha$ と表わされる。ここに ρ_s' は流体模型の密度である。これを式 (2.3.2) に代入すると、

$$\tau_{cz} = (\gamma - Z)(\rho_s' - \rho)g \tan \varphi \cos \alpha + C \quad (2.3.3)$$

が得られる。ここに g は重力の加速度である。流体模型に関する最初の思想と多少矛盾するようであるが、ここでは、流体の層状移動を考えるに当つて移動層の厚さの最小限を想定し、その大きさを河床砂の粒径の大きさとする。水流によつて砂面に作用するせん断応力 $\rho g h \sin \alpha$ が増大し、ある限界の大きさ $\rho g h_c \sin \alpha$ に至つて、はじめて河床の表面の層が移動を開始したとする。すなわち平面河床第Ⅱの状態であるが、このときの力の釣合を考えると、

$$[\tau_{cz}]_{z=\gamma-d} = \rho g h_c \sin \alpha \quad (2.3.4)$$

が得られる。この関係を式 (2.3.3) に代入して常数 C を消去すると、

$$\tau_{cz} = (\gamma - d - Z)(\rho_s' - \rho)g \tan \varphi \cos \alpha + \rho g h_c \sin \alpha \quad (2.3.5)$$

となる。

つぎに平面河床第Ⅲの状態における微小直六面体の平衡を考えると、

$$(\rho_s' - \rho)g \sin \alpha + \frac{d\tau_z}{dz} = 0 \quad (2.3.6)$$

で示される釣合の式が得られる。式 (2.3.6) を Z について積分し、その積分常数を境界条件式、

$$[\tau_z]_{z=\gamma-d} = \rho g h \sin \alpha \quad (2.3.7)$$

によつて求めると、せん断強さ τ_z の分布をあらわす関係式として、

$$\tau_z = (\gamma - d - Z)(\rho_s' - \rho)g \sin \alpha + \rho g h \sin \alpha \quad (2.3.8)$$

が得られる。式 (2.3.5)、(2.3.8) の τ_{cz} 、 τ_z を式 (2.3.1) に代入する

と

$$\frac{du}{dz} = mz + n \quad (239)$$

となる。ただし、

$$m = \frac{1}{M_s'} (\rho_s' - \rho) g (\tan \varphi \cos \alpha - \sin \alpha) \quad (2310)$$

$$n = \frac{1}{M_s'} \{ (d - \eta) (\rho_s' - \rho) g (\tan \varphi \cos \alpha - \sin \alpha) + \rho g (h - h_c) \sin \alpha \} \quad (2311)$$

とする。そこで、

$$[u]_{z=\eta_b} = 0 \quad (2312)$$

$$\left[\frac{du}{dz} \right]_{z=\eta_b} = 0 \quad (2313)$$

で示される境界条件によつて、微分方程式 (239) の解にはいつてくる積分
 常数、および不動の層の位置を示す η_b を決定すると、

$$u = \frac{m}{2} (z - \eta_b)^2 \quad (2314)$$

ただし、

$$\eta - \eta_b = d + \frac{\rho (h - h_c) \sin \alpha}{(\rho_s' - \rho) (\tan \varphi \cos \alpha - \sin \alpha)} \quad (2315)$$

が得られる。式 (2314) によつて模型流体の平均流速 U_m 、および流量、した
 がつて流砂量を計算すると、それぞれ、

$$\begin{aligned} U_m &= \frac{1}{\eta - \eta_b} \left\{ \int_{\eta_b}^{\eta-d} u dz + \int_{\eta-d}^{\eta} [u]_{z=\eta-d} dz \right\} \\ &= \frac{1}{\eta - \eta_b} \left\{ \frac{m d}{2} (\eta - \eta_b - d)^2 + \frac{m}{6} (\eta - \eta_b - d)^3 \right\} \end{aligned} \quad (2316)$$

$$q_B = (1 - \varepsilon) U_m (\eta - \eta_b)$$

$$= (1 - \varepsilon) \left\{ \frac{m d}{2} (\eta - \eta_b - d)^2 + \frac{m}{6} (\eta - \eta_b - d)^3 \right\} \quad (2317)$$

が得られる。ただし ϵ は模型流体を水と砂に分離した場合の水の占める体積の割合であり、 q_B は単位幅、単位時間あたりの体積であらわした流砂量である。

式 (2317) の右辺第 2 項は第 1 項に比較して小さいので、これを省略し、式 (2315) を代入して、 $\tau = \rho g h \sin \alpha$ 、 $\tau_c = \rho g h_c \sin \alpha$ 、 $\cos \alpha \doteq 1$ とすると、

$$q_B = \frac{(1-\epsilon)d(\tau-\tau_c)^2}{2(\rho_s-\rho)g(\tan\varphi-\sin\alpha)} \cdot \frac{1}{M_s'} \quad (2318)$$

が得られる。

つぎに無次元量 $\Phi = q_B / \{g d^3 (\rho_s - \rho) / (\rho - \rho_c)\}^{1/2}$ 、 $\psi = U_R^{*2} / \{g d (\rho_s - \rho) / (\rho - \rho_c)\}$ 、 $\psi_c = U_{Rc}^{*2} / \{g d (\rho_s - \rho) / (\rho - \rho_c)\}$ 、 $R_* = \{g d^3 (\rho_s - \rho) / (\rho - \rho_c)\}^{1/2} / \nu$ を導入すると、式 (2318) は、

$$\Phi = K(\psi - \psi_c)^2 \quad (2319)$$

ただし、

$$K = \frac{R_*}{2(\tan\varphi - \sin\alpha)} \cdot \frac{M}{M_s'} \quad (2320)$$

となる。第 2 節の次元解析的考察によると、式 (2287)' 及び (2288)' となるのであるが、これらを式 (2319) と比較してみよう。 ψ_c は R_* の関数であるから、式 (2287)'、(2288)' のうち式 (2287)' と比較すると K は R_* の関数となる。しかし本節のような取扱いによると、 K と R_* の関係は (2320) 式で与えられ、 K は R_* のほかに $(\tan\varphi - \sin\alpha)$ 、および μ_s'/μ によつて変化することがわかる。

2 実験結果の考察

(イ) 実験結果

平面河床第 III の状態に関する実験は第 1 章でのべたように開水路実験 - A I、A III、B I および閉水路実験である。まず実験 - A I についてのべよう。この実験の資料は第 2 節 3 の (イ) のべたように、いわゆる定常状態で得られたものと、非定常の資料ではあるがこれからすでに述べた方法によつて抽出された資料とからなる。これらを区別し、砂の種類別に Φ 、 ψ でその全資料を示すと、

図-(232)の(a), (b)のようになる。同様に図-(233)および(234)はそれぞれ実験-AⅢおよび, B_I の資料を示す。また閉水路実験による資料は図-(235)に示した。これらの図中で, 曲線 T は棒博士の実験式(2296)¹⁾, E は *Einstein*の式(2291)において $R_b' = R$ とした場合の式であり, いずれも砂運が発生していないと考えられるときの流砂量公式をあらわす。また E' および K はそれぞれ *Einstein*の式(2291)および *Kalinske*の式(2293)で, E' は特に砂運の影響を考慮して提案された公式である。以上で関係実験資料をすべて示したが, 実験-AⅠ以外の実験は平面河床以外の現象過程についても実施されている。しかしここでは一応研究の対象としている現象過程の推移にかかわらず, 常に掃応力 ψ が重要な無次元量であると予想されるので, すべて同一の表示方法をとった。さらに, 実験値の解析的処理に当つては, 開水路実験-AⅠが平面河床第Ⅲの状態を主目標にしてなされたことを考慮し, この実験の資料を対象として実施することにした。

(ロ) 実験結果の解析

式(2319)から流砂量 Φ を計算するには, あらかじめ $\tan \varphi$, μ_B'/μ , R_* , ψ_0 などの値を知る必要がある。 $\tan \varphi \doteq 1$ とし, 砂の粒径別に R_* , ψ_0 を示すと表-(231)の①, ②及び③のようになる。

表-(231)

実験砂	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
① d_{50}	0.15	0.33	0.38	0.72	0.75	0.77	0.92	2.10	2.90
② ψ_c	0.064	0.039	0.031	0.023	0.029	0.0304	0.035	0.048	0.052
③ R_*	4.91 5.28	1.89 2.13	2.98	4.93 5.08	8.65 8.54	8.58	13.0 12.9	4.46 4.52	7.45
④ μ_B'/μ	0.027	0.030		0.013	0.006		0.0064	0.0175	0.015
⑤ μ_s'/μ	1.93	2.50		0.83	0.64		0.77	2.10	1.81
⑥ K	1.35	3.84	2.5	2.77	7.05	7.00	8.40	10.60	20.20

11)
限界掃流力 ψ_0 を図示するに当り, *Shields* の表示方法にならつて, 開水

路実験 - A I の全資料を $U_R^* d / \nu$ で、しかも砂の移動状況を間欠的、中間的、全面的、強全面的等に区別して示すと図 - (236) のようになる。曲線または折線の (1) および (2) はそれぞれ、*Shields* および岩垣博士が提案した限界掃流力を示し、折線 (3) は表 - (231) の②で示したように本節の解析に適用された限界掃流力を示す。ただし、表 - (231) に示した値は砂が中間的に移動する状態のときの資料をおのおのの砂の種類によつて平均した値である。

つぎに流体模型の粘性係数 μ_s' の値を知る必要がある。ここでは流砂量の測定値 q_B が式 (2318) から計算される q_B に等しくなるように μ_s' を決定することにした。その方法について述べよう。おのおの流体模型について式 (2318) から計算される $q_B \cdot \mu_s'$ を流砂量の実測値 q_B によつて示すと、図 - (237) の (a)・(b) のようになる。 $q_B \cdot \mu_s'$ と実測値 q_B が一次の比例関係にあるものとして μ_s' を図上で読みとり、その値を示すと表 - (231) の④のようになる。また実験時の水温から水の粘性係数 μ を見積り、 μ_s' / μ の値も表 - (231) の⑤に示した。計算値 μ_s' を砂の粒径によつて図示すると図 - (238) のようになる。この図によつて次のことがわかる。第1に計算値 μ_s' の値は $0.06 \sim 0.03 \text{ gr/cm/s}$ であること、第2に計算値 μ_s' は $d = 1.0 \text{ mm}$ 付近で極小値をとることである。 μ_s' は単位時間に単位歪みを起こすに要するせん断応力をあらわすから、この値の小さいことはある面にそつてせん断が容易に起こされること、したがつて移動されやすいことを示す。したがつて $d = 1.0 \text{ mm}$ 付近の砂は移動されやすいということになるわけであるが、定量的にはこの付近の砂による模型流体は水よりも移動しやすいという不合理を生ずる。これは μ_s' を模型流体の粘性係数と見る立場から生ずるもので、この立場は理論式の誘導に当つては有用であるが、実験値によつて逆算された μ_s' はむしろ一つの実験係数と見てよいと考えられる。

つぎに式 (2320) において、 $\tan \phi \neq 1 \gg \sin \alpha$ とし、表 - (231) の④⑤に示されている計算値 μ_s' / μ 及び R^* のおのおの砂についての平均値を用いて K を算定すると表 - (231) の⑥のようになる。この K と式 (2319) によつて砂の種類ごとの流砂量公式が得られるわけであるが、砂の粒径の小さ

い方から順に M_I , M_{II} , M_N , M_V , M_{VI} , M_{VII} , M_K と命名する。これらの公式は図 - (232) の (a), (b) に示した。かなり点描は散乱しているが、限界掃流力付近においてはほぼ実験値と同じ傾向を示していることがわかる。測点結果を概観し、興味ある事実と考えられることは、岩垣博士等の限界掃流力の研究、それは限界掃流力 $\psi = U_{R0}^{*2} / g d (\sigma / \rho - 1)$ が $R_* = \{g d^3 (\sigma / \rho - 1)\}^{1/2} / \nu$ の関数になることであるが、これらの研究から推測されるように、限界掃流力付近の流砂は ψ または R_* あるいは $U_{R0}^* d / \nu$ によつてその特性が大いに異なるということである。すなわち、図 - (232) の (a) に示されているように第 2 群の砂に対応する $R_* = 50 \sim 86$ を境界として、 R_* がこの値より小さい範囲では、等しい $\psi = U_R^{*2} / g d (\sigma / \rho - 1)$ に対して R_* の値が大きくなるほど大きい流砂量 Φ が対応する。一方 R_* の値がこの境界の値より大きい範囲で $R_* < 300 \sim 400$ までは、等しい掃流力 ψ に対して R_* の値が大きくなるほど小さい流砂量 Φ が対応する。 $R_* > 400$ になると、 R_* の値の変化の効果は小さくなり、 ψ と Φ はほぼ一対一に対応して、図 - (232) の (b) に示されるように従来の代表的流砂量公式 $Kalinske^{13)}$, $Einstein^{12)}$ 等のものとほぼ一致してくるようである。この事実は流砂量に関する従来の公式の適用限界として、 $\psi > 1.0 \times 10^{-1}$ とすることが合理的であることを示している。また図 - (232) の (a) において、非定常時に得られた実験値に着目すると、前と同様に $R_* = 50 \sim 86$ を境界として、 R_* の値が小さい場合には、同じ ψ に対して式 (2319) より計算した Φ より実験値の方が大きい。これに反し、 R_* の値がこの境界の値より大きい範囲で $R_* < 300 \sim 400$ までは、同じ ψ に対して式 (2319) より計算した Φ は実験値より大きい。実験値が非定常状態で得られた事を考慮するとき、上述の傾向からつぎのように推論してよいと思われる。すなわち、 R_* が前者の領域にあるときは砂澱の発生によつて流砂量は増加するが、後者の領域においては反対に減少の傾向をとるようである。従つて、いわゆる砂澱が発生すると流砂量が減少するということは後者の領域においてのみ合理的であると考えられる。

つぎに式 (2320) の K を R_* について点描し、実験値を折線で結ぶと、図 - (239) のようになる。そこで平面河床第 III の状態における流砂量の一

般的実験公式としては、 K を R_* のみの関数として図－(239)で与え、式(2319)と同形の式

$$\Phi = K(R_*)(\psi - \psi_c)^2 \quad (2321)$$

を提案する。ただし、限界掃流力 ψ_c としては図－(236)の折線(3)を使用するものとする。

開水路実験－AⅢは実験砂Ⅲ及びⅥを用いた。図－(239)を用いおのこの砂の R_* に対する K を見積り、それぞれ表－(231)の③に示された値を得た。 K および ψ_c により、式(2321)からそれぞれの平面河床第Ⅲの状態における流砂量公式が得られるが、これをそれぞれ $M_{Ⅲ}$ 及び $M_{Ⅵ}$ と命名する。これらの公式は図－(233)に示されている。開水路実験－BⅠおよび閉水路実験は実験砂Ⅰを用いた。そこでこの場合の流砂量公式はともに公式 M_I によつてあらわされると考え、それぞれ図－(234)および(235)に示した。いずれも開水路実験－AⅠの資料ほどにより一致は示されていないが、これらの実験は平面河床の状態を主要な研究対象としていないので、その測定精度が低下していたことによるものと思われる。またこれらの図に示された砂運河床、平滑河床の資料については第5章で詳述するつもりである。

第4節 平面河床の特性におよぼす自由水面の効果

本節では平面河床第Ⅲの状態において、閉水路に対する開水路の特異性と考えられる自由水面の存在が、その現象の運動機構にどのような役割をもつかについて考察することにする。移動床における諸現象の研究は一般に固定床におけるそれらの類似現象に対する知識がその基礎資料となる。移動床上の水流に関して、自由水面の効果を論じた研究は従来あまり発表されていないようである。固定粗面上の流れに関しては、自由水面の存在効果を追求した人々は少ない。ここではこれらの人達の研究のうち重要と思われる一、二のものについてのべる。第2節でのべたように、*Kenel* ¹⁾ は自由表面および壁面のせん断力の不均一性に着目し、式(2.2.15)に $-\bar{\epsilon}(U_m/U_R^*)$ なる項を付加して、式(2.2.17)を提案している。しかし $-\bar{\epsilon}(U_m/U_R^*)$ なる項の付加に関する理論的根拠は明確にされていない。岩垣博士²⁰⁾は自由水面の存在によつて、

*L. Prandtl*の混合距離が増減するとし、その変化をあらわす無次元量 $\xi_w = U_R^* \ell_w / \nu$ と式(2.2.30)の Ar との関係が *Prandtl*の運動量輸送理論から図-(2.4.1)のううに与えられるとし、さらに ξ_w と自由水面の不安定性を $\xi_w = K\Phi(U_m/U_R^*, F_R)$ なる関係式によつて与えている。ここに ℓ_w は混合距離の変化量をあらわし、 K は一定の常数とする。これらの関係から自由表面の効果は U_m/U_R^* 、 F_R 、とくに F_R の変化による Ar の変化として与えられるとし、すでに述べた式(2.2.18)及び(2.2.20)を提案している。

ここでは第2、第3節で得られた開水路および閉水路の対応した関係式を比較して、その特性の相違を追求するわけであるが、その相違は F_R 数の効果の軽重であり、閉水路に対して得た実験式はすでに F_R 数の効果を省略して求められている。また従来の研究、とくに岩垣博士の研究によれば、*Froude*数 F_R が自由表面の効果を代表するものと考えられる。そこでここでは第2節および第3節でのべた実験結果および実験公式における F_R 数の効果を総括し、粗面固定床および平面河床第Ⅲの状態におよぼす自由水面の効果を追求することにした。

1. 固定粗面上の流れについて

開水路実験 - B II の実験 α の資料によつて固定粗面上の流れの抵抗法則をあらわす式 (2233) を得た。この場合は Δr は式 (2231) によつて与えられる。ただし、解析の対象になつた資料の範囲から明らかなように、これらの関係式は 1 種類の砂 (これは一つの無次元量 R^* に対応すると考えられる) で、しかも粗滑遷移領域において成立するように提案されたものである。式 (2231) が適用される範囲について議論をすすめよう。式 (2231) によると $U_R^* d / \nu$ が一定のとき Δr は F_R の増加によつて直線的に増加することがわかる。このことは図 - (222), (223) 及び (225) によつて明らかである。岩垣博士の理論にしたがえば、 Δr の増大は図 - (241) によつて ξ_w の減少、したがつて h_w の減少をきたし、自由水面の不安定にもとづく水理学的効果が減少していくことになる。つぎに粗面固定床の流れに給砂した開水路実験 - B II の実験 α の場合の現象についても自由水面の効果に関する岩垣博士の理論が定性的に成立するものと仮定するとしよう。この場合の粗滑遷移領域における流れの抵抗法則としては式 (2236) が与えられ、 Δr は式 (2234) で示されている。これらの式によると、 F_R 数の増大は上述の場合と同様に Δr の増大をきたし、式 (2236) の成立する範囲内では定性的に自由水面の効果は減少していくことになる。しかし前者に対応する式 (2231) と後者に対応する式 (2234) とを比較すると、 Δr におよぼす F_R の効果は、実験の範囲内で前者の方が顕著であることがわかる。このことは給砂のある場合は掃流力 ψ の効果が卓越し、自由水面の効果は相対的に非常に減少することを示すものである。

2 平面河床第 III の状態における流れについて

開水路実験 - A I の資料をもとにして、平面河床第 III の状態で、 $U_R^* d / \nu < 50$ なる領域における水流の抵抗法則は式 (2264) で与えられた。またこの場合の Δr は式 (2257) で示されている。平面河床第 III の状態に対する式 (2257) と固定粗面に給砂した場合の式 (2234) とは、定量的にかなり異つてゐるが、 F_R 、 ψ 及び $U_R^* d / \nu$ などの Δr におよぼす定性的な効果は同じである。また粗面固定床の式 (2231) と比較すると、本節の 1 で述べたと同様の傾向をもっていることがわかる。すなわち平面河床第 III の場合は固定粗

面に給砂した場合と同様に掃流力 ψ の効果が卓越し、この場合にも岩垣博士の理論が適用しうるとすると、自由水面の効果は相対的に非常に減少するようである。

$U_R^* d / \nu > 50$ の場合の水流の抵抗法則は式 (2270) で与えられ、 A_r は式 (2268) で示されている。 $U_R^* d / \nu < 50$ の場合の式 (2257) と比較すると、前者の場合は $U_R^* d / \nu$ の効果が省略されるが、定性的には F_R 、 ψ の A_r におよぼす効果は同様の傾向である。また ψ が一定のとき F_R の増加により自由表面の効果が減少すると考えられるが、 ψ の効果が卓越するため、その効果の重要性は後者の場合よりさらに小さくなるようである。この事実は完全粗面領域における岩垣博士の理論、 $-F_R$ 数の増加に対し A_r が減少して自由表面の効果が顕著になつてくる一と対応して考えると興味深い。

第 5 章 結 語

以上によつて平面河床の状態における水流の抵抗法則および流砂量法則の概要をのべた。ここではこれらの重要な関係式および結果を総括して結語としよう。

著者は才 1 節において平面河床の現象の特異性と、その取り扱い方についての概要をのべ、才 2 節においては平面河床の状態における水流の抵抗法則および流砂量の法則を、開水路と閉水路のおおのの場合について次元解析的に考察し、それぞれ次のような関係式を得た。

1. 固定床上の流れの抵抗法則

粗面上を流れる開水路水流に給砂した場合の現象をあらわす無次元関数形を、

$$f_3 \left\{ \frac{U_m}{U_{R*}}, \frac{U_m}{\sqrt{gR}}, \frac{U_m R}{\nu}, \frac{U_m R}{8\sigma}, \frac{\rho}{\sigma - \rho}, \frac{R}{d} \right\} = 0 \quad (2.2.5)$$

または、

$$f_4 \left\{ \frac{U_m}{U_{R*}}, \bar{F}_R, \frac{U_* d}{\nu}, \frac{R}{d}, \Phi, \psi \right\} = 0 \quad (2.2.6)$$

であらわし、従来の研究を次元解析的に批判した。また開水路実験 - BII の実験 (a) および (b) の資料により、層流領域では、

$$\frac{U_m}{U_{R*}} = \sqrt{\frac{Re}{3}} \quad (2.2.8)$$

が実験値とよく一致することを示し、さらに粗面固定床の流れおよび粗面固定床の流れに給砂した場合の流れの抵抗法則はそれぞれ、

$$\frac{U_m}{U_{R*}} = 11.3 + 7.65 \bar{F}_R - 20.4 \log \frac{U_* d}{\nu} + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2.2.32)$$

$$\frac{U_m}{U_{R*}} = -2.5 + 0.7 \bar{F}_R^{3.1} - 7.70 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2.2.35)$$

なる実験式によつてあらわされることを示した。これらの式は乱流で $1.37 <$

$U_{R*} d / \nu < 14.62$ なる範囲に対して提案されたもので、給砂のある場合には掃流力をあらわす $U_{R*} d / \nu$ または ψ の効果が卓越することを明らかにした。

つぎに、固定粗面の潤辺をもった任意断面の一樣閉水路内の水流について、その現象をあらわす無次元関数形を、

$$\varphi_3 \left\{ \frac{U_m}{U_*}, \frac{R}{S}, \frac{U_m R}{\nu}, \frac{R}{d} \right\} = 0 \quad (2538)$$

または、

$$\varphi_4 \left\{ \frac{U_m}{U_*}, \frac{R}{S}, \frac{U_* d}{\nu}, \frac{R}{d} \right\} = 0 \quad (2239)$$

であらわし、従来の研究を次元解析的に批判した。また閉水路実験のうち実験aの資料により、層流領域の水流の抵抗法則は

$$f = \frac{8M}{Re} \quad (2242)$$

であたえられることを明らかにし、さらに乱流で滑面固定床の矩形断面一樣閉水路では、

$$\frac{U_m}{U_*} = 3.48 + 5.75 \log \frac{U_* R}{\nu} \quad (2244)$$

が実験結果をよくあらわすことを示した。ただし式(2244)は $1.19 \times 10^2 < Re < 2.66 \times 10^4$, $R/S' = 0.04 \sim 0.11$ において成立し、流水断面の形状効果をあらわす R/S' は重要でないことを明らかにした。

2 平面河床第Ⅲの状態における流れの抵抗法則

平面河床第Ⅲの現象過程における水流の抵抗法則をあらわす無次元関数形を、

$$W_4 \left\{ \frac{U_m}{U_R}, \bar{R}, \frac{U_R^* d}{\nu}, \frac{R}{d}, \psi \right\} = 0 \quad (2253)$$

であらわし、従来の実験式および実験資料を次元解析的に批判した。さらに第1章の実験資料のうち、平面河床第Ⅲの状態に関連した全資料を整理するとともに、この現象過程を主目標とした開水路実験-AIの資料を対象にして解析を実施し、 $U_R^* d/\nu < 50$ 及び $U_R^* d/\nu > 50$ に分けてそれぞれ

$$\frac{U_m}{U_R} = -25.8 + 14.0 \bar{R} - 0.2 \log \frac{U_R^* d}{\nu} - 17.15 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2264)$$

および、

$$\frac{U_m}{UR^*} = -2.7 + 1.8\sqrt{\psi} - 5.75 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2270)$$

なる実験式を提案した。式(2270)に示されているように、 $UR^*d/\nu > 50$ の領域では、粗面固定床上の流れと同様に UR^*d/ν の現象におよぼす効果が減少してくることを明らかにした。

つぎに、底面を移動床とした矩形断面閉水路を用い、平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則について考察し、その無次元関数式として、

$$\Theta_4 \left\{ \frac{U_m}{U_*}, \frac{R}{S'}, \frac{U_m R}{\nu}, \psi, \frac{R}{d} \right\} = 0 \quad (2274)$$

または

$$\Theta_5 \left\{ \frac{U_m}{U_*}, \frac{R}{S'}, \frac{U_* d}{\nu}, \psi, \frac{R}{d} \right\} = 0 \quad (2274)'$$

を得た。さらに閉水路実験のうち実験bの資料を用いて、実験式、

$$\frac{U_m}{U_*} = -8.12 - 10.88 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (2279)$$

を得た。この式は $1.0 < U_* d / \nu < 50$ 、 $R/S' = 0.04 \sim 0.11$ において成立するものである。

つぎに平面河床第Ⅲの状態における掃流流砂量をあらわす無次元関数形は、開水路の場合には、

$$\Phi = \Theta_7 \left\{ R_*, \psi, \frac{U_m}{UR^*} \right\} \quad (2288)$$

または

$$\Phi = \Theta_8 \left\{ \psi_c, \psi, \frac{U_m}{UR^*} \right\} \quad (2288)'$$

となり、閉水路の場合には、

$$\Phi = \Theta_6 \left\{ R_*, \psi, \frac{U_m}{U_*}, \frac{R}{d} \right\} \quad (22102)$$

または

$$\Phi = \Theta_7 \left\{ \psi_c, \psi, \frac{U_m}{U_*}, \frac{R}{d} \right\} \quad (22103)$$

となることを示した。またこれらの関係式によつて従来の流砂量公式を批判し流砂量は現象過程によつてその運動機構を異にするから，これに関係する無次元量 U_m/U^* の効果を導入する必要があることを示した。

第3節においては，河床の物質すなわち水で飽和された砂を一つの流体と考え，この流体模型の流動を理論的に考察し，流砂量公式，

$$\Phi = \frac{(1-\varepsilon)d}{2(\rho_s-\rho)/\mu_s g (\tan\varphi - \sin\alpha)} \cdot (\tau_0 - \tau_c)^2 \quad (2318)$$

を得た。第1章の実験資料のうち平面河床第Ⅲの状態に関連した全資料を整理するとともに，この現象過程を直接の目標とした開水路実験 - A I の資料を対象として，式 (2318) に含まれる流体模型の常数 μ_s を逆算した。また μ_s と砂の粒径 d との関係を明らかにし， $d = 1.0$ mm 付近の砂は移動しやすいことを指摘するとともに， ψ_0 が R_* の関数であることを明らかにすることにより，従来の実験公式の適用限界は $\psi > 1.0 \times 10^{-1}$ とすることが合理的であることを示した。これらの結果を総括し，平面河床第Ⅲの状態における流砂量公式は，

$$\Phi = K(R_*)(\psi - \psi_c)^2 \quad (2321)$$

で与えられることを明らかにした。ただし ψ_0 としては図 - (236) の折線 (3) を用いるものとし， K と R_* との関係は図 - (239) で与えられる。

第4節では自由水面の効果に関する岩垣博士の理論が粗面固定床の流れに対してのみならず，平面河床第Ⅲの状態に対しても定性的に成立するものとみなし，おのこの場合の流れの抵抗法則に F_R 数がどのような効果をもつかを検討した結果つぎの事実を明らかにすることができた。

1 粗滑遷移の状態にある粗面固定床上の流れに対して， $U_R^* d / \nu$ が一定のとき，自由水面の効果は， $F_R = 0.5 \sim 1.5$ の範囲において漸次に減少していくようである。

2 粗面固定床に給砂した場合も， $4.55 < U_R^* d / \nu < 13.3$ の実験範囲において F_R 数のもつ効果は1の場合と同様であるが，この場合は砂の移動による ψ の効果が卓越し，相対的に自由表面の効果は減少する。

3 平面河床第Ⅲの状態に対して， F_R 数のもつ効果は $U_R^* d / \nu < 5.0$ に対し

ではるの場合と同様であり， $U_R^* d / \nu > 50$ に対しては砂の移動による ψ の効果がさらに卓越し，自由表面の効果は相対的に減少する。

以上実験範囲において得られた結果を総括すると，一般に砂の移動のある場合は $U_R^* d / \nu$ が一定のとき， F_R 数の増加は自由表面の効果の減少をきたす。これは岩垣博士が粗面固定床で明らかにした事実と対比して考えると興味ある結果である。

参 考 文 献

- 1) Garbis H. Keulegan : Laws of Turbulent Flow in Open Channels. Jour. of Research of the National Bureau of Standards, Vol.21, Dec. 1938, PP.707~741.
- 2) 岩垣雄一：雨水流による地面浸食機構に関する基礎的研究，1955, P.1.17
- 3) 岩垣雄一：開水路水流の理論，土木学会水工学論文集，水工学の最近の進歩，1953年3月，P.5.
- 4) T.Ishihara, Y. Iwagaki, T. Sueishi: On the effect of bed-load movement in thin Sheet flow, Proc, 3rd Japan National Congress for Applied Mechanics 1953, (1954), PP. 265~269.
- 5) 藤本武助：応用流体力学，昭和18年，P.403.
- 6) 樺東一郎：古屋朝治：流砂ある河川に於ける流速法則に就いて、九大流体力学研究所報告，第7巻，第4号，1951，PP.8~24.
- 7) 岩垣雄一：限界掃流力の流体力学的研究，土木学会論文集，第41号，1956，PP.2~21.
- 8) G.K. Gilbert: The Transportation of Debris by Running Water, United State Geological Survey Professional Paper 86. 1914.
- 9) 安芸岐一：河相論，1944，P.28.
- 10) H.Rouse: Engineering Hydraulics, John Wiley & Sons, New York and Chapman & Hall, Ltd., London, 1950.
- 11) A. Shields: Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebebewegung. Mitteilungen der Preussischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin, Heft 26, 1936.
- 12) H.A. Einstein: Formulas for the transportation of bed load, Trans. ASCE, Vol. 107, 1942, PP. 561~597.
- 13) A.A. Kalinske: Movement of Sediment as bed load in Rivers, Trans. AGU, Vol. 28, No.4, 1947, PP. 615~620.
- 14) Rouse: 前出の文献10. P. 799.

- 15) 岩垣雄一：前出の文献2)，P. 3. 86.
- 16) 椿東一郎：水路床砂礫の掃流量に就いて，九大流体力学研究所報告，第7巻，第4号，1951，P.P. 25～38.
- 17) 石原藤次郎編：応用水理学中I，1958，P. 30.
- 18) T.Tsubaki, T.Kawasumi, T.Yasutomi: On the Influences of Sand
Ripples upon the Sediment Transport in Open Channels, Report of Research
Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Vol. II No.8, 1953.
- 19) 最上武雄：土質力学，1951，P. 135.
- 20) 岩垣雄一：前出の文献2)，P. 1. 35.

第 3 章 砂澱の発生限界に関する研究

第 1 節 概 論

掃流力の無次元量 $\psi = U_R^* / g d (\sigma / \rho - 1)$ が増大するにしたがつて、河床がどのように変化するかということは、従来、多くの研究者の興味ある課題であった。このような河床の変化について、従来から力学的研究の対象となつてきた重要な現象をあげると、まず第一に平面河床Ⅱの状態、すなわち限界掃流力状態において河床付近の現象を支配する法則は何か、換言すると河床面の砂礫の移動開始はいかなる法則にもとづいてなされるかということである。第二は砂礫の移動量を支配する法則は何であるかということ、第三は河床面の変動はどのようにして生成されていくかということである。以上三つの問題はたがいに相関連していると考えられるが、河床の変動を論ずる場合、ともに非常に重要である。本章では第三の河床面の変動について論ずるわけであるが、主として河床面の変形がどのような力学的機構にもとづいて開始するか、換言すると、砂澱の発生機構はどのような法則に支配されるかについて論ずることにする。

砂澱の発生機構についてはその現象が非常に複雑であるために、この方面の研究者の強い興味の対象であるにもかかわらず、まだあまりよくわかっていない。従来の研究を二つに分けて考察してみよう。第一は次元解析的考察にもとづいて実験資料を現象過程別に分類することにより、平面河床Ⅲの状態と砂澱河床との境界の領域として、砂澱の発生限界を把握しようとするものである。これに類する研究としては *H. K. Liu*¹⁾、*Langbein*²⁾、杉尾博士³⁾のものがある。ここでは *Dr. Liu* の研究について述べよう。彼の研究によると、河床面の粗さの水理学的効果の程度を表わす無次元量 $U_R^* d / \nu$ と、掃流力の程度をあらわす $U_R^{*2} / g d (\sigma / \rho - 1)$ とによつて、砂澱の発生限界が示されている。すなわち $U_R^* d / \nu$ のある一定値に対して掃流力を増大していくと、限界掃流力に達して砂礫は移動を開始し、さらに大きいある一定の掃流力において砂澱が発生し始める。 $U_R^* d / \nu$ の値の小さい状態、すなわち河床面の粗さが水理学的

に十分表われていない状態では，砂礫が移動を開始してから，砂澁が発生するまで，すなわち平面河床第Ⅲの領域がかなり広い。これに反して， U_{*d}/ν の値の大きい状態，すなわち水理学的に十分粗い状態では，砂礫が移動を開始した後，ただちに砂澁が発生することが示されている。つぎに，砂澁の発生限界に関して，いま一度現象的に考察してみよう。第1章の実験において明らかにしたように，平面河床第Ⅲの現象段階がすすみ砂澁への遷移河床の状態，すなわち砂澁の発生限界を越えると砂澁がただちに発生してくる。一般に平衡状態に達した砂澁のスケールは，その現象過程がどの程度に発生限界を越えた状態から出発したかにはあまり関係せず，いつたんその限界を越えると砂澁は発生をはじめ，流れの状態は刻々と変化して，砂澁の生成はその流れが平衡に達するまで続くようである。そして砂澁の発生限界をどの程度に越えた状態から出発したかは，もちろん平衡に達したのちの流れにも関係をもつわけであるが，砂澁生成の時間的長短に大きい影響を与えるようである。このために砂澁への遷移河床の状態における資料と砂澁河床の状態に到達したときのそれは一般に不連続となる。岩垣博士が指摘しているように，*Dr. Liu* の求めた砂澁の発生限界はこの事実をどのように考慮して解析したかが明らかでない。もし，砂澁河床の限界として求められたものであれば不合理であると考えられる。第二は主として理論的な取り扱いによるもので，*F. M. Exner*⁴⁾，*A. G. Anderson*⁵⁾，岩垣博士⁶⁾らの研究がある。*Exner* は，流砂量および抵抗がともに平均流速に比例すると仮定し，大きく発達した砂面変形が時間とともにその高さを減じていくことを示した。しかし，いつたん与えられた変形が発達するか減少するかといった砂澁の発生条件については考慮されていない。*Anderson* は水面の変動に誘起された河床に沿う流速の変動のために河床が変動するが，その河床変動が新たな水面の変動を誘起すると考え， $h/\lambda s$ が水流の *Froude* 数 F_R の関数となることを示した。この理論にしたがえば，水面の変動があれば常に砂面変動が発達することになり，*Exner* と同様に砂澁の発生限界を説明するに至っていない。岩垣博士は水流および流砂の基礎方程式に特性曲線法を適用し，河床に与えられた一個の砂澁または砂堆が，流れの状態が常流のときは下流方向に，射流のときは上流方向に進行すること，および流れの状態が常流，射流

にかかわらず，与えられた河床変形の頂部は漸次低くなつていくことを示した。さらにこれらの砂面変形の発達または減衰は河床面の不安定性によつて説明が可能であると考え，微小振動の方法を適用して解析を進めている。著者が砂澱の発生限界を解析するに適用した方法は，上述の微小振動の方法であることを考慮し，岩垣博士の研究を引用して，このような方法による解析がどの程度に有用であるかを述べよう。

水流の運動方程式および連続方程式として，

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial x} &= J_0 - \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Um^2}{2g} \right) - \frac{U_R^{*2}}{gR} \\ AU_m &= Q = \text{一定} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.1)$$

を用い，砂の運動方程式および連続方程式としては

$$g_B = \frac{Kd}{\{(\sigma/\rho - 1)gd\}^m} \cdot U_R^* (U_R^{*2} - U_{R2}^{*2})^m \quad (3.1.3)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{B(1-\epsilon)} \cdot \frac{\partial (g_B B)}{\partial x} \quad (3.1.4)$$

を適用し，さらに砂澱は存在せず，砂面が平面的な状態に維持されておる状態，すなわち平面河床才Ⅲの状態における水流の抵抗法則として，マンニング型の抵抗法則

$$U_R^* = \frac{g^{1/2} n Q}{h^{7/6} B} \quad (3.1.5)$$

を採用して，河床変動の不安定性を論じている。

ここに， x 軸を河床に沿つて流れの方向にとり，また x 軸に直角水平方向に y 軸， $x-y$ 平面に垂直上向に z 軸をとる。 x 方向の平均流速を U_m ，断面積を A ，流量を Q ，水深を h ，径深を R ，重力の加速度を g ，水路幅を B ，基準面の勾配を J_0 ，基準面からの砂面の高さを η ，単位幅当りの体積で表わした流砂量を q_B ，砂の中央粒径を d ， K 及び m を常数，砂の比重を σ/ρ ，砂の間げき率（％）を 100 で割つた量を ϵ ， n をマンニングの粗度係数とする。

この研究の結論として，岩垣博士はつぎのようにのべている。

1. 一般に河床は安定に維持され，河床変形が与えられても，その変形は時間とともに減衰し，消滅することが期待される。
2. 河床変形の伝播方向は，水流状態が常流の時は下流方向で，射流のときは上流方向である。

この二つの結論は前述の特性曲線法による結果とよく一致しており，実際の現象をよく説明している。この事実は微小振動法によつて河床変動の不安定性を取り扱うことの非常に有意義であることを示す。一方，上述の理論結果によれば与えられた河床変形は常に減衰して消滅することになるのであるが，実際の現象では常に消滅するとは限らない。局部的な河床変形が時間とともに発達する場合もあればそのままの状態に維持され，与えられた変形だけが移動する場合もある。そこでこの理論の基礎になつてゐる二，三の仮定について論及する必要がある。すなわち，式(3.1.1)および(3.1.2)式で示されているように，水流の運動方程式および連続方程式において時間的变化に関係する項が省略してあること，流砂を伴う場合の水流の抵抗法則として(3.1.5)式で示すマンニング型のものが平面河床才Ⅲまたは平滑河床の状態において維持されているということである。上述の理論はこれらの仮定を基礎としているために現象が時間的に緩慢で流砂量が比較的大きい特殊な場合のみをよく説明しているものと思われる。しかし一般に平滑な河床の面に砂漣が発生してくるような現象過程は時間的に緩慢な現象ではないように考えられる。したがつて砂漣の発生現象を適格に把握するには，基礎方程式の時間的变化に関係する項を省略することは適切ではないと考えられよう。

つぎに，本章でのべる砂漣の発生限界に，その解析方法として適用される微小振動の方法が，移動床の不安定性および砂漣の発生限界とどのような関連をもつかについてのべよう。ここでいう水流または移動床の不安定性とは，水流の自由表面または移動床の表面に微小振幅の擾乱が与えられたとき，それが時間とともに発達していく状態にあるときは，水流または移動床は不安定であり，時間とともに減衰していく状態にあるときは安定であるとする。一般に流れに加えられた擾乱の安定条件を求めるには，その擾乱によるエネルギーの時間的増減によつて論ずるエネルギー的方法⁷⁾，または流れに加え

られた微小振幅擾乱波の時間的発達および減衰の限界を運動量方程式より論ずる微小振動の方法などがある⁷⁾。乱流理論における層流から乱流への遷移限界は前者の方法で論じられている。また開水路水流の自由表面に発生する転波列の発生限界は水流の不安定性の問題として後者の方法で解析されている。⁸⁾ その結果、固定床をもつた開水路水流の不安定は、水流の *Froude* 数が 1.5 程度の大きい値以上においておこることが知られた。またこの理論結果は実験によつて確められている。一方開水路における移動床では、いわゆる砂澱が発生する。砂澱が発生しているときの水流の *Froude* 数は *Gilbert* の資料では 1 よりも小さく 0.1 ~ 0.2 程度の値が得られている。⁹⁾ この実験事実、移動床をもつた開水路では、転波列が発生する以前に河床が不安定となり、砂澱が発生することの可能性を示している。著者は砂澱の発生も開水路水流における転波列の発生と同様に、移動床の不安定性の問題としてこれを論じうると考えた。すなわち、移動床において砂が一様に流下している状態を想定する。そして、その砂面にある微小振幅の擾乱が加えられたとしよう。その擾乱が減衰していくときは移動床は安定であつて、砂澱は発生しない状態であり、発達していくときは不安定であつて砂澱が発生しうる状態であると考え。砂澱の発生と移動床の不安定性との関連をこのように考えると、砂澱の発生は水流の運動量の方程式とその連続の方程式、および砂の運動方程式とその連続方程式とにより微小振動の方法でこれを解析することは可能であると考えられよう。

本章第 2 節では開水路水流および閉水路水流の一般的な基礎方程式を誘導し、あわせて流砂の法則を考察した。第 3 節ではこれらの基礎方程式をもとにしてそれぞれの移動床の不安定性を一般的に論ずる。第 4 節では移動床の不安定性に関する一般理論に、水流の抵抗法則を与えて砂面変動の発生を論じ、河床の不安定性に関する上述の理論結果がどのような水理学的意義をもっているかを明らかにする。第 5 節では自由水面の効果を代表すると思われる *Froude* 数が上述の一般理論ならびに砂面変形の発生現象に対してどのような役割をもつかを明らかにする。

第2節 移動床における水流および流砂の基礎方程式

固定床上の水流の基礎方程式を誘導する方法は、*Navier-Stokes*の運動方程式を積分する方法、運動量的考え方による方法およびエネルギー保存の法則から式を求める方法がある。固定床をもつた開水路水流の基礎方程式については、1897年に発表された*J. Bussinesq*のもの¹⁰⁾、および1943年に示された*G. H. Keulegan*, *G. W. Datterson*のものがある¹¹⁾。これらはいずれも*Navier-Stokes*の運動方程式を積分して式を誘導しているわけであるが、運動量的な考え方およびエネルギー保存の法則からも同様の基礎方程式を誘導しうることが1955年に岩垣博士によつて示されている¹²⁾。固定壁をもつた閉水路内の圧力水流の基礎方程式は、開水路水流と同様に上述の三つの方法によつて誘導することができる。つぎに本研究において論ずる移動床上の水流の基礎方程式も上述の三つの方法によつて誘導しうるはずであるが、本節ではまづ移動床をもつた開水路水流の基礎方程式をみちびき、つぎに底壁面が移動床によつて構成されている一様な任意断面閉水路水流の基礎方程式を誘導する。さらに得られた方程式を比較検討しておのそのの特異性をあきらかにする。

水流の基礎方程式の誘導方法には上述のように三つの方法があるが、岩垣博士が指摘しているように、運動量的考え方による方法およびエネルギー保存法則による方法は*Navier-Stokes*の運動方程式を積分する方法に比較して非常に容易である。したがつてここでは運動量の関係からこれらの式を誘導することにした。ただし水路の横からの流入、流出は考えないことにする¹³⁾。

1. 水流の基礎方程式

a) 開水路水流の基礎方程式

図-(321)に示すように、移動床をもつた任意断面の一様な開水路内の水流を想定する。水平規準面に対して勾配 J_0 をもつ規準面を考え、この規準面に沿つて下流方向に x 軸、それと直角水平方向に y 軸、 xy 平面に垂直上向に z 軸をとり、微小距離 δx だけ離れた2断面 AB 及び CD と自由水面及び砂面とによつて囲まれた領域に着目する。 x 方向の速度成分を U 、平均流速を U_m 、

断面積を A , 水および砂の密度をそれぞれ ρ, σ , 径深を R , 潤辺を S' , 砂面の幅を B , 砂面の摩擦力を τ , 重力の加速度を g , 水面勾配を S , Z 方向に測った砂面の高さを η とする。

考えている領域の境界からの水の流入, 流出については, 砂面 BC からの水の出入はないものと考えたと断面 AB , および断面 CD のみを考えればよい。そこで運動量はこの2断面を通る水について求めればよい。単位時間に AB 断面を通って入ってくる運動量は $\int_A \rho U^2 dA$ であり, また CD 断面を通って出ていく運動量は $\int_A \rho U^2 dA + \partial(\int_A \rho U^2 dA) / \partial x \cdot \delta x$ であるから, 考えている領域の境界を通して出ていく運動量は,

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_A \rho U^2 dA \cdot \delta x = \rho \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_m U_m^2 A) \cdot \delta x \quad (3.2.1)$$

となる。ここに α_m はいわゆる運動量の速度分布に対する補正係数であつて,

$$\alpha_m = \int_A U^2 dA / U_m^2 A \quad (3.2.2)$$

によつてあらわされる。

また $ABCD$ 内の水の単位時間の運動量の変化量は,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_A \rho U dA \cdot \delta x = \rho \frac{\partial}{\partial t} (U_m A) \cdot \delta x \quad (3.2.3)$$

x 方向に働く力としては, 砂面における摩擦力,

$$-\tau \cdot \frac{\delta x}{\cos \beta} \left(2B + \frac{\partial B}{\partial x} \delta x \right) \frac{\cos \beta}{2} = -\tau B \delta x \quad (3.2.4)$$

と水路の側壁における摩擦力,

$$-\tau' \left\{ 2(S'-B) + \frac{\partial}{\partial x} (S'-B) \cdot \delta x \right\} \frac{\delta x}{2} = -\tau' (S'-B) \delta x \quad (3.2.5)$$

と $ABCD$ 内の水の自重による力,

$$\rho g S \sin \alpha \left\{ 2A + \frac{\partial A}{\partial x} \delta x \right\} \frac{\delta x}{2} = \rho g S \sin \alpha \cdot A \delta x \quad (3.2.6)$$

および考えている領域の境界面に働く圧力の x 方向の成分である。いまこの境界面の内向きの法線の x 軸に対する方向余弦を ℓ , 圧力を P , 境界面の面積素片を dS とすると, 圧力の x 方向の成分は,

$$\iint \rho p ds$$

(327)

となる。

したがって運動量の法則から (321), (323), (324), (325), (326) 及び (327) により

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(U_m A) \delta x + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_m U_m^2 A) \delta x = & -U_*^2 B \delta x - U_*'^2 (S' - B) \delta x \\ & + g \sin \alpha \cdot A \delta x + \frac{1}{\rho} \iint \rho p ds \end{aligned} \quad (328)$$

が得られる。ただし U_* , U_*' は摩擦速度を表わし、それぞれ $U_* = \sqrt{\tau/\rho}$, $U_*' = \sqrt{\tau'/\rho}$ で示される。

(328) 式の右辺の第四項は Gauss の定理によつて体積積分になおし、 $-\iiint \partial P / \partial x \cdot dV$ となる。そこで Z 方向の加速度が無視されるという仮定が可能である場合には、圧力 P は次式、

$$P = \rho g (h + \eta - z) \cos \alpha \quad (329)$$

であらわされるから、圧力の x 方向の成分は (329) 式を用いて、

$$-\iiint \frac{\partial P}{\partial x} dV = -\rho g A \cos \alpha \frac{\partial}{\partial x} (h + \eta) \delta x \quad (3210)$$

とあらわされる。そこでこの場合の運動量方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(U_m A) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_m U_m^2 A) = & -U_*^2 B - U_*'^2 (S' - B) \\ & + g \sin \alpha \cdot A - g A \cos \alpha \frac{\partial}{\partial x} (h + \eta) \end{aligned} \quad (3211)$$

が得られる。

つぎに連続の方程式についてのべる。単位時間に考えている領域の中に貯留される水の質量は $-\partial(\int_A U dA) / \partial x \cdot \delta x \cdot \rho$ 、一方その領域内に存在する水の質量の増加量は $\partial A / \partial t \cdot \delta x \cdot \rho$ であるから、この2つの量を等しくおくと、

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U_m A) = 0 \quad (3212)$$

が得られる。

以上によつて、移動床をもつた任意断面の一樣な開水路における水流の基礎

方程式としてそれぞれ式 (3 2 8) または (3 2 1 1) と, 式 (3 2 1 2) を得た。

幅 B の一様な矩形断面の水路の場合には, これらの式において, $A=Bh$, $S=B+2h$, とおき,

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t}(U_m h) + \frac{\partial}{\partial x}(U_m U_m^2 h) \right\} B \delta x = (-U_*^2 - \frac{2h}{B} U_*^2 + gh \sin \alpha) B \delta x + \frac{1}{\rho} \iint \rho p ds \quad (3 2 8)'$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(U_m h) + \frac{\partial}{\partial x}(U_m U_m^2 h) = -U_*^2 - \frac{2h}{B} U_*^2 + gh \sin \alpha - gh \cos \alpha \cdot \frac{\partial}{\partial x}(h + \eta) \quad (3 2 1 1)'$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U_m h) = 0 \quad (3 2 1 2)'$$

が得られる。

b) 閉水路水流の基礎方程式

図 - (3 2 2) に示すように移動床をもった任意断面の一様な閉水路内の水流を想定し, 水路の底面に沿って下流方向へ x 軸, それと直角水平方向に y 軸, $x-y$ 平面に垂直方向に z 軸をとり, 微小距離 δx だけ離れた 2 断面 AB, CD およびその 2 断面で切り取られた管壁と砂面によつて囲まれた領域に着目する。 x 方向の速度成分を U , 平均流速を U_m , 断面積を A , 水および砂の密度をそれぞれ ρ, σ , 径深を R , 潤辺を S' , 砂面および管壁の摩擦応力をそれぞれ τ, τ' , 重力の加速度を g , 動水勾配を I , 水路底の傾斜角を α , Z 方向に測った砂面の高さを η とする。

開水路の場合と同様に, 考えている領域の境界から単位時間に出ていく運動量は $\partial(\int_A \rho U^2 dA) / \partial x \cdot \delta x = \partial(\alpha_m U_m^3 A) / \partial x \cdot \rho \delta x$ となる。ここに α_m は (3 2 2) 式と同様に定義された運動量の流速分布に対する補正係数である。また $ABCD$ 内の水の単位時間の運動量の変化量は $\partial(\int_A \rho U dA) / \partial t \cdot \delta x = \partial(U_m A) / \partial t \cdot \rho \delta x$ である。

x 方向に働く力としては, 砂面における摩擦力 $-\tau B \delta x$ と, 管壁における摩擦力 $-\tau' B' \delta x$, 異質の管壁における摩擦力 $-\tau''(S' - B - B') \delta x$ と, $ABCD$ 内の水の自重による力 $\rho g S \sin \alpha \cdot A \delta x$, および考えている領域の境界面に働く圧力の x 方向の成分である。いまこの境界面の内向きの法線の x 軸に対する方

向余弦を ℓ , 圧力を P , 境界面の面積素片を dS とすると , 圧力の x 方向の成分は $\iint \ell P dS$ となる。

したがって運動量の法則から

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(U_m A) \delta x + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_m U_m^2 A) \delta x = & -U_*^2 B \delta x - U_*'^2 B' \delta x - \\ & U_*''^2 (S' - B - B') \delta x + g \sin \alpha \cdot A \delta x + \frac{1}{\rho} \iint \ell p dS \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

が得られる。ただし $U_* = \sqrt{\tau/\rho}$, $U_*' = \sqrt{\tau'/\rho}$, $U_*'' = \sqrt{\tau''/\rho}$ とする。

(3.2.13) 式の右辺の第五項は Gauss の定理によつて体積積分になおし、
 $-\iiint \partial P / \partial x \cdot dV$ となる。そこで Z 方向の加速度が無視されるという仮定が可能である場合には、圧力は次式、

$$P = \rho g (\Gamma - S - Z \cos \alpha) \quad (3.2.14)$$

であらわされる。ここに Γ は基準水平面から測つた位置水頭の和をあらわし、
 S は基準水平面からの水路底の高さをあらわす。圧力の x 方向の成分は、

$$-\iiint \frac{\partial P}{\partial x} dV = -\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x} - \frac{\partial S}{\partial x}\right) \rho g A \delta x \quad (3.2.15)$$

$$= -\frac{\partial P}{\partial x} A \cdot \delta x \quad (3.2.16)$$

とあらわされる。したがつてこの場合には式(3.2.13)の代りに、

$$\frac{\partial}{\partial t}(U_m A) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_m U_m^2 A) = -U_*^2 B - U_*'^2 B' + U_*''^2 (S' - B - B') + g A I \quad (3.2.17)$$

が得られる。ただし、 I は動水勾配で(3.2.14)式より

$$I = -\frac{\partial \Gamma}{\partial x} = -\frac{1}{\rho g} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial S}{\partial x} \quad (3.2.18)$$

とあらわされる。

つぎに連続の方程式についてのべよう。単位時間に、考えている領域の境界から外に出る水の質量は $\partial(\int_A U dA) / \partial x \cdot \rho \delta x$, 領域内にある水の質量が単位時間に減少する質量は $-\partial A / \partial t \cdot B \cdot \rho \delta x$ であるから、この2つの量

を等しくおき，

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U_m A) = 0 \quad (3.2.19)$$

が得られる。

以上によつて，移動床をもつた任意断面の一樣な閉水路における水流の基礎方程式として，それぞれ式(3.2.13)または(3.2.17)と，式(3.2.19)を得た。

幅 B ，高さ $(D - \eta)$ の矩形断面閉水路で，底面が砂面，上面および一側面が鉄板，他の一側面が透明な合成樹脂板で作られている場合には，これらの式において， $A = B(D - \eta)$ ， $S' = 2B + 2(D - \eta)$ ， $B' = (D - \eta) + B$

とおき，それぞれ

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \{U_m(D - \eta)\} + \frac{\partial}{\partial x} \{ \alpha_m U_m^2(D - \eta) \} \right] B \delta x = \left[-U_*^2 - U_*'^2 \left(1 + \frac{D - \eta}{B}\right) - \right.$$

$$\left. U_*'^2 \frac{(D - \eta)}{B} + g(D - \eta) \sin \alpha \right] B \delta x + \frac{1}{\rho} \iint \rho p ds \quad (3.2.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \{U_m(D - \eta)\} + \frac{\partial}{\partial x} \{ \alpha_m U_m^2(D - \eta) \} = -U_*^2 - U_*'^2 \left(1 + \frac{D - \eta}{B}\right) - U_*'^2 \frac{(D - \eta)}{B} + g(D - \eta) I \quad (3.2.17)^*$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (D - \eta) + \frac{\partial}{\partial x} \{U_m(D - \eta)\} = 0 \quad (3.2.19)^*$$

が得られる。

2. 流砂の基礎方程式

河床の砂は粒状体であるから，その運動機構を個々の砂粒の運動として微視的立場からこれを取り扱うことは，流砂の運動を研究する一つの重要な立場である。またこの立場にたつてなされる従来の多くの研究は流砂の現象をかなり広い範囲にわたつてよく説明している。一方移動床における流砂の現象は，個々の砂粒の運動と同時に，砂鏈の移動によつて単的に示されるように，いわゆる集団的運動をともなっている。このような河床変形による砂の集団的運動を研究の対象とする場合には，上述の微視的立場よりむしろ巨視的立場から，個々の砂粒に注目することなく，河床変形の伝播による媒質の移動現象とみた方が

適切であるように思われる。すなわち，河床物質の変動をある種の流体運動と仮定し，この模型流体がその表面を流動する水流によつてその表面にせん断抵抗力を受け，ある深さの層をもつて流動しているものと考えerわけである。第2章第3節で述べた流砂の理論的考察は，上述のような思想を基礎にしており，砂面変形がない状態，すなわち平面河床第Ⅲの状態に着目して，その方程式を誘導した。砂澱の発達過程及び砂澱河床の状態における流砂の基礎方程式についても，同様の思想にもとづいてこれを誘導しうるはずであり，第3節以下に述べる砂澱の発生限界の厳密な解析には，上述のような流砂に関する非定常の基礎方程式が必要である。しかし，かりに上述の思想によつて流砂の基礎方程式が得られたとしても，その式の適用限界を実証することは非常に困難である。すなわち，現段階におけるこの方面の研究は流砂の非定常の基礎方程式を確立しうるまでに進んでいないようである。

つぎに模型流体の思想により流砂の連続方程式を誘導しよう。開水路の場合は図-(3.2.1)において，領域 BB^*C^*C を考えると，単位時間に領域の中に貯留される流体の質量は $-\partial\{q_B B(1-\epsilon)\}/\partial x \cdot \sigma \delta x$ であり，一方その領域に存在する流体の質量の増加量は $\partial\eta/\partial t \cdot \sigma B \delta x$ であるから，この2つの量を等しくおき，

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} B + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{q_B B}{1-\epsilon} \right\} = 0 \quad (3.2.20)$$

が得られる。閉水路の場合は図-(3.2.2)において，領域 BB^*C^*C を考えると式(3.2.20)と同じ方程式が得られる。

3 開水路水流と閉水路水流の基礎方程式の比較

水の運動方程式について(3.2.8)'と(3.2.13)'を比較しよう。開水路の式(3.2.8)'における水深 h に対して閉水路の水深 $(D-\eta)$ を対応させると，潤辺の種類の違いがあるだけで，対応項の有無という点では両式は同じであるとみてよい。幅 B の矩形断面の水流の基礎方程式(3.2.11)'と(3.2.17)'を比較するについて，(3.2.11)'の右辺は(3.2.9)式および(3.2.18)によつて変形され，

$$\frac{\partial}{\partial t}(u_m h) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_m u_m^2 h) = -u_*^2 - u_*^2 \frac{2h}{B} + ghI$$

(3 2 1 1)''

が得られるから，同様の意味で同じとみてよい。水路幅が非常に広くなると，
 (3 2 1 7)', (3 2 1 1)'' からわかるように，開水路にくらべ閉水路では
 $U_*'^2$ の項が余分に加わる。

第3節 移動床の不安定性に関する一般理論

第2節において誘導した基礎方程式をもとにして、微小振動の方法により河床の不安定性を一般的に取り扱ってみる。得られた理論結果の具体的適用およびその合理性については第4節において詳論することにする。

1. 開水路における移動床の不安定性

a) 基本方程式

基準勾配 J_0 の平面と平行な砂面を考え、その上を水が等速定常の状態で流下し、河床変形をとまなうことなく砂が一様に移動している状態を想定する。

移動床の不安定はこのような平面河床第Ⅲの状態の限界状態として起こるものと考えられる。また、河床物質を一つの流体と考えれば、この定義された流体と水とが一つの境界面をもつてその境界面の方向に相対速度をもつて流動しているとき、その境界の不連続面において生起する現象と考えてよい。このような現象は波形雲の生成とか、風によつて水と空気の境界面である水面に水波を発生させる現象と同様な物理的機構をもつものと考えられる^{1,4)}。境界面におこるこのような現象は、境界層理論が教えるように、一般に境界面に非常に近い薄い層に着目して、これを取り扱っていけばよい。しかしながら砂面上の水流は無限の水深をもっていない。このことは自由水面上の大気の流れと非常に異なる点である。そこで砂面の不安定を論ずるには水流の深さを考慮してその基礎方程式の適応性を検討する必要がある。砂面上の水流の水深が非常に小さい場合は、砂面の変動はただちに水面の変動を誘起し、水流および流砂の運動方程式において垂直方向の加速度を無視することはできない。一方水深の大きい場合には水流の平均的取り扱いによつては砂面の近傍に限られたこの現象を適格に把握することは困難であると思われる。この場合は上述のように境界層的な思想を導入し、境界の薄い層についての物理的特異性を考慮して基礎方程式を誘導し、その方程式によつてのみこの現象を合理的に把握しようとする。つぎにこれら極端な二つの場合のいずれにも属さない中間的な場合がある。本節ではこのような場合について詳論する。この場合には水流の水深は特別に浅くもなければ特別に深くもない場合で、その基礎方程式として式(3.2.1.1)。

(3 2 1 2)', (2 3 2 1), (3 2 2 0)を適用することが可能であるとするわけである。すなわち, Z 方向の加速度を無視し, 平均流として流れ方向の一次元的な取り扱いを仮定する。さらに式 (3 2 1 1)' において, 砂面に働らく摩擦力の項, U_*^2 の関数形として, 流砂はあるが河床変形のない平面河床第Ⅲの状態における U_*^2 についての関数形がそのまま適用されるものと仮定する。換言すれば現象が非定常になつても砂面に働らく力は等流状態における抵抗法則に支配されているとみなすわけである。この仮定はさらに流砂の運動方程式についてのつぎのような取り扱いを可能にする。流砂量は一般に砂面に働らく摩擦力と河床の形状を表わす量の関数と見てよいであろう¹⁵⁾ 河床変形がなければ流砂量は単に摩擦力のみの関数であることは従来の数多くの研究によつて明らかにされている。そこで, 上述の摩擦力についての仮定を流砂量との関連のもとにさらに説明すれば, 非定常の水流において摩擦力の項, U_*^2 の関数形を, 河床変形がなく等流のときの U_*^2 の関数形と同型であると仮定することは, 流砂量 q_B も河床変形がなく等流のときのその関数形が, 非定常においてもそのままの関数形で維持されると仮定することと同程度の精度をもつて許されるということである。河床が変形をおこす限界における非定常現象に対しては以上の仮定はかなりの精度をもつて許されると考えられる。本節において取り扱われる基礎方程式は, これらの仮定が可能な場合で, しかも複雑な力学的機構の主要部を適格につかむために, 対象とする現象は二次元とした。

水流の基礎方程式および連続の方程式は, 式 (3 2 1 1)', (3 2 1 2)' より,

$$\frac{\partial}{\partial t}(U_m h) + \frac{\partial}{\partial x}(U_m U_m^2 h) = -U_*^2 + g h \left(J_0 - \frac{\partial \eta}{\partial x} \cos \alpha \right) - g h \cos \alpha \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3 3 1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U_m h) = 0 \quad (3 3 2)$$

流砂の基礎方程式は, 平面河床第Ⅲの状態を対象として得られた式 (2 3 2 1) を一般化した方程式を用いることにし, 連続の方程式は式 (3 2 2 0) を適用することになると,

$$q_B = k(\tau - \tau_c)^\omega \quad (3 3 3)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{1}{1-\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0$$

(334)

となる。ここに， k ， ω は係数であり，式(2321)が適用される場合は $\omega = 20$ となる。

つぎに，流砂があり河床変形が存在していない状態，すなわち平面河床才Ⅲの状態において，砂面に働いていると考えられる摩擦力について考察しよう。この状態のときは水流は等流の状態で流下していると考えられる。等流状態のときの水量を非定常状態のときのそれらと区別して，つぎのように記号する。

表一 (331)

	非定常状態	等流状態
平均流速	U_m	U_{m0}
水深	h	h_0
摩擦応力	τ	τ_0
河床の高さ	η	η_0
河床勾配	J	J_0
動水勾配	I	I_0
流砂量	q_B	q_{B0}

等流状態においては，砂面に働いている摩擦力は明らかに，

$$\tau_0 = \rho g h_0 J_0$$

(335)

である。またこの状態における水流の抵抗法則は第2章において詳論したように，一般に式(2253)で与えられる。式(335)及び(2253)から河床勾配 J_0 を消去すると，砂面の摩擦力 τ_0 は一般に平均流速 U_{m0} ，水深 h_0 の関数となる。このような平面河床第Ⅲの状態において砂面に働いている τ_0 の関数形が，いま考えている式(331)，(332)，(333)及び(334)であらわさる非定常状態の摩擦力 τ に対しても同じ関数形であたえられるものと仮定する。このような仮定が可能であるとする，摩擦力 τ は一般に平均流速 U_m ，水深 h の関数となる。

以上の考察によつて，いま考えている移動床をもつた開水路水流の非定常現象は，平均流速 U_m ，水深 h ，流砂量 q_B ，砂面の高さ η を従属変数としてこれらの四式を連立に解けばよいはずである。しかしながら，この連立方程式の

厳密解をうることは数学的に非常に困難であり，本節では砂面が変形をおこす
 限界付近の非定常現象を問題としているので，この連立方程式の第一次近似解
 の特性について詳論することにした。

砂はすでに移動を開始しているが，河床変形がまだおこっていない状態，す
 なわち平面河床状態の状態を想定する。この状態になんらかの原因で河床に微
 小擾乱 η' が加えられると，それは平均流速，水深及び流砂量の微小な変動
 U'_m, h' 及び q_B' を誘起するが，これらと従属変数 η, U_m, h, q_B との関係
 は，

$$\left. \begin{aligned} U_m &= U_{m0} + U'_m \\ h &= h_0 + h' - \eta' \\ \eta &= \eta_0 + \eta' \\ q_B &= q_{B0} + q_B' \end{aligned} \right\} \quad (336)$$

であらわされる。〔図 - (331) を参照のこと〕

つぎに式 (331) を微分した式と，式 (332)，および式 (333) な
 らびに式 (334) から流砂量 q_B を消した式のそれぞれに (336) の関係
 を代入する。そして微小擾乱による変動量とその導関数との積，およびそれぞ
 れの自乗以上の高次の項を微小量として省略すると，

$$\begin{aligned} h_0 \frac{\partial^2 U'_m}{\partial t \partial x} + U_{m0} \frac{\partial^2 h'}{\partial t \partial x} + 2\alpha_m U_{m0} h_0 \frac{\partial^2 U'_m}{\partial x^2} + (\alpha_m U_{m0}^2 + g h_0 \cos \alpha) \frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} \\ = \left\{ -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau}{\partial h} \right)_0 + g \right\} \frac{\partial h'}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau}{\partial U_m} \right)_0 \frac{\partial U'_m}{\partial x} - g h_0 \frac{\partial^2 \eta'}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (337)$$

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + h_0 \frac{\partial U'_m}{\partial x} + U_{m0} \frac{\partial h'}{\partial x} = 0 \quad (338)$$

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t} + \frac{\varphi}{g} \left(\frac{\partial \tau}{\partial h} \right)_0 \frac{\partial h'}{\partial x} + \frac{\varphi}{g} \left(\frac{\partial \tau}{\partial U_m} \right)_0 \frac{\partial U'_m}{\partial x} = 0 \quad (339)$$

が得られる。ここに， $\varphi = g k w (\tau_0 - \tau_c)^{n-1} / (1 - \epsilon)$ ， $(\partial \tau / \partial h)_0 = -\tau_0 / \partial h_0$ ，

$(\partial \tau / \partial U_m)_0 = \partial \tau_0 / \partial U_{m0}$ とする。

式 (337)，(338) 及び (339) は従属変数 η' ， U'_m ， h' の関係
 式であるが，これらの三式から変動の流速 U'_m および水深 h' を消去す

ると、

$$\frac{\partial^3 \gamma'}{\partial t^3} + P \frac{\partial^3 \gamma'}{\partial t^2 \partial x} + Q \frac{\partial^3 \gamma'}{\partial t \partial x^2} + R \frac{\partial^3 \gamma'}{\partial x^3} + M \frac{\partial^2 \gamma'}{\partial t^2} + N \frac{\partial^2 \gamma'}{\partial t \partial x} = 0 \quad (3310)$$

が得られる。ここに、(3310)式の各項の係数 P, Q, R, M, N は、

$$\left. \begin{aligned} P &= 2 \alpha_m U_{m0} \\ Q &= \alpha_m U_{m0}^2 - g h_0 \cos \alpha - \varphi \left(\frac{\partial \tau}{\partial U_m} \right)_0 \\ R &= -\varphi \left\{ \left(\frac{\partial \tau}{\partial U_m} \right)_0 U_{m0} - \left(\frac{\partial \tau}{\partial h} \right)_0 h_0 \right\} \\ M &= \frac{1}{\rho h_0} \left(\frac{\partial \tau}{\partial U_m} \right)_0 \\ N &= -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau}{\partial h} \right)_0 + g J_0 + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau}{\partial U_m} \right)_0 \frac{U_{m0}}{h_0} \end{aligned} \right\} \quad (3311)$$

で与えられる。

この式(3310)は連立微分方程式(331), (332), (333), (334)の第一次近似解が満足しなければならない微分方程式であり、以後の議論はすべてこの方程式を基礎としているので、この方程式を移動床の不安定条件を求めるための基本方程式とする。

b) 砂面の不安定性について

(1) 一般的考察

式(3310)を一般的に解くことができれば、その解の特性をぎんみすることによつて砂面の不安定性を一般的に論ずることができるのであるが、式(3310)の一般解を求めることは非常に困難であるので、つぎのような方法によつて砂面が安定または不安定になるための必要条件を求めた。

いま、擾乱による砂面の変化が、

$$\gamma' = A e^{bt} \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} \left[\beta \left(x - \frac{c}{\beta} t \right) \right] \quad (3312)$$

によつて表わされるような波形で与えられると仮定し、この擾乱波の時間的な発達あるいは減衰について考察する。式(3312)をかきかえると

$$\eta' = A e^{rt + i\beta x} \quad (3.3.13)$$

ただし, $r = b - i0$ (3.3.14)

が得られる。 r の実数部 b は式 (3.3.13) であらわされる擾乱波の振幅の時間的変動を示すものであるから, 式 (3.3.12) で与えられた擾乱波が安定であるか不安定であるかは, b の符号によつて決定される。その条件は,

$$\left. \begin{array}{ll} b > 0 & \text{不安定} \\ b = R(r) = 0 & \text{中立の安定} \\ b < 0 & \text{安定} \end{array} \right\} \quad (3.3.15)$$

と表わされる。いま, 基本方程式 (3.3.10) が式 (3.3.13) であらわしうのような特解をもつと仮定すると, 一般に r の値は三つの異なつた値をもつはずである。そこで平面河床第Ⅲの状態にある砂面に式 (3.3.13) で表わされるような微小擾乱が与えられたときの砂面の不安定性については, 式 (3.3.15) の条件からつぎのように定義される。

不安定領域 : 3個の b の値のうち少なくとも一個が正の値をとる場合には, 考えている平面河床第Ⅲの状態は不安定領域にある。

中立の安定領域 : 3個の b の値のうち少なくとも一個は零で, 他の b がすべて負の値をとる場合には, 考えている平面河床第Ⅲの状態は中立の安定領域である。

安定領域 : 3個の b がすべて負の値をとる場合は, 考えている平面河床第Ⅲの状態は安定領域である。

式 (3.3.12) を式 (3.3.10) に代入し, (3.3.12) 式が微分方程式 (3.3.10) を満足するための条件を求めると,

$$r^3 + (M + P\beta i)r^2 + (-Q\beta^2 + N\beta i)r - R\beta^3 i = 0 \quad (3.3.16)$$

が得られる。(3.3.16) 式は r について三次の代数方程式であるから, 一般に三根 r_1, r_2, r_3 をもつはずである。(3.3.12) 式で与えられる砂面の擾乱波に対して, その波形の伝播方向にかかわらずに砂面が安定であるためには, (3.3.16) 式の三根の実数部がいずれも, 砂面の擾乱波の波長 $2\pi/\beta$, すなわち β に関係なくすべて負数であることが必要である。三根 r_1, r_2, r_3 を

直接求めて必要な条件を出すことは非常にむずかしいので、ここではつぎにのべるような方法をとつた。

いま三次の代数方程式 (3.3.16) を代数的に解いて三根 r_1, r_2, r_3 が得られたとする。この三根は一般に複素数で、その実部 $R(r)$ および虚部 $J(r)$ はいずれも式 (3.3.10) の各項の係数 P, Q, R, M 及び N と与えられた擾乱波の波長 $2\pi/\beta$ の関数であるはずである。三根の実部 $R(r_1), R(r_2), R(r_3)$ に着目し、これらが擾乱波の波長 $2\pi/\beta$ に無関係にすべて負の値をもつための必要条件が得られているとしよう。それらの関係式は係数 P, Q, R, M 及び N を含む 3 組の不等式となるはずである。一方平面河床第Ⅲの状態の砂面に砂漣が発生または消滅していく現象を想定する。平面河床第Ⅲのある現象過程において、上述の微小変形が与えられた場合に、その変形が時間的に発達しないとする、その現象過程では、上述の方法によつて得られた 3 組の不等式はすべて満足されているはずである。またその変形が発達していくとすると、その現象過程では、上述の不等式のうち少なくとも一組は満足されないはずである。すなわちその組の不等式のあるものについては不等号が逆になるはずである。第一の現象過程から第二のそれに連続または不連続に移行していくものとする、連続的に移行する場合にはその限界と考えられる現象過程が存在するはずである。そしてその過程においては、与えられた微小変形は発達または減衰することなく、そのままの変形が維持されることになる。不連続に移行する場合は上述のような限界としての現象過程は存在しないと考えられる。ここでは砂面変形の発生、消滅に関して上述のような限界としての現象過程が存在する場合について考えてみよう。そのような過程においては、砂面の不安定性を示す 3 組の不等式のうち少なくとも一組の不等式のあるものは等式となり、したがつて、 $R(r_1), R(r_2), R(r_3)$ のうち少なくとも一つは零になるはずである。以上のような想定のもとに、まず平面河床第Ⅲの状態は限界の現象過程にあるとして式 (1.3.16) を代数的に解くことにした。するとこの場合には式 (1.3.16) の 3 根のうち少なくとも一つの根の実数部が波長 $2\pi/\beta$ に関係なく恒等的に零になるには係数 P, Q, R, M, N の間にどのような関係があればよいかを求める問題となる。この関係を誘導するには三角関数を使つて

簡単に求める方法もあるが、後述のように限界の現象過程の近傍において解析を展開する必要上、次のような代数的方法によつた。

式 (3314) を式 (3316) に代入し、 τ を実数部と虚数部にわけて整理すると、

$$C^2(-3b-M)-C(-2bP\beta-N\beta)+b^3+Mb^2-Qb\beta^2=0 \quad (3317)$$

$$-C^3+C^2P\beta-C(-3b^2-2bM+Q\beta^2)-b^2P\beta-bN\beta+R\beta^3=0 \quad (3318)$$

が得られる。式 (3317) 及び (3318) から τ の虚数部 C を消却すると、

$$\beta^6 f_5(b) + \beta^4 f_7(b) + \beta^2 f_9(b) + f_{11}(b) = 0 \quad (3319)$$

が得られる。ここに、 f_5 、 f_7 、 f_9 及び f_{11} は b についてそれぞれ 5 次、7 次、9 次、11 次の有理整式をあらわし、

$$\begin{aligned} f_5(b) = & \{-Qb(bp-N+MP)+R(-3b-M)^2\}^2(-3b-M) + \\ & (2bP+N)\{-Qb(bp-N+MP)+R(-3b-M)^2\}\{-2bP-N(bp-N+MP)+(3b+M)(2bQ+MQ)\} + \\ & \{(-2bP-N)(bp-N+MP)+(3b+M)(2bQ+MQ)\}^2(-Qb) \end{aligned} \quad (3320)$$

$$\begin{aligned} f_7(b) = & b[-2(M+2b)(3b+M)(-NM-4b^2P-5bN)\{-Qb(bp-N+MP)+R(-3b-M)^2\} - \\ & 2(M+2b)^2(3b+M)(2bP+N)\{-Qb(bp-N+MP)+R(-3b-M)^2\} + \\ & (M+2b)(2bP+N)(-NM-4b^2P-5bN)\{-2bP-N(bp-N+MP)+(3b+M)(2bQ+MQ)\} + \\ & 4Qb(3b+M)(M+2b)^2\{-2bP-N(bp-N+MP)+(3b+M)(2bQ+MQ)\} + \\ & b(b+M)\{-2bP-N(bp-N+MP)+(3b+M)(2bQ+MQ)\}^2] \end{aligned} \quad (3321)$$

$$\begin{aligned} f_9(b) = & -b^2(3b+M)(M+2b)^2[(-NM-4b^2P-5bN)^2+2(M+2b)(-NM-4b^2P-5bN)(2bP+N) + \\ & +b(b+M)\{-2bP-N(bp-N+MP)+(3b+M)(2bQ+MQ)\}+4Qb(3b+M)(M+2b)^2] \end{aligned} \quad (3322)$$

$$f_{11}(b) = 4b^4(3b+M)^2(b+M)(M+2b)^4 \quad (3323)$$

となる。

(3319) 式を b の代数方程式とみると、限界の現象過程における砂面の安定性を論ずるに必要な条件をこの方法によつて求めるためには、代数方程式 (3319) は擾乱波の波長 $2\pi/\beta$ に関係なく $b=0$ なる根を持つことが必要である。そのためには、式 (3319) の左辺第 2, 3, 4 項は (3321), (3322), (3323) 式によつて示されているように因数 b をもっているから、(3319) 式の左辺才 1 項 $f_5(b)$ が因数 b をもっていることが要求

される。また (3319) 式は波長 $2\pi/\beta$ に無関係に因数 b^2 をもちえないことは, (3319) 式の係数を検討することによつて明らかである。そこで (3319) 式の左辺が因数 b をもつための必要条件式として,

$$-RM^3 + NM^2Q - N^2MP + N^3 = 0 \quad (3324)$$

が得られる。

式 (3324) の条件のもとに (3319) 式は $b = 0$ の根をもつのであるが, このときの (3316) 式の根の虚数部 C は (3317) 及び (3318) の両式を満足する必要がある。この場合の根の虚数部 C として,

$$C = \frac{N\beta}{M} \quad (3325)$$

を得る。そこでこのときの (3316) 式の一根を $r_1 = b_1 - C_1 i$ とすると,

$$r_1 = b_1 - C_1 i = -\frac{N}{M}\beta i \quad (3326)$$

となる。すなわち (3326) 式に示された根は係数間の関係式 (3324) が満足されることを条件として, (3316) 式の根となりうる。しかもその実数部は波長 $2\pi/\beta$ に無関係に零であるから, 関係式 (3324) は限界の現象過程において満足されねばならない重要な関係の一つである。

つぎにこの場合における他の二根として, 式 (3326) および (3316) から,

$$r_{2,3} = \left[-(M + P\beta i - \frac{N}{M}\beta i) \pm \sqrt{(M + P\beta i - \frac{N}{M}\beta i)^2 - 4\{-Q\beta^2 + (P - \frac{N}{M})\frac{N\beta^2}{M}\}} \right] \cdot \frac{1}{2} \quad (3327)$$

が得られる。

さらに, (3327) 式の根号内を完全平方の形にし, 根号外に出して整理すると,

$$r_2 = \left\{ \frac{-M}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}(\alpha_1 + \sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2})} + \left\{ -\frac{1}{2}(P - \frac{N}{M})\beta + \frac{1}{2} \frac{\beta_1}{\sqrt{2\alpha_1 + 2\sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2}}} \right\} i \right\} \quad (3328)$$

$$r_3 = \left\{ \frac{-M}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}(\alpha_1 + \sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2})} + \left\{ -\frac{1}{2}(P - \frac{N}{M})\beta - \frac{1}{2} \frac{\beta_1}{\sqrt{2\alpha_1 + 2\sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2}}} \right\} i \right\} \quad (3329)$$

が得られる。よつてこの場合の三根の実数部および虚数部は，

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= 0 \\ b_2 &= -\frac{M}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}(\alpha_1 + \sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2})} \\ b_3 &= -\frac{M}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}(\alpha_1 + \sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2})} \end{aligned} \right\} \quad (3330)$$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{N}{M} \beta \\ C_2 &= \frac{1}{2} \left(P - \frac{N}{M} \right) \beta - \frac{1}{2} \frac{\beta_1}{\sqrt{2\alpha_1 + 2\sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2}}} \\ C_3 &= \frac{1}{2} \left(P - \frac{N}{M} \right) \beta + \frac{1}{2} \frac{\beta_1}{\sqrt{2\alpha_1 + 2\sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2}}} \end{aligned} \right\} \quad (3331)$$

である。ただし，

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= M^2 - \beta^2 \left\{ \left(P - \frac{N}{M} \right)^2 - 4Q + 4 \left(P - \frac{N}{M} \right) \frac{N}{M} \right\} \\ \beta_1 &= 2M \left(P - \frac{N}{M} \right) \beta \end{aligned} \right\} \quad (3332)$$

とする。

つぎに，砂面が限界の現象過程にあるためには，根 r_2 ， r_3 の実数部 b_2 ， b_3 が同時に負数でなければならない。 $b_2 < 0$ になる条件として，

$$\left. \begin{aligned} M &> 0 \\ -Q + \left(P - \frac{N}{M} \right) \frac{N}{M} &> 0 \end{aligned} \right\} \quad (3333)$$

$b_3 < 0$ なる条件として，

$$M > 0 \quad (3334)$$

または，

$$\left. \begin{aligned} M &< 0 \\ \left(P - \frac{N}{M} \right)^2 - 4Q + 4 \left(P - \frac{N}{M} \right) \frac{N}{M} &> 0 \\ -Q + \left(P - \frac{N}{M} \right) \frac{N}{M} &< 0 \end{aligned} \right\} \quad (3335)$$

が得られる。そこで b_2 および b_3 が同時に負数になる条件としては，式 (3 3 3 3) と，式 (3 3 3 4) または (3 3 3 5) が同時に満足されることが必要であり，

$$\left. \begin{aligned} M &> 0 \\ -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} &> 0 \end{aligned} \right\} \quad (3 3 3 6)$$

が得られる。

(3 3 2 4)，(3 3 3 6) 式を同時に満足する領域では，波長 $2\pi/\beta$ に関係なく $b_1 = 0$ ， $b_2 < 0$ ， $b_3 < 0$ が成立する。よつてこの領域における平面河床第Ⅲの状態は限界の現象過程にある。すなわち中立の安定領域にあるわけであるが，その一部をあらわすにすぎないことは前述の定義から明らかである。

1) 砂面の安定領域

式 (3 3 2 4) 及び (3 3 3 6) の表わす中立の安定領域は一般に二次元的に考えると，ある一つの曲線で表わされる。この場合その曲線は等式 (3 3 2 4) で表わされるはずである。平面的な領域はこの曲線によつて一般に二つの領域に分離され，一方は安定領域であり他方は不安定領域になるはずである。これを決定するには，この曲線の近傍における根の実数部 b の符号の変化を明らかにすればよい。そこで実数部 b の絶対値は非常に小さいとして，(3 3 1 9) 式を b の代数方程式とみなし， b についての第一次近似式を得ようと考えた。(3 3 1 9) 式の二次以上の項を省略し， $f_7(b)$ の b について一次の項を σ ， $f_5(b)$ の b について一次の項を ζ ，零次の項を ξ とおくと，(3 3 1 9) 式は，

$$(\sigma + \zeta\beta^2)b + \xi\beta^2 = 0 \quad (3 3 3 7)$$

となる。ここに，(3 3 3 7) 式の係数 ξ ， ζ ， σ は，

$$\left. \begin{aligned} \xi &= RM^2\{-RM^3 + NM^2Q - N^2MP + N^3\} \\ \zeta &= M\{M^3(-15R^2 + 4RQP - Q^3) + M^2(9RQN - 4NRP^2 + NPQ^2) + \\ &\quad M(-3PRN^2 - N^2Q^2) + 6N^3R\} \\ \sigma &= -M^2N^2(N^2 - NMP + M^2Q) \end{aligned} \right\} \quad (3 3 3 8)$$

であらわされる。

(3337) 式から b_1 を求めるための第一次近似式として、

$$b_1 = \frac{-\epsilon\beta^2}{\sigma + \epsilon\beta^2} \quad (3339)$$

が得られる。 b_1 は零に非常に近い値を考えているから、(3324) 式は、近似的に満足されていると考え、この場合の b_2 、 b_3 の近似式は (3330) の b_2 、 b_3 で与えられるものとする。 b_1 が負の値をとる条件として、(3339) から、

$$\epsilon(\sigma + \epsilon\beta^2) > 0, \text{ または } \epsilon/\sigma > 0 \text{ で } \epsilon/\sigma > 0 \quad (3340)$$

が得られる。

平面河床第Ⅲの状態のある現象過程において砂面が安定であるためには、定義により (3339) 式の b_1 、(3330) 式の b_2 、 b_3 が同時に負の値をとる必要がある。 b_1 、および b_2 、 b_3 がともに負数になるための条件は式 (3340) および (3336) で与えられてから、砂面が安定に維持される領域としては、式 (3340) 及び (3336) のあらわす領域のおののみに共通な領域として、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon(\sigma + \epsilon\beta^2) &> 0 \\ -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} &> 0 \\ M &> 0 \end{aligned} \right\} \quad (3341)$$

が得られる。

ロ) 砂面の中立の安定領域

砂面の中立の安定領域は、定義により上述の b_1 、 b_2 、 b_3 の中いずれか少なくとも一つの値は零で他がすべて負数であることが必要である。式 (3341) で示されている安定領域の境界について考察してみよう。その境界は一般に式 (3341) の3個の不等式によつて特性づけられる。次節において詳論するように式 (3341) の第一式および第二式の左辺はこの境界を境として連続的に正の値から負の値に変化し、したがつて b_1 および b_2 は連続的に負の値から正の値に変化する。そしてその境界をあらわす曲線上において、い

ずれも零である。これに反して，式 (3 3 4 1) の第三式の左辺は $+\infty$ から $-\infty$ へ不連続に変化する。したがって b_3 はその境界を境として正の値から負の値に変化するが，その境界線上では不定である。よつて $M = \pm\infty$ は中立の安定領域としての必要条件を満足しないので，これを除外すると，所要の中立の安定領域はつぎの二組の条件式，

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon(\sigma + \varepsilon\beta^2) = 0 \\ -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0 \\ M > 0 \end{array} \right\} \longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} b_1 = 0 \\ b_2 < 0 \\ b_3 < 0 \end{array} \right. \quad (3 3 4 2)$$

および

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon(\sigma + \varepsilon\beta^2) > 0 \\ -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} = 0 \\ M > 0 \end{array} \right\} \longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} b_1 < 0 \\ b_2 = 0 \\ b_3 < 0 \end{array} \right. \quad (3 3 4 3)$$

によつて与えられる。

ハ) 砂面の不安定領域

砂面の不安定領域は全領域から安定領域，中立の安定領域を除外した全領域で，数式的には，3 個の不等式，

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon(\sigma + \varepsilon\beta^2) < 0 \\ -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} < 0 \\ M < 0 \end{array} \right\} \quad (3 3 4 4)$$

のうち，少なくとも 1 個の不等式によつて表わされる領域のすべてによつて与えられる。

基本方程式 (3 3 1 0) は三階の線形偏微分方程式で，一般に x の正の方向および負の方向に伝播する波形をその特解としてもち，一般解はそれらの特解の代数和として表わされる。(1)において示された結果は，基本方程式 (3 3 1 0) の特解のうち，(3 3 1 3) 式で示されるような波形についての理論結果であるから，当然得られた結果は十分条件ではなく必要条件である。しかも

上述の議論については、与えられた波形が発達するかしないかということのみに着目し、対象となつてゐる波形の伝播方向については考慮されていない。そこでこの理論の水理学的意義を明らかにするために、波形の伝播方向を考慮して議論をより物理的に進める必要がある。

(e) 波形の伝播方向を考慮した場合

砂面変化による波動は、第1章においてのべたように、その波形が下流方向に進むか上流方向に進むかによつて、その特性が非常に異なつてゐる。前者に対する波動運動は砂鏈および砂堆の現象であり、後者に対するものは懸上砂堆の現象である。基本方程式(3310)の特解が式(3313)で与えられるとき、(3313)式の表わす波動の伝播速度 W_s は一般に c/β で与えられる。rについて三次方程式(3316)の一根 r_1 は、その実数部が式(3339)によつて与えられる根であり、他の二根 r_2 、 r_3 は近似的に式(3328)、(3329)で与えられるものとする。また、これらの根の虚数部 C_1 、 C_2 、 C_3 は近似的に式(3331)で与えられるものとしよう。この場合の三根 r_1 、 r_2 、 r_3 に対する波形の伝播速度 W_{s1} 、 W_{s2} 、 W_{s3} は、

$$W_{s1} = \frac{N}{M} \quad (3345)$$

$$W_{s2} = \left(p - \frac{N}{M}\right) \left\{ \frac{1}{2} - \frac{M}{\sqrt{2\alpha_1 + 2(\alpha_1^2 + \beta_1^2)}} \right\} \quad (3346)$$

$$W_{s3} = \left(p - \frac{N}{M}\right) \left\{ \frac{1}{2} + \frac{M}{\sqrt{2\alpha_1 + 2(\alpha_1^2 + \beta_1^2)}} \right\} \quad (3347)$$

となる。ただし α_1 、 β_1 は式(3332)で与えられる。

これらの伝播速度 W_s 、および根rの実数部 \bar{r} が正、負、零になる領域を一括表示すると表一(332)のようになる。この表において、おのおの領域は組になつた数個の不等式および等式のいずれをも満足する領域として与えられる。そして、どの組によつても定義しえない領域は、与えられる波形の波長 $2\pi/\beta$ の大きさによつてその符号特性が決定される領域である。

平面河床才Ⅲの状態における現象過程の推移によつて、波形の伝播速度 W_s 、

表 一 (3.3.2)

	正		負	零
	WS ₁	①		
		$\frac{N}{M} > 0$	$\frac{N}{M} < 0$	$\frac{N}{M} = 0$
WS ₂	①	$(P - \frac{N}{M}) > 0, M < 0$	$(P - \frac{N}{M}) < 0, M < 0$	$(P - \frac{N}{M}) = 0$
	②	$(P - \frac{N}{M}) > 0, M > 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} < 0$	$(P - \frac{N}{M}) < 0, M > 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} < 0$	$M > 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} = 0$
		$(P - \frac{N}{M})^2 - 4Q + 4(P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0$	$(P - \frac{N}{M})^2 - 4Q + 4(P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0$	
	③	$(P - \frac{N}{M}) < 0, M > 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0$	$(P - \frac{N}{M}) > 0, M > 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0$	
WS ₃	①	$(P - \frac{N}{M}) > 0, M > 0$	$(P - \frac{N}{M}) < 0, M > 0,$	$(P - \frac{N}{M}) = 0$
	②	$(P - \frac{N}{M}) > 0, M < 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} < 0$	$(P - \frac{N}{M}) < 0, M < 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} < 0$	
		$(P - \frac{N}{M})^2 - 4Q + 4(P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0$	$(P - \frac{N}{M})^2 - 4Q + 4(P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0$	
	③	$(P - \frac{N}{M}) < 0, M < 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0$	$(P - \frac{N}{M}) > 0, M < 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0$	
b ₁	①	$\xi(\sigma + \zeta\beta^2) < 0$	$\xi(\sigma + \zeta\beta^2) > 0$	$\xi = 0$
b ₂	①	$M < 0$	$M > 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0$	$M > 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} = 0$
	②	$M > 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} < 0$		
		$(P - \frac{N}{M})^2 - 4Q + 4(P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0$		
b ₃	①	$M < 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0$	$M > 0$	
	②		$M < 0, -Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} < 0$ $(P - \frac{N}{M})^2 - 4Q + 4(P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} > 0$	

根の実数部 b の符号がどのように変化していくかを，この表に示された結果によつて，一般的に論ずることが可能であれば，砂面変形を砂隠河床，河堆河床，あるいは懸上砂堆河床に区別してその発生領域を一般的に論ずることができる。しかしながら，その解析は表一（332）に示された結果がかなり複雑であるため，非常に困難である。ここでは，式（3341）によつて示された安定領域がどのような特性の波動を対象として定義されているかをのべておきたい。表一（332）の結果により，式（3341）の領域における波動特性は N/M ， $P - N/M$ の符号によつて決定される。その結果を表一（333）に示した。

表 一 (333)

	W_{s1}	W_{s2}	W_{s3}
$\frac{N}{M} > 0, P - \frac{N}{M} < 0$	+	+	-
$\frac{N}{M} > 0, P - \frac{N}{M} > 0$	+	-	+
$\frac{N}{M} < 0, P - \frac{N}{M} < 0$	-	+	-
$\frac{N}{M} < 0, P - \frac{N}{M} > 0$	-	-	+

この表によつて，式（3341）で示された領域は，3種類の波動のうち少なくとも一つは α の負の方向に進む波を対象として定義されていることがわかる。波の伝播方向を考慮した議論については，平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則を適用することにより，次節において詳述することにする。

つぎに，式（3338）の ξ ， ζ ， θ ，および表一（331）に示された条件式の左辺に（3311）式を代入して整理すると，

$$\begin{aligned} \xi = & \left\{ -\varphi(XU_{m0} - Yh_0)X^2/(fh_0)^5 \right\} \left[\left\{ U_{m0}^3 X^3 - 3X^2(Yh_0U_{m0}^2 - fgh_0J_0U_{m0}^2) + \right. \right. \\ & \left. \left. 3X(Y^2h_0^2U_{m0} + f^2g^2h_0^2J_0^2U_{m0} - 2fgh_0^2J_0YU_{m0}) + (-Yh_0 + fgh_0J_0)^3 \right\} - \right. \\ & \left. \alpha_m \left\{ U_{m0}^3 X^3 - 3X^2(Yh_0U_{m0}^2 - fgh_0J_0U_{m0}^2) + 2X(Y^2h_0^2U_{m0} + f^2g^2h_0^2J_0^2U_{m0}^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. 2fgh_0^2J_0YU_{m0}) \right\} - gh_0 \cos \alpha \left\{ U_{m0} X^3 - X^2(Yh_0 - fgh_0J_0) \right\} - \varphi fgh_0 X^3 \right] \quad (3.3.45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_2 = & \{X/(Ph_0)^4\} [\alpha_m^3 \{-U_{m0}^5 X^3 + 2U_{m0}^5 (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0}) X^2\} + \\
& \alpha_m^2 \{-8U_{m0}^3 \varphi(XU_{m0} - Yh_0) X^3 + 3U_{m0}^4 (gh_0 \cos \alpha + \varphi X) X^3 - \\
& 4U_{m0}^3 (gh_0 \cos \alpha + \varphi X) (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0}) X^2 + \\
& 16\varphi U_{m0}^2 (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0}) (XU_{m0} - Yh_0) X^2 - U_{m0}^4 X (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0})^2\} + \\
& \alpha \{8U_{m0} \varphi (XU_{m0} - Yh_0) (gh_0 \cos \alpha + \varphi X) X^3 - 3U_{m0}^2 (gh_0 \cos \alpha + \varphi X)^2 X^3 - \\
& 9\varphi U_{m0}^2 (XU_{m0} - Yh_0) (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0}) X^2 + 2U_{m0} (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0}) (gh_0 \cos \alpha + \varphi X)^2 X^2 + \\
& 6\varphi U_{m0} (XU_{m0} - Yh_0) (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0}) X + 2U_{m0}^2 (gh_0 \cos \alpha + \varphi X) (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0})^2 X\} + \\
& \{-15\varphi^2 (XU_{m0} - Yh_0)^2 X^3 + (gh_0 \cos \alpha + \varphi X)^3 X^3 + 9\varphi (XU_{m0} - Yh_0) (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0}) (gh_0 \cos \alpha + \varphi X) X^2 - \\
& (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0})^2 (gh_0 \cos \alpha + \varphi X)^2 X - 6\varphi (XU_{m0} - Yh_0) (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0})^3\} \quad (3349) \\
\sigma = & \{-X^2/(Ph_0)^6\} \{-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0}\}^2 \{-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0}\}^2 - \\
& 2\alpha_m U_{m0} X (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0}) + X^2 (\alpha_m U_{m0}^2 - gh_0 \cos \alpha - \varphi X)\} \quad (3350) \\
N/M = & (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0})/X \quad (3351) \\
P-N/M = & \{XU_{m0} (2\alpha_m - 1) + h_0 Y - Pgh_0 J_0\}/X \quad (3352) \\
-Q + (P-N/M)(N/M) = & -\{(-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0})^2 - 2\alpha_m U_{m0} X (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0}) + \\
& X^2 (\alpha_m U_{m0}^2 - gh_0 \cos \alpha - \varphi X)\}/X^2 \quad (3353) \\
(P-N/M)^2 - 4Q + 4(P-N/M)(N/M) = & [\{XU_{m0} (2\alpha_m - 1) + h_0 Y - Pgh_0 J_0\}^2 - \\
& 4\{(-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0})^2 - 2\alpha_m U_{m0} X (-h_0 Y + Pgh_0 J_0 + XU_{m0}) + \\
& X^2 (\alpha_m U_{m0}^2 - gh_0 \cos \alpha - \varphi X)\}]/X^2 \quad (3354)
\end{aligned}$$

が得られる。ただし，

$$X = \left(\frac{\partial \tau}{\partial U_m}\right)_0, \quad Y = \left(\frac{\partial \tau}{\partial h}\right)_0 \quad (3355)$$

とする。

2 閉水路における移動床の不安定性

a) 基本方程式

開水路における場合と同様に，つぎの三つの場合について，水流および流砂の基礎方程式の誘導およびその適用について合理的な考慮が必要であると思われる。すなわち図-(332)において，流水断面の有効高さと砂面の変動の大きさの比 $\delta_1 = (D - \eta_0)/(\eta_{max} - \eta_{min})$ によって，

- 1) δ_1 の値は一般に 1 より大きいが，1 に比較しうる大きさをもつと考えられる砂面変動を解析の対称とする場合は，鉛直方向の加速度を考慮する必要がある。
- 2) δ_1 の値が非常に大きい場合は，境界層の概念を適用し，砂面付近の流れを対称として基礎方程式を誘導する必要がある。
- 3) δ_1 の値が 1)，2) のべた場合の中間程度の大きさをもつ場合は，鉛直方向の加速度を無視し，断面平均の一次元的な基礎方程式によって現象を解析することは可能であると考えられよう。

本節では開水路における場合と同様に，3) のべた場合の現象を対象とし，水流および流砂の基礎方程式として幅 B ，高さ $(D - \eta_0)$ の矩形断面閉水路として求めた式 (3.2.17)，(3.2.19)，および (3.3.3)，(3.3.4) を適用することにする。また式 (3.2.17) における潤辺での摩擦力の関数形は，平面河床第Ⅲの状態における抵抗法則の関数形と同じであると仮定し，流砂の方程式は開水路の場合と同様の考え方により，河床変形がないとして得られる式 (3.3.3) を用いることにしたわけである。

水流の基礎方程式および連続の方程式は，壁面の粗度を一樣として，

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ u_m (D - \eta) \} + \frac{\partial}{\partial x} \{ \alpha_m u_m^2 (D - \eta) \} = -u_*^2 - u_*'^2 \left\{ 1 + \frac{2(D - \eta)}{B} \right\} + g(D - \eta) I \quad (3.3.56)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \{ u_m (D - \eta) \} = 0 \quad (3.3.57)$$

流砂の運動方程式および連続の方程式は，

$$\delta_B = k(\tau - \tau_c)^m \quad (3.3.58)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{1 - \epsilon} \frac{\partial \delta_B}{\partial x} = 0 \quad (3.3.59)$$

となる。

つぎに流砂はあるが河床変形が存在していない状態，すなわち平面河床第Ⅲの状態において壁面に働いている摩擦力について考察する。この状態のとき的水流は等流の状態で流下していると考えられる。等流状態のときの水理量を非定常状態のときのそれと区別して，開水路の場合と同様に表- (3.3.1) のよ

うな記号を用いる。

移動床をもつた閉水路における平面河床第Ⅲの状態の水流の抵抗法則に関しては第2章において詳細にのべた。その結果，この場合の水流の抵抗法則として式(2274)または式(2274)'で示されるような無次元関数式をうるとともに，実験式として式(2279)を得た。これらの関係式から，一般に砂面および壁面における摩擦力 τ_0 及び τ_0' はそれぞれ流れの平均流速 U_{m0} ，径深 $R = B(D - \eta_0) / 2(B + D - \eta_0)$ の関数，したがって B ， D を一定とすれば U_{m0} ， η_0 のある既知関数として，

$$\tau_0 = \varphi(U_{m0}, \eta_0) \quad (3360)$$

$$\tau_0' = \psi(U_{m0}, \eta_0) \quad (3361)$$

で与えられるものとする。ただし砂の粒径は一定で，一樣な大きさをもつものとする。このような平面河床第Ⅲの状態において砂面および壁面に働いている τ_0 ， τ_0' の関数形が，いま考えている式(3356)，(3357)，(3358)及び(3359)で表わされる非定常状態の摩擦力 τ および τ' に対しても同じ関数形で与えられるものと仮定すると，摩擦力 τ および τ' は一般に平均流速 U_m ，及び砂面の高さ η の関数となる。

以上の考察によつて，いま考えている移動床をもつた閉水路水流の非定常現象は，平均流速 U_m ，砂面の高さ η ，流砂量 q_B 及び動水勾配 I を従属変数として式(3356)，(3357)，(3358)，(3359)の四式を連立に解けば明らかになるはずである。しかしながら，本節では，開水路の場合と同様，この連立方程式の厳密解の論議にはふれず，まず第1次近似解の特性について詳論することにする。

開水路の場合と同様に，砂面の微小変動 η' によつて誘起される平均流速，流砂量及び動水勾配の微小変動量をそれぞれ U'_m ， q'_B 及び I' とすると，

$$\left. \begin{aligned} U_m &= U_{m0} + U'_m \\ \eta &= \eta_0 + \eta' \\ q_B &= q_{B0} + q'_B \\ I &= I_0 + I' \end{aligned} \right\} \quad (3362)$$

という関係が得られる。

つぎに (3356) 式を x で微分した式，式 (3357)，および式 (3358)，ならびに (3359) から流砂量 q_B を消去した式のそれぞれに式 (3362) の関係を代入する。微小変動量とその導関数との積，およびそれぞれの自乗以上の高次の項を微小量として省略すると，

$$-U_{m0} \frac{\partial^2 \eta'}{\partial t \partial x} + (D-\eta_0) \frac{\partial U_m'}{\partial t \partial x} - \alpha_m U_{m0}^2 \frac{\partial^2 \eta'}{\partial x^2} + 2\alpha_m U_{m0} (D-\eta_0) \frac{\partial^2 U_m'}{\partial x^2} - \rho g (D-\eta_0) \frac{\partial I'}{\partial x}$$

$$= \left[-\left(\frac{\partial U_*^2}{\partial \eta} \right)_0 - \left\{ 1 + \frac{2(D-\eta_0)}{B} \right\} \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial \eta} \right)_0 + \frac{2}{B} (U_*^2)_0 \right] \frac{\partial \eta'}{\partial x} + \left[-\left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m} \right)_0 - \left\{ 1 + \frac{2(D-\eta_0)}{B} \right\} \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m} \right)_0 \right] \frac{\partial U_m'}{\partial x} \quad (3363)$$

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t} + U_{m0} \frac{\partial \eta'}{\partial x} - (D-\eta_0) \frac{\partial U_m'}{\partial x} = 0 \quad (3364)$$

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t} + \frac{\rho \omega k \omega}{1-\varepsilon} \left\{ (U_*^2)_0 - (U_*^2)_c \right\}^{\omega-1} \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial \eta} \right)_0 \frac{\partial \eta'}{\partial x} + \frac{\rho \omega k \omega}{1-\varepsilon} \left\{ (U_*^2)_0 - (U_*^2)_c \right\}^{\omega-1} \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m} \right)_0 \frac{\partial U_m'}{\partial x} = 0 \quad (3365)$$

が得られる。ただし， $(U_*^2)_0 = \tau_0 / \rho$ ， $(U_*^2)_c = \tau_c / \rho$ ， $(\partial U_*^2 / \partial U_m)_0 = (1/\rho) \cdot (\partial \tau_0 / \partial U_{m0})$ ， $(\partial U_*^2 / \partial \tau)_0 = (1/\rho) \cdot (\partial \tau_0 / \partial \tau_0)$ ， $(\partial U_*^2 / \partial U_m)_c = (1/\rho) \cdot (\partial \tau_c / \partial U_{m0})$ ， $(\partial U_*^2 / \partial \eta)_0 = (1/\rho) \cdot (\partial \tau_0 / \partial \eta_0)$ とする。

つぎに，式 (3363)，(3364) および (3365) から，変動の流速 U'_m 及び動水勾配 I' を消去すると，

$$P_1 \frac{\partial^2 \eta'}{\partial t^2} + Q_1 \frac{\partial^2 \eta'}{\partial t \partial x} + R_1 \frac{\partial^2 \eta'}{\partial x^2} + M_1 \frac{\partial \eta'}{\partial t} + N_1 \frac{\partial \eta'}{\partial x} = 0 \quad (3366)$$

が得られる。ここに式 (3366) の各項の係数 P_1 ， Q_1 ， R_1 ， M_1 ， N_1 は，

$$P_1 = (D-\eta_0) \left[-\frac{\rho \omega k \omega}{1-\varepsilon} \left\{ (U_*^2)_0 - (U_*^2)_c \right\}^{\omega-1} \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m} \right)_0 - (D-\eta_0) \right]$$

$$Q_1 = -\frac{\rho \omega k \omega}{1-\varepsilon} \left\{ (U_*^2)_0 - (U_*^2)_c \right\}^{\omega-1} (D-\eta_0) \left[(2U_{m0} + U_{m0}) \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m} \right)_0 + (D-\eta_0) \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial \eta} \right)_0 \right] - 2\alpha_m U_{m0} (D-\eta_0)^2$$

$$R_1 = -\frac{\rho \omega k \omega}{1-\varepsilon} \left\{ (U_*^2)_0 - (U_*^2)_c \right\}^{\omega-1} 2\alpha_m U_{m0} (D-\eta_0) \left[U_{m0} \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m} \right)_0 + (D-\eta_0) \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial \eta} \right)_0 \right]$$

$$M_1 = \left[\left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m} \right)_0 + \left\{ 1 + \frac{2(D-\eta_0)}{B} \right\} \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m} \right)_0 \right] \left[-\frac{\rho \omega k \omega}{1-\varepsilon} \left\{ (U_*^2)_0 - (U_*^2)_c \right\}^{\omega-1} \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m} \right)_0 - (D-\eta_0) \right]$$

$$N_1 = -\frac{p w k w}{1-\varepsilon} \{ (U_x^2)_0 - (U_x^2)_c \}^{w-1} \left[\left(\frac{\partial U_x^2}{\partial U_m} \right)_0 + \left\{ 1 + \frac{2(D-\gamma_0)}{B} \right\} \left(\frac{\partial U_x^2}{\partial U_m} \right)_0 \right] \left\{ U_m \left(\frac{\partial U_x^2}{\partial U_m} \right)_0 + (D-\gamma_0) \left(\frac{\partial U_x^2}{\partial \eta} \right)_0 \right\} \quad (3.3.6.7)$$

で与えられる。

この式(3.3.6.6)は連立微分方程式(3.3.5.6), (3.3.5.7), (3.3.5.8), (3.3.5.9)の第1次近似解が満足しなければならない微分方程式であり, 以後の議論はすべてこの方程式を基礎としているので, この方程式を河床の不安定条件を求めるための基本方程式とする。

b) 砂面の不安定性について

(1) 一般的考察

開水路の場合と同様に, 砂面の擾乱による波形の変化が式(3.3.1.3)と同じ式,

$$\eta' = A e^{rt + i\beta x} \quad \text{ただし,} \quad r = b - ic \quad (3.3.6.8)$$

で与えられると仮定し, この擾乱波の時間的発達あるいは減衰について考察する。

式(3.3.6.8)を式(3.3.6.6)に代入し, (3.3.6.8)が微分方程式(3.3.6.6)式を満足するための条件を求めると,

$$P_1 r^2 + (M_1 + Q_1 \beta i) r - R_1 \beta^2 + N_1 \beta i = 0 \quad (3.3.6.9)$$

が得られる。

式(3.3.6.9)は r について二次の代数方程式であるから一般に二根 r_1 , r_2 をもつはずである。砂面の不安定性を開水路の場合と同様に定義すると, 砂面が安定であるためには, この二根 r_1 , r_2 の実数部がいずれも, 与えられた擾乱波の波長 $2\pi/\beta$ に関係なくすべて負数であることが必要である。

ここでは開水路の場合との類似性を考慮してつぎのような方法によつて必要な条件を求めた。

式(3.3.6.8)の r を式(3.3.6.9)に代入し, r を実数部と虚数部にわけて整理すると,

$$P_1 (b^2 - c^2) + M_1 b + Q_1 c \beta - R_1 \beta^2 = 0 \quad (3.3.7.0)$$

$$-2P_1 b c - M_1 c + Q_1 b \beta + N_1 \beta = 0 \quad (3.3.7.1)$$

が得られる。式 (3370) 及び (3371) から γ の虚数部 C を消去すると

$$4P_1^3 b^4 + 8P^2 M_1 b^3 + (5P_1 M_1^2 - 4P_1^2 R_1 \beta^2 + P_1 Q_1^2 \beta^2) b^2 + (M_1^3 - 4P_1 M_1 R_1 \beta^2 + Q_1^2 M_1 \beta^2) b - (M_1^2 R_1 + P_1 N_1^2 - Q_1 N_1 M_1) \beta^2 = 0 \quad (3372)$$

となる。式 (3372) の b についての常数項の括弧内は、式 (3367) によつて、

$$\begin{aligned} M_1^2 R_1 + P_1 N_1^2 - Q_1 N_1 M_1 &= \frac{1}{4P} \{ M_1^2 (-Q_1^2 + 4P_1 R_1) + (M_1 Q_1 - 2P_1 N_1)^2 \} \\ &= \left\{ -n \left(\frac{\partial U_1^2}{\partial U_m} \right)_0 - (D - \gamma_0) \right\} (D - \gamma_0) \left[n \{ 2\alpha_m - 1 \} U_m \left(\frac{\partial U_1^2}{\partial U_m} \right)_0 - (D - \gamma_0) \left(\frac{\partial U_1^2}{\partial \eta} \right)_0 \right] + \\ &\quad 2\alpha_m (D - \gamma_0)^2 (\ell^2 - \ell^2) \frac{1}{4P} = 0 \end{aligned} \quad (3373)$$

となる。ただし、 $\ell = (\partial U_1^2 / \partial U_m)_0 + \{ 1 + 2(D - \gamma_0)/B \} (\partial U_1^2 / \partial U_m)_0, n = \rho^{\omega K_0}$.

$\{(U_1^2)_0 - (U_m^2)_0\}^{\omega-1} / (1-\varepsilon)$ とする。したがつて式 (3373) の関係は恒等的に成立するから、式 (3372) を b の代数方程式とみなすとき、 $b = 0$ という根を恒等的にもつてことになる。この場合の γ の虚数部 $-C$ は式 (3370) および (3371) において $b = 0$ とおき、これらの式を同時に満足するような値として求められ、 $C = N_1 \beta / M_1$ が得られる。そこで (3369) 式の一根 γ_1 として

$$\gamma_1 = b_1 (=0) - \frac{N_1 \beta}{M_1} i \quad (3374)$$

が得られる。他の一根本 γ_2 は式 (3369) 及び (3374) より求められ、

$$\gamma_2 = -\frac{M_1}{P_1} - \frac{(Q_1 M_1 - P_1 N_1) \beta}{P_1 M_1} i \quad (3375)$$

となる。したがつて、式 (3374) 及び (3375) から γ_1 及び γ_2 の実数部 b_1 及び b_2 は、

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= 0 \\ b_2 &= -\frac{M_1}{P_1} \end{aligned} \right\} \quad (3376)$$

となる。 $b_1 = 0$ は恒等的に成立するが、 b_2 が負または零であるためには、

$$\frac{M_1}{P} \geq 0$$

(3377)

であればよい。すなわち M_1 と P_1 が同付号または $M_1 = 0$ であればよいことになる。 P_1 、 M_1 は (3367) 式で与えられるから、式 (3377) を満足する条件は、

$$\xi_1 = \left(\frac{\partial U_1^2}{\partial U_m} \right)_0 + \left\{ 1 + \frac{2(D-\eta_0)}{B} \right\} \left(\frac{\partial U_2^2}{\partial U_m} \right)_0 \geq 0 \quad (3378)$$

となる。開水路の場合と同様に、式 (3378) の左辺の値は主として $(\partial U_2^2 / \partial U_m)_0$ の値、すなわち $(U_2^2)_0$ の関数の特性に依存する。次節において詳論するように $(\partial U_2^2 / \partial U_m)_0$ の値は一般に $+\infty$ から不連続に $-\infty$ に変化する。このような極限の状態では式 (3369) の根は不定となる。以上の結果を総括し、閉水路による砂面の不安定性についてつぎの推論をうる。

1) 砂面の安定領域は存在しない。

11) 中立の安定領域は、 $\xi_1 \geq 0$ であり $b_1 = 0$ 、 $b_2 \leq 0$ で示される。

111) 不安定領域は、 $\xi_1 < 0$ であり、 $b_1 = 0$ 、 $b_2 > 0$ となる。

(3379)

基本方程式 (3366) は二階線形偏微分方程式で、一般に x の正方向および負の方向に伝播する波形をその特解としてもち、一般解はそれらの特解の代数和として表わされる。上述の式 (3379) で示された結果は、基本方程式 (3366) の特解のうち式 (3368) で示されるような波形についての理論結果であるから、当然所要の条件に対する十分条件ではなく必要条件である。しかも上述の議論については、与えられた波形が発達するかしないかということのみに着目し、対象となつている波形の伝播方向については考慮されていない。そこで理論の水理学的意義を明らかにするために、波形の伝播方向を考慮してみよう。

(2) 波形の伝播方向を考慮した場合

砂面変形による波動は、第1章においてのべたようにその波形が下流方向に進むか上流方向に進むかによつて、その特性が非常にちがっている。前者に対する波動は砂隠または砂堆の現象であり、後者に対するものは懸上砂堆のそれ

である。基本方式 (3366) の特解が式 (3368) で与えられるとき、式 (3368) の表わす波動の伝播速度 W は一般に C/β で与えられる。 r についての二次方程式 (3369) の二根 r_1, r_2 は式 (3374), (3375) で与えられるから、二根 r_1, r_2 に対する C_1, C_2 はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{N_1 \beta}{M_1} \\ C_2 &= \frac{(Q_1 M_1 - P_1 N_1) \beta}{P_1 M_1} \end{aligned} \right\} \quad (3380)$$

で与えられる。したがって r_1, r_2 に対する波形の伝播速度 W_{s1}, W_{s2} は、

$$W_{s1} = \frac{C_1}{\beta} = \frac{N_1}{M_1} = \frac{n \{ U_{m0} (\partial U_x^2 / \partial U_m)_0 + (D - \gamma_0) (\partial U_x^2 / \partial \eta)_0 \}}{n (\partial U_x^2 / \partial U_m)_0 + (D - \gamma_0)} \quad (3381)$$

$$W_{s2} = \frac{C_2}{\beta} = \frac{Q_1 M_1 - P_1 N_1}{P_1 M_1} = 2 \alpha_m U_{m0} \quad (3382)$$

となる。

(4) 砂澱及び砂堆を対象とした砂面の不安定性

この場合は波形の伝播速度 W が正の数で与えられる波形のみに着目し、その波形の発達または減衰について論ずることになる。式 (3382) に示されているように $W_{s2} > 0$ は恒等的に成立するが、 $W_{s1} > 0$ の条件は式 (3381) から得られる。式 (3381) の分母、分子を別々に零にするような $(\partial U_x^2 / \partial U_m)_0$ の値をそれぞれ α', β' とすると、

$$\alpha' = \frac{-(D - \gamma_0)}{n}, \quad \beta' = \frac{-(D - \gamma_0)}{U_{m0}} \left(\frac{\partial U_x^2}{\partial \eta} \right)_0 \quad (3383)$$

となるが、 α', β' のうちあらためて大きい方を β 、小さい方を α と命名する。 $n > 0$ なることを考慮して、不等式 $W_{s1} > 0$ を解くと、

$$\left(\frac{\partial U_x^2}{\partial U_m} \right)_0 < \alpha \quad , \quad \text{または} \quad \left(\frac{\partial U_x^2}{\partial U_m} \right)_0 > \beta \quad (3384)$$

となる。(3378) 式の左辺を零とする $(\partial U_x^2 / \partial U_m)_0$ の値を θ とすると、

$$\theta = -\left\{1 + \frac{2(D-\eta_0)}{B}\right\} \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m}\right)_0 \quad (3.3.8.5)$$

となる。 $(\partial U_*^2 / \partial \eta)_0$ 及び $(\partial U_*^2 / \partial U_m)_0$ は一般に正であるから、式 (3.3.8.3), (3.3.8.5) で示された α , β 及び θ は一般に負の値をとる。

$(\partial U_*^2 / \partial U_m)_0$ の値の変化による W_{s1} , W_{s2} , b_1 及び b_2 の符号の変化を表示すると次のようになる。ただしこの表は $\theta < \alpha < \beta$ とした場合の一例である。

表一 (3.3.4) W_s , b の符号の変化

$\left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m}\right)_0$	$-\infty \quad \theta \quad \alpha \quad \beta \quad 0 \quad +\infty$				
W_{S1}	+	-		+	
b_1	0				
W_{S2}	+				
b_2	+	0	-		

これらの表をもとにして、この場合の砂面の不安定性を示すと、

i) 砂面の安定領域

(1) $\theta < \alpha < \beta$ のときは、 $\alpha < (\partial U_*^2 / \partial U_m)_0 < \beta$

(2) $\alpha < \theta < \beta$ のときは、 $\theta < (\partial U_*^2 / \partial U_m)_0 < \beta$

(3) $\alpha < \beta < \theta$ のときは、存在しない。

ii) 中立の安定領域

(1) $\theta < \alpha < \beta$ のときは

$$\theta < (\partial U_*^2 / \partial U_m)_0 < \alpha, \text{ または } \beta < (\partial U_*^2 / \partial U_m)_0$$

(2) $\alpha < \theta < \beta$ のときは、 $\beta < (\partial U_*^2 / \partial U_m)_0$

(3) $\alpha < \beta < \theta$ のときは、 $\theta < (\partial U_*^2 / \partial U_m)_0$

iii) 不安定領域

この場合は α , β , θ の大小に関係なく、

$$(\partial U_*^2 / \partial U_m)_0 < \theta \quad (3.3.8.6)$$

で示される。

(ロ) 懸上砂堆を対象とした砂面の不安定性

この場合は波形の伝播速度 W_s が負の数で与えられる波形のみに着目して、その波形の発達または減衰を論ずることになる。 r_2 による波形の伝播速度 W_{s_2} は常に正の数であるから、 r_1 による波形のみについて論ずればよい。

表一 (334) を参照してこの場合の砂面の不安定性を示すと、

i) 砂面の安定領域

$$(\partial U_{x^2} / \partial U_m)_0 > \beta, \text{ または } (\partial U_{x^2} / \partial U_m)_0 < \alpha$$

ii) 中立の安定領域

$$\alpha < (\partial U_{x^2} / \partial U_m)_0 < \beta$$

iii) 不安定領域

存在しない。

(3387)

のようになる。次に式 (3379), (3386), および (3387) の関係を明らかにするために、式 (3386), (3387) の結果を表一 (335) に示した。ただし $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ はともに θ で、表はそれらの対応の区別を表わす。

表 一 (335)

	$(\frac{\partial U_{x^2}}{\partial U_m})_0$	$\begin{array}{ccccccc} -\infty & \theta_1 & \alpha & \theta_2 & \beta & \theta_3 & 0 & +\infty \\ \leftarrow & & & & & & & \rightarrow \end{array}$					
$\theta_1 < \alpha < \beta$	$W_s < 0$	安		中		安	
	$W_s > 0$	不	中	安		中	
$\alpha < \theta_2 < \beta$	$W_s < 0$	安		中		安	
	$W_s > 0$	不			安		中
$\alpha < \beta < \theta_3$	$W_s < 0$	安		中		安	
	$W_s > 0$	不					中

砂面の不安定の一般的結果として得られた式(3379)の関係は、表一(335)において α, β, θ の大小にかかわらず、つぎの三つの条件、

- 1) 安定領域は、 W の正負によるおのおの場合について、ともに安定領域でなければならない。
- 2) 中立の安定領域は、 W の正負のおのおの場合について、どちらも中立の安定か、一方が中立で他方が安定でなければならない。
- 3) 不安定領域は、 W の正負のおのおの場合について、どちらかが不安定領域でなければならない。

を満足するように、砂面の不安定性を定義することによつてこれを得ることが可能である。すなわち式(3379)によつて示された結果は式(3386)および(3387)によつて示されるものよりもより広義の砂面の不安定性を示す条件であるわけである。

3 砂面の不安定性の理論とその適用

1 及び 2 によつて開水路および閉水路における砂面の不安定性を微小振動の理論によつて一般的に論じた。ここではこの理論が砂面の変動という実際の現象の問題の解決に対して、どのように適用しうるかについてのべよう。

緒論において述べたように本研究で考察の対象としている砂面変動は、大別すると平面河床、砂澁河床、砂堆河床、平滑河床、翹上砂堆河床などの状態における現象過程である。そこで、一般理論において取り扱われているところのつぎのような現象段階、すなわち流砂があり砂面が変形を生じていない現象段階は一般に平面河床第Ⅲの現象段階のほかに平滑河床の段階も含まれるものと考えてさしつかえないはずである。そこでもし平滑河床の状態における水流の抵抗法則が平面河床第Ⅲの状態におけるそれと比較した場合に、いずれの場合にもそれぞれ $\tau_0 = V_1(U_{m0}, h_0)$ 及び $\tau_0 = V_2(U_{m0}, \eta_0)$ によつて与えられるならば、1, 2 でのべた一般理論は平面河床才Ⅲから砂澁河床に遷移する限界の現象、いいかえれば砂澁の発生限界を求める問題に適用しうると同時に、平滑河床の現象過程が推移して砂堆河床または翹上砂堆河床に遷移する限界の現象、換言すると、砂堆または翹上砂堆の発生限界を求める問題にも適用しうると考えられる。しかし、平滑河床の状態における水流の抵抗法則につい

ては，図 - (2216) の (a) に示したように平面河床第Ⅲの状態のときのそれと比較し，掃流力 $\Psi = U_{*c}^2 / g d (\sigma / \rho - 1)$ が非常に大きく，したがって流砂の効果が卓越してくることが予想されるが，まだ十分な解析がなされていない。そこで1，2にのべた一般理論の実際問題への適用は現在のところ砂運の発生限界に限って有効であると考えられる。

第4節 移動床の不安定性と砂漣の発生について

本節では前節で得られた砂面の不安定性に関する一般理論に、第2章で得られた平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則を適用して砂面の不安定条件を誘導する。つぎにこの条件のうち $W_s > 0$ の波形を対象とした関係は砂漣の発生限界を特性づける条件であるとみなし、第1章の実験資料によつて検証する。

1. 開水路水流

(1) 砂漣の発生条件

まず第3節で得られた理論結果の要点をのべよう。砂面の微小変動をあらわす基本方程式(3.3.10)の特解として式(3.3.13)を与えると、その微小波動の発達、減衰、およびその伝播方向に関係する量として、それぞれ三個の量 b_1, b_2, b_3 、および c_1, c_2, c_3 がきまり、それぞれ式(3.3.39)；

(3.3.30)の第一、第二式、および式(3.3.31)式で与えられることを示した。そして第3節ではこれらの式で示される量 b, c の符号特性を一般的に論ずることによつて砂面の不安定性に関する検討を行つた。その結果表-(3.3.2)に示されているように、 b_1 は式(3.3.48)、(3.3.49)及び(3.3.50)であらわされる量、

$$\xi, \zeta, \sigma \quad (3.4.1)$$

の符号特性に関係し、 b_2 、および b_3 は式(3.3.11)の第四式と式(3.3.53)、および(3.3.54)であらわされる量

$$\left. \begin{aligned} M, \\ -Q + \left(P - \frac{N}{M}\right) \frac{N}{M}, \\ \left(P - \frac{N}{M}\right)^2 - 4Q + 4\left(P - \frac{N}{M}\right) \frac{N}{M} \end{aligned} \right\} \quad (3.4.2)$$

のもつ符号によつて特性づけられることを明らかにした。さらに、 $W_s = C/\beta$ で与えられる c_1, c_2, c_3 の符号特性は式(3.4.2)のおのおのの量のほかに

$$\frac{N}{M}, \left(P - \frac{N}{M}\right) \quad (3.4.3)$$

に關係することを示した。式 (341), (342) 及び (343) は $X = (\partial \tau / \partial U_m)_0$, $Y = (\partial \tau / \partial h)_0$, すなわち平面河床第Ⅲの状態における $\partial \tau_0 / \partial U_{m0}$, $\partial \tau_0 / \partial h_0$ を含んでいる。平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則に関しては第2章において詳述したように, 著者の実験式 (2264) (2270), 岩垣博士の実験式 (2226), 椿博士の実験式 (2255) (2256) および *Chezy*, *Manning* などの諸公式が提案されている。これら公式のすべてについて第3節の理論を適用し, 砂面の不安定性を吟味することは必要なことではあるが, 計算が非常に繁雑になるので, ここでは上述の諸公式をその特性によつてつぎに示す二つの型に分類し, そのおのおのについて議論を進めることにした。第一は対数型式のもので, 式 (2264), (2270), (2226), および (2255), (2256) が示すように Ψ , R/d , $U_R^* d/\nu$, および F_R によつて摩擦抵抗係数 $f = 8 (U_{m0}/U_{*0})^{-2}$ があらわされるものである。 $U_R^* d/\nu$ 及び F_R は, それぞれ固定粗面上の流れとしての砂面の水理学的粗滑の程度, および自由表面の効果を代表する重要な無次元量であるが, 第2章において指摘したように平面河床第Ⅲの状態においては, 砂の移度の効果を代表する Ψ , および砂の相対的大きさをあらわす R/d などの効果が卓越し, これらに比較すると前者の重要性は少ない。そこでこれらを省略しても現象の大局的特性は変わらないと考えられる。ここではこれらを省略し, 式 (2255), (2265) から相当粗度 k_s を消去した式,

$$\frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} = 6.25 - 5.75 D_1 + 5.75 B_1 \log \Psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (344)$$

によつてこの場合の抵抗法則を代表的にあらわすことにする。このことは, 著者および椿博士の実験式を岩垣博士のそれと同様に $\log k_s/d$ と $\log \Psi$ が一次の比例関係にあるものとみなすことを意味している。換言すると, 式 (2266), および (2266)* であらわされる D_1 を簡単のために常数とみることであり, また図 - (2233) で示された椿博士の曲線 (2256) を $\Psi = 0.04 \sim 0.1$ の範囲で近似的に直線とみなすことである。第二は指数型式のもので, *Chezy* 公式, *Manning* 公式のように f の変化を省略するか, または R のみに關係するとしたものである。以上第一, 第二の公式を一括し, 径深

R の代りに水深 h_0 を用いて,

$$U_{m0}^P = K^{-1} h_0^{1+g} J_0 e [\log_{10} K_1 (\frac{h}{d})^{p'} \psi^{g'}] e' \quad (345)$$

とおくことにする。ここに P, g, e, p', q', e', K 及び K_1 は常数とする。

式 (345) および (335) によつて $\partial \tau_0 / \partial U_{m0}, \partial \tau_0 / \partial h_0$ を計算すると,

$$\frac{\partial \tau_0}{\partial U_{m0}} = \frac{P}{e_1 U_{m0}} \quad (346)$$

$$\frac{\partial \tau_0}{\partial h_0} = \frac{b_1}{h_0 e_1} \quad (347)$$

となる。ただし,

$$e_1 = \left\{ e + \frac{e' g'}{\log_e K_1 (h_0/d)^{p'} \psi^{g'}} \right\} \cdot \frac{1}{e} \quad (348)$$

$$b_1 = 1+g-e + \frac{e' p'}{\log_e K_1 (h_0/d)^{p'} \psi^{g'}} \quad (349)$$

とする。式 (346), (347) を用いて (341), (342) 及び (343) に示される各量を求めると

$$\xi = \frac{a'(P+b_1)P^2 U_{m0}^{-2}}{(Ph_0)^3 e_1^3 \bar{K}^2} \left[-\bar{K}^2 \{ \beta'^3 - \alpha_m P \beta' (2\beta' - P) - P^3 (\beta' - P - b_1) a' e_1^{-1} \} + P^2 \beta' \right] \quad (3410)$$

$$\begin{aligned} \zeta = & \frac{P U_{m0}^2}{(Ph_0)^4 e_1^4 \bar{K}^6} \left[\bar{K}^6 \{ [\alpha_m^3 (-P^3 + 2P^2 \beta') + \alpha_m^2 (-P \beta'^2)] + a' e_1^{-1} [\alpha_m^3 \{-8P^2(P+b_1) + 3P^4 - \right. \\ & 4P^3 \beta' + 16\beta'(P+b_1)P^2\} + \alpha_m \{-9(P+b_1)\beta'^2 P^2 + 6(P+b_1)\beta'^2 P + 2P^2 \beta'^2\} - 6(P+b_1)\beta'^3 \} + \\ & a'^2 e_1^{-2} [\alpha_m \{ 8(P+b_1)P^4 - 3P^5 + 2P^4 \beta' \} + 9P^3(P+b_1)\beta' - P^3 \beta'^2 - 15(P+b_1)^2 P^3] + a'^3 e_1^{-3} P^5 \} + \\ & \bar{K}^4 \{ [3P^3 \alpha_m^2 - 4P^2 \beta' \alpha_m^2 + 2\alpha_m P \beta'^2] + a' e_1^{-1} [8\alpha_m(P+b_1)P^3 - 6\alpha_m P^4 + 4\alpha_m P^2 \beta' + 9P^2(P+b_1)\beta' - 2P^2 \beta'^2] + \\ & a'^2 e_1^{-2} (3P^5) \} + \bar{K}^2 \{ -3P^3 \alpha_m + 2P^2 \beta' \alpha_m - P \beta'^2 + 3P^4 a' e_1^{-1} \} + P^3 \} \end{aligned} \quad (3411)$$

$$\sigma = \frac{P^2 \beta'^2 U_{m0}^{-2}}{(Ph_0)^6 e_1^6 \bar{K}^2} \{ \bar{K}^2 \{ -P^2 \alpha_m + 2P \beta' \alpha_m - \beta'^2 + P^3 a' e_1^{-1} \} + P^2 \} \quad (3412)$$

$$M = \frac{p}{ph_o u_{m0} e_1} \quad (3413)$$

$$-Q + (P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} = \frac{u_{m0}^2}{F_R^2 p^2} \{ F_R^2 (-P^2 d_m + 2P d_m \beta' - \beta'^2 + P^3 a' e_1') + p^2 \} \quad (3414)$$

$$(P - \frac{N}{M})^2 - 4Q + 4(P - \frac{N}{M}) \frac{N}{M} = \frac{u_{m0}^2}{F_R^2 p^2} [F_R^2 \{ 4P^2 d_m^2 - 4P(P - \beta') d_m - 3\beta'^2 + 4P^3 a' e_1' \} + 4p^2] \quad (3415)$$

$$\frac{N}{M} = \frac{u_{m0} \beta'}{p} \quad (3416)$$

$$(P - \frac{N}{M}) = \frac{u_{m0}}{p} (2d_m P - \beta') \quad (3417)$$

となる。ただし、

$$\beta' = P + 1 + \beta + \frac{e' (P' + \beta')}{\log_e K_1 (h_o/d) P' \sqrt{\beta'}} = P + b_1 + \tau_o e_1 \quad (3418)$$

$$a' = \varphi u_{m0}^{-3} = \frac{\omega g k}{(1-\epsilon) u_{m0}^3} (\tau_o - \tau_c) \omega^{-1} \quad (3419)$$

$$F_R = \frac{u_{m0}}{\sqrt{g h_o \cos \alpha}} \quad (3420)$$

とする。

i) 式 (345) として式 (344) を適用した場合

この場合は著者の実験式 (2264), (2270), 岩垣博士の (2255) 式¹⁶⁾ および椿博士の式¹⁷⁾ (2255), (2256) が含まれる。いまそれぞれの場について論じよう。

(a) 式 (2264) を適用した場合

式 (2264) ($D_1 = \text{一定}$) を式 (345) と比較すると, $P=1, q=-1/2, e=1/2, P'=5.75, q'=-5.75B, e'=1$ となる。 $\omega=20$ として e_1, b_1, β', a' を計算すると,

$$e_1 = \left\{ 0.5 - \frac{2.5B_1}{(u_{m0}/u_{R0})} \right\} \cdot \frac{1}{\tau_o} \quad (348)'$$

$$b_1 = \frac{2.5}{(U_{m0}/U_{R0}^*)} \quad (3.4.9)'$$

$$\beta' = 1.5 + \frac{2.5(1-B_1)}{U_{m0}/U_{R0}^*} \quad (3.4.18)'$$

$$a' = \frac{29k(\tau_0 - \tau_c)}{(1-\varepsilon)U_{m0}^3} \quad (3.4.19)'$$

となる。 $\alpha_m = 1.0$ とし，式 (3.4.10) ~ (3.4.17) に示された関係量において，その符号を支配する項のみをとりあげ ξ_1, ζ_1, \dots とすると，

$$\xi_1 = -R^2\{\beta'^3 - \beta'(2\beta'^2 - 1) - (\beta' - 1 - b_1)\lambda\} + \beta' \quad (3.4.10)'$$

$$\begin{aligned} \zeta_1 = & R^6[-(\beta' - 1)^2 + \lambda\{3 - 4\beta' + 2\beta'^2 + (1 + b_1)(-8 + 7\beta' + 6\beta'^2 - 6\beta'^3)\} + \\ & \lambda^2\{ -3 + 2\beta' - \beta'^2 + (1 + b_1)(-7 + 9\beta' - 15b_1) + \lambda^3\} + R^4[3 - 4\beta' + \\ & 2\beta'^2 + \lambda\{-6 + 4\beta' - 2\beta'^2 + (1 + b_1)(8 + 9\beta')\} + 3\lambda^2] + F^2[-3 + 2\beta' - 2\beta'^2 + 3\lambda] + 1 \end{aligned} \quad (3.4.11)'$$

$$\sigma_1 = R^2\{-(\beta' - 1)^2 + \lambda\} + 1 \quad (3.4.12)'$$

$$M_1 = \frac{1}{e_1} \quad (3.4.13)'$$

$$\{-Q + (P - \frac{N}{M})\frac{N}{M}\}_1 = R^2\{-(\beta' - 1)^2 + \lambda\} + 1 \quad (3.4.14)'$$

$$\{(P - \frac{N}{M})^2 - 4Q + 4(P - \frac{N}{M})\frac{N}{M}\}_1 = R^2(-3\beta'^2 + 4\beta' + 4\lambda) + 4 \quad (3.4.15)'$$

$$(\frac{N}{M})_1 = \beta' \quad (3.4.16)'$$

$$(P - \frac{N}{M})_1 = 2 - \beta' \quad (3.4.17)'$$

となる。ただし

$$\lambda = a'e_1^{-1} = \frac{29k(\tau_0 - \tau_c)\tau_0}{\{0.5 - 2.5\beta_1/(U_{m0}/U_{R0}^*)\}(1-\varepsilon)U_{m0}^3} \quad (3.4.20)$$

とする。 b_1, β' は式 (3.4.9)', (3.4.18)' によつてともに U_{m0}/U_{R0}^* の関数となることを考慮すると，式 (3.4.10)' ~ (3.4.17)' に

示された関係量の符号特性は一般に，

$$\frac{U_{mo}}{U_{R0}}, \quad F_R, \quad \lambda, \quad B_1 \quad (3.4.2.1)$$

によつて示されることがわかる。しかし λ を変形すると，

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{\lambda_1}{\{0.5 - 2.5B_1/(U_{mo}/U_{R0})\}(U_{mo}/U_{R0})^2} \\ \lambda_1 &= \frac{29kp^2 U_{mo}}{1-\varepsilon} \left\{ \left(\frac{U_{R0}}{U_{mo}} \right)^2 - \left(\frac{U_{Rc}}{U_{mo}} \right)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.4.2.0)'$$

となるから， λ はまた U_{mo}/U_{R0}^* ， U_{mo}/U_{Rc}^* ， $gkp^2 U_{mo}/(1-\varepsilon)$ 及び B_1 の関数となる。したがつて上述の関係量の符号特性は，

$$\frac{U_{mo}}{U_{R0}}, \quad F_R, \quad \frac{U_{mo}}{U_{Rc}}, \quad \frac{gkp^2 U_{mo}}{1-\varepsilon}, \quad B_1 \quad (3.4.2.1)'$$

によつて示されるはずであるが，ここではつぎのような考察のもとに，式 (3.4.2.1) に示した各量によつて，これを示すことにした。平面河床第Ⅲの状態における λ ， B_1 の値の変域について考察すると，まず B_1 について，著者の実験式 (2.2.6.4) および (2.2.7.0) によればそれぞれ 2.99，および 1.0 であり，岩垣博士の式 (2.2.2.6) によれば 0.769，樺博士の式 (2.2.5.6) によればほぼ 4.0 である。したがつて式 (2.2.6.4) を適用する限りにおいては $B_1 = 2.99$ となる。つぎに λ について，第 1 章の開水路実験 - AI の実験砂 I ($d_{s0} = 0.15 \text{ mm}$) の実験資料によると， $k = 1.72 \times 10^{-4} (C, G, S)$ ， $U_{Rc}^* = 1.25 / \text{cm} / \text{s}$ ， $\varepsilon = 0.41$ であり，式 (3.4.2.0)' の λ_1 を計算すると，その変域は $2.45 \times 10^{-2} \sim 7.35 \times 10^{-2}$ となる。式 (3.4.2.0)' の第一式により λ_1 を媒介変数として λ と U_{mo}/U_{R0}^* との関係を示すと図 - (3.4.0) のようになる。すなわち， λ は $U_{mo}/U_{R0}^* = 1.5$ において $\pm \infty$ の値をとるが，それは $U_{mo}/U_{R0}^* = 1.5$ の近傍のみにかぎられ，この近傍を除いた領域では λ は一般に非常に小さく， $\lambda \approx 0$ であるとみてよい。この事実によつて， $U_{mo}/U_{R0}^* = 1.5$ の近傍における上述の関係量の符号特性の決定には， $\lambda \neq \pm \infty$ としてよいこと，またこの近傍を除いた領域における関係量の符号特性の決定は， $\lambda \approx 0$ とすることが可能であることがわかる。以上の考察によつて，ここ

では $\lambda \equiv 0$, $\lambda \equiv \pm\infty$ の場合をとりあげると同時に, 参考的にこれらの中間の領域として $\lambda \equiv 0.1$ の場合をとりあげ, これらのおおのおおの場合について, 式 (3410) ~ (3417) で示す ξ_1, ξ_2, \dots などの符号特性を U_{m0}/U_{R0}^* , F_R によつて図示し, その結果を総合的に判断して, 所要の条件を得ようと試みた。

(1) ξ_1

$\xi_1 = 0$ の根は β' について三次方程式,

$$\beta'^3 - 2\beta'^2 + \beta'(1 + \frac{B_1\lambda}{1-B_1} - \sqrt{R}^{-2}) - \frac{(0.5+B_1)\lambda}{1-B_1} = 0 \quad (3422)$$

の根となり, 一般に $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ を F_R, λ の関数とすると,

$$\frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} = \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3 \quad (3423)$$

で与えられ, $[\xi_1]_{\lambda=0}$, $[\xi_1]_{\lambda=0.1}$ がそれぞれ零および正の数となる領域を示すと, 図 - (341) 及び (342) のようになる。特に $[\xi_1]_{\lambda=0}$ の場合には,

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} &= [\Omega_1]_{\lambda=0} = \frac{-5(B_1-1)\sqrt{R}}{2-\sqrt{R}} \\ \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} &= [\Omega_2]_{\lambda=0} = \frac{5(B_1-1)\sqrt{R}}{2+\sqrt{R}} \\ \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} &= [\Omega_3]_{\lambda=0} = 1.67(B_1-1) \end{aligned} \right\} \quad (3424)$$

となる。つぎに, $[\xi_1]_{\lambda \rightarrow \pm\infty}$ の符号は ξ_1 の各項のうち λ の最高次の項と同符号となり, その項は式 (3418) により $F_R^2 (\mu' - 1 - b_1)\lambda = F_R^2 \tau_0 e_1 \lambda$ と変形されるから, それは e_1 の符号特性によつて決定される。 e_1 の符号は F_R 数に無関係に U_{m0}/U_{R0}^* のみによつて決定され,

$$\frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} \geq 5B_1 \text{ によつて } [\xi_1]_{\lambda \rightarrow +\infty} \geq 0, [\xi_1]_{\lambda \rightarrow -\infty} \leq 0 \quad (3425)$$

となる。

(2) ζ_1

$[\zeta_1]_{\lambda=0}$, $[\zeta_1]_{\lambda=0.1}$ が零または正になる領域を示すと図 - (343) 及び (344) のようになる。ただし ζ_1 の各項のうち λ について一次以上の項は他の項に比較して小さいので、これを省略した ζ_1 について計算した。

しかし、とくに $[\zeta_1]_{\lambda=0} = 0$ の場合には、

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{m0}}{U_{R0}} &= \frac{-5(B_1-1)\bar{R}}{2-\bar{R}} \\ \frac{U_{m0}}{U_{R0}} &= \frac{5(B_1-1)\bar{R}}{2+\bar{R}} \\ \bar{R} &= 1.0 \end{aligned} \right\} \quad (3426)$$

が得られる。つぎに $[\zeta_1]_{\lambda \rightarrow \pm \infty}$ の符号は ζ_1 の各項のうち λ の最高次の項、 $F_R \lambda^3$ と同符号になり、それぞれ恒等的に正また負であることがわかる。

(3) σ_1

$\sigma_1 = 0$ を U_{m0}/U_{R0}^* について解くと、

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{m0}}{U_{R0}} &= \frac{-5(B_1-1)\bar{R}}{2\sqrt{1+\lambda\bar{R}^2}-\bar{R}} \\ \frac{U_{m0}}{U_{R0}} &= \frac{-5(B_1-1)\bar{R}}{-2\sqrt{1+\lambda\bar{R}^2}-\bar{R}} \end{aligned} \right\} \quad (3427)$$

となり、 $[\sigma_1]_{\lambda=0}$, $[\sigma_1]_{\lambda=0.1}$ がそれぞれ零および正の数となる領域を示すと図 - (345) , (346) のようになる。さらに $[\sigma_1]_{\lambda=0} = 0$ の根、すなわち式 (3427) で $\lambda = 0$ とした場合の解は式 (3424) , (3226) のそれぞれにおける第一、第二の式と同じ関係を与えることがわかる。つぎに $[\sigma_1]_{\lambda \rightarrow \pm \infty}$ の符号は前と同様に λ の最高次の項 $F_R \lambda$ と同符号となりそれぞれ恒等的に正または負であることがわかる。

(4) M_1

M_1 の正負は e_1^{-1} の正負に依存し、式 (3425) を参照すると、この場合は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{m0}}{U_{R0}} &\geq 5B_1 \quad \text{のときは} \quad M_1 \geq 0 \\ \left(\frac{U_{m0}}{U_{R0}} - 5B_1 \right)_{\pm 0} &\rightarrow \quad \text{のときは} \quad M_1 \rightarrow \pm \infty \end{aligned} \right\} \quad (3428)$$

で与えられる。

$$(5) \left\{ -Q + \left(P - \frac{N}{M} \right) \frac{N}{M} \right\}_1$$

この場合には σ_1 と同様の符号特性をうる。

$$(6) \left\{ \left(P - \frac{N}{M} \right)^2 - 4Q + 4 \left(P - \frac{N}{M} \right) \frac{N}{M} \right\}_1$$

この式を零に等値し， U_{m0}/U_R^* について解くと，

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{m0}}{U_R^*} &= \frac{15(1-B_1)}{-5+2/4+12(\lambda+F_R^{-2})} \\ \frac{U_{m0}}{U_R^*} &= \frac{15(1-B_1)}{-5-2/4+12(\lambda+F_R^{-2})} \end{aligned} \right\} \quad (3429)$$

となり， $\left\{ \left(P - N/M \right)^2 - 4Q + 4 \left(P - N/M \right) (N/M) \right\}_1$ $\lambda=0, \lambda=0.1$ がそれぞれ零および正の数となる領域を示すと図 - (347)，(348) のようになる。つぎに $\lambda \rightarrow \pm\infty$ の場合は前と同様に $4F_R^2 \lambda$ と同符号になりそれぞれ恒等的に正または負である。

$$(7) \left(\frac{N}{M} \right)_1$$

$(N/M)_1$ の符号は β' の符号と同符号であり，(3418) ' 式から，

$$\frac{U_{m0}}{U_R^*} \geq 1.67(B_1-1) \text{ によつて， } \left(\frac{N}{M} \right)_1 \geq 0 \quad (3429)'$$

となる。

$$(8) \left(P - \frac{N}{M} \right)_1$$

$(P - N/M)_1$ は $(2-\beta')$ と同符号であり，式 (3418) ' から，

$$2-\beta' = \frac{1}{(U_{m0}/U_R^*)} \{ 0.5 \frac{U_{m0}}{U_R^*} + 2.5(B_1-1) \} > 0$$

となり恒等的に正の値であることがわかる。

以上(1)~(8)によつて得られた結果と，表一(332)に示した結果によつて b_1, b_2, b_3 および W_{s1}, W_{s2}, W_{s3} の符号特性を $\lambda=0, 0.1$ 及び $\pm\infty$ のそれぞれについて決定しよう。

まず $\lambda = 0$ とした場合についてのべよう。 b_1 が負であるためには表 - (3 3 2) により $\xi(\sigma + \zeta\beta^2) > 0$ であり、 β に関係なくこれが成立するためには、 ξ , σ , ζ が同符号であるか、 ξ と ζ が同符号で $\sigma = 0$ であるか、 ξ と σ が同符号で $\zeta = 0$ である場合である。しかしこの三つのいずれかの領域以外の領域は一般に b_1 の符号特性が β の値によつて変化しうる領域である。図 - (3 4 1), (3 4 3) 及び (3 4 5) に示した $[\xi_1]_{\lambda=0} \geq 0$, $[\zeta_1]_{\lambda=0} \geq 0$, $[\sigma_1]_{\lambda=0} \geq 0$ によつて $[b_1]_{\lambda=0} \leq 0$ なる領域を求めると図 - (3 4 9) のようになる。 b_2 および b_3 に関しても同様に、表 - (3 3 2) と、(4), (5) および (4), (5), (6) で得られた結果により、それぞれ図 - (3 4 10) および (3 4 11) に示した結果をうる。これらの図において (b) を付記した領域は β の大きさによつて b_2 または b_3 の符号特性が変化しうる領域であることを示す。また本節の図および表における同様の記号は、上記と同様の意味をあらわす。 W_{s1} , W_{s2} , および W_{s3} について、前と同様に表 - (3 3 2) と (4), (5) (6), (7), (8) で得られた結果によつてそれらの符号特性を示すとそれぞれ図 - (3 4 12), (3 4 13), (3 4 14) のようになる。つぎに図 - (3 4 9) ~ (3 4 14) に示した結果を総合すると、 U_{mo}/U_{R0}^* , F_R による領域は図 - (3 4 15) に示すような 14 箇の部分に分類される。これらの領域について b , および W_s の符号特性を求め、一括して示すと表 - (3 4 1) のようになる。

表-(341) 式(2264)を適用した場合の砂面の不安定性

D_1 一定, $B_1 = 299$, $\lambda = 0$

記号番号 領域番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	b_1	b_2	b_3	W_{s1}	W_{s2}	W_{s3}	$W_s > 0$	$W_s < 0$	W_s の符号 に無関係
①	-	β による	-	+	β による	β による	β による	β による	β による
②	-	+	-	+	$\pm\infty$	$\pm\infty$	——	——	——
③	-	+	-	+	+	+	不安	安	不安
④	○	○	-	+	○	○	中立	安	中立
⑤	-	-	-	+	-	-	安	安	安
⑥	-	$\pm\infty$	$\pm\infty$	+	$\pm\infty$	$\pm\infty$	——	——	——
⑦	+	+	+	-	+	-	不安	不安	不安
⑧	+	+	-	-	+	+	不安	不安	不安
⑨	-	+	-	+	+	+	不安	安	不安
⑩	+	+	β による	-	+	β による	β による	β による	β による
⑪	○	+	○	+	+	$\pm\infty$	——	——	——
⑫	○	+	-	○	+	+	不安	安	不安
⑬	+	+	$\pm\infty$	-	+	$\pm\infty$	——	——	——
⑭	-	+	+	+	+	-	不安	不安	不安
⑮	○	○	+	+	+	-	中立	不安	不安

$W_s > 0$, $W_s < 0$, および W_s の符号に無関係である場合について砂面の不安定性を示すとそれぞれ表の 7, 8, 9 欄のようになる。前節でのべた砂面の不安定性をあらわす式 (3341) ~ (3344) はこの表の 9 欄に示した結果に対応するものである。つぎに砂礫の発生限界を考えると考えられる $W_s > 0$ の場合の結果は図-(3415)に示した。表-(341)及び図-(3415)は一応全領域について砂面の不安定性を示しているが、この場合の結果は $\lambda = 0$ を仮定して得られたものであることを考慮すると、図-(340)より明らかなように $U_{mo}/U_{crit} = 15$ の近傍は除外して考える必要がある。

つぎに $\lambda = 0.1$ および $\pm\infty$ のおのこの場合については、図-(342),

表一 (3.4.2) 式 (2.2.6.4) を適用した場合の砂面の不安定性

$$D_1 = \text{一定}, B_1 = 2.99, \lambda = 0.1$$

記号番号 領域番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	b_1	b_2	b_3	W_{s1}	W_{s2}	W_{s3}	$W_s > 0$	$W_s < 0$	W_s の符号 に無関係
①	-	β による	-	+	β による	+	β による	β による	β による
②	-	+	-	+	$\pm\infty$	+	——	——	——
③	-	+	-	+	+	+	不安	安	不安
④	-	○	-	+	○	+	中立	安	中立
⑤	β による	-	-	+	-	+	β による	安	β による
⑥	+	-	-	+	-	+	不安	安	不安
⑦	+	-	-	+	-	+	不安	安	不安
⑧	○	-	-	+	-	+	中立	安	中立
⑨	-	-	-	+	-	+	安	安	安
⑩	-	$+\infty$	$\pm\infty$	+	$\pm\infty$	$\pm\infty$	——	——	——
⑪	+	+	+	-	+	-	不安	不安	不安
⑫	-	+	+	+	+	-	不安	不安	不安
⑬	β による	+	-	-	+	+	不安	β による	不安
⑭	+	+	+	+	+	-	不安	不安	不安
⑮	β による	+	-	+	+	+	不安	安	不安
⑯	β による	+	β による	-	+	β による	不安	β による	不安
⑰	○	+	+	+	+	-	不安	不安	不安
⑱	+	+	○	+	+	$\pm\infty$	——	——	——
⑲	β による	+	-	○	+	+	不安	安	不安
⑳	○	+	$\pm\infty$	-	+	$\pm\infty$	——	——	——

(344), (346), (348) と (1)~(8) で得られた結果を用い, 上記の場合と同様の操作によつて b , W_s の符号特性を決定すると, それぞれ図 - (3416) と表 - (342), 図 - (3417) と表 - (343) および図 - (3417)' と表 - (343)' に示されるような結果をうる。ただし, 図は砂礫の発生限界を与えると考えられる $W_s > 0$ の場合のみをあらわす。またこれらの表及び図は, 前と同様に一応全領域について, 砂面の不安定性を示しているが, $\lambda \doteq 0.1$ および $\pm\infty$ を仮定して得られた結果であるから, 図 - (340) より明らかなように, それぞれ $U_{mo}/U_{k0} \doteq 15.07$, 及び $\pm\infty$ の近傍においてのみ有用であると考えられる。

表 - (343) 式 (2264) を適用した場合の砂面の不安定性

$$D_1 = \text{一定}, B_1 = 2.99, \lambda \rightarrow +\infty$$

記号番号 領域番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	b_1	b_2	b_3	W_{s1}	W_{s2}	W_{s3}	$W_s > 0$	$W_s < 0$	W_s の符号 に無関係
①	-	-	-	+	-	+	安	安	安
②	○	$\pm\infty$	$\pm\infty$	+	$\pm\infty$	$\pm\infty$	——	——	——
③	+	+	+	+	+	-	不安	不安	不安
④	+	+	+	○	+	-	不安	不安	不安
⑤	+	+	+	-	+	-	不安	不安	不安

表 - (343)' 式 (2264) を適用した場合の砂面の不安定性

$$D_1 = \text{一定}, B_1 = 2.99, \lambda \rightarrow -\infty$$

記号番号 領域番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	b_1	b_2	b_3	W_{s1}	W_{s2}	W_{s3}	$W_s > 0$	$W_s < 0$	W_s の符号 に無関係
①	-	β による	-	+	β による	+	β による	β による	β による
②	○	$\pm\infty$	$\pm\infty$	+	$\pm\infty$	$\pm\infty$	——	——	——
③	+	+	β による	+	+	β による	不安	β による	不安
④	+	+	β による	○	+	β による	不安	β による	不安
⑤	+	+	β による	-	+	β による	不安	β による	不安

つぎに $W_8 > 0$ の場合の砂面の不安定性を示す図 - (3415), (3416), (3417) 及び (3417)' に示された結果を総合することにより, この場合の砂面の不安定性をつぎのように判定した。

(1) $\lambda = \pm\infty$ の近傍, すなわち $U_{m0}/U_{R^*0} = 15$ の付近における砂面の不安定性は $F_R < 5.5$ の範囲において M の正負のみに依存し, 砂面が安定であるには $M > 0$ であり, 不安定であるためには $M < 0$ であることが必要である。

(2) $\lambda = \pm\infty$ 及び 0.1 の近傍, すなわち $U_{m0}/U_{R^*0} = 15$ の付近を除外した領域において, 砂面が安定に維持されるためには $M > 0$ $[\xi]_{\lambda=0} > 0$ なることが必要である。

(3) 前項(2)の領域において, $M > 0$ で, $\xi = 0$, および $-Q + (P - N/M) : (N/M) = 0$ は中立の安定領域を与えるための必要条件である。

(4) 前項(2)の領域において, $M < 0$, $\{(P - N/M)^2 - 4Q + 4(P - N/M)(N/M)\}_{\lambda=0} > 0$ か, または $[\xi]_{\lambda=0} < 0$, $\{(P - N/M)^2 - 4Q + 4(P - N/M)(N/M)\}_{\lambda=0} > 0$ は砂面が不安定であるための必要条件である。

(5) 前(4)項目で述べた以外の領域はその不安定性が $\lambda_s = 2\pi/\beta$ の大きさに依存するか, または不定である。

(6) 図 - (3416) に示した砂面の不安定性は, $\lambda = 0.1$ の近傍, すなわち $U_{m0}/U_{R^*0} = 15.07$ 付近においてのみ有用である。この領域での砂面の不安定性は ξ の正負のみによって特性づけられる。図中には $[\xi]_{\lambda=0.1} = 0$ のほかに $[\xi]_{\lambda=0} = 0$ の曲線を鎖線として示したが, これから明らかなように, $U_{m0}/U_{R^*0} = 15.07$ の付近の領域に関する限り, $\lambda = 0$ として得られた図 - (3415) の安定領域は $\lambda = 0.1$ として得られたものよりも広義の安定領域であることがわかる。換言すれば, この付近の領域に関する限り, 図 - (3415) の安定領域はすべて図 - (3416) のものに含まれることがわかる。

以上6項目は注目すべき重要な結果である。これらを総括し, この場合の砂面の不安定性を U_{m0}/U_{R^*0} , F_R 及び B_1 で示すとつぎのようになる。すなわち安定領域は,

$$i) \quad 0 < \bar{r} < 2.0 \quad \text{のときは,} \quad \frac{U_{m0}}{U_{R^*0}} > 5B_1 \quad \Bigg] \quad (3430)$$

$$ii) \quad 2.0 < \bar{R} < 5.5 \quad \text{のときは, } 5B_1 < \frac{U_{m0}}{U_{R0}} < \frac{-5(B_1-1)\bar{R}}{2-\bar{R}}$$

で与えられ, 中立の安定領域は,

$$\frac{U_{m0}}{U_{R0}} > 5B_1 \quad \text{で} \quad \frac{U_{m0}}{U_{R0}} = \Omega_1(\bar{R}, \lambda, B_1) \quad (3.4.31)$$

または

$$\frac{U_{m0}}{U_{R0}} > 5B_1 \quad \text{で} \quad \frac{U_{m0}}{U_{R0}} = \frac{-5(B_1-1)\bar{R}}{2\sqrt{1+\lambda\bar{R}^2}-\bar{R}} \quad (3.4.32)$$

で与えられる。また不安定領域は

$$i) \quad 0 < \bar{R} < 2.0 \quad \text{のときは, } \frac{15(B_1-1)}{5+2\sqrt{4+12\bar{R}^2}} < \frac{U_{m0}}{U_{R0}} < 5B_1$$

$$ii) \quad 2.0 < \bar{R} < 2.31 \quad \text{のときは, } \frac{15(B_1-1)}{5+2\sqrt{4+12\bar{R}^2}} < \frac{U_{m0}}{U_{R0}} < 5B_1$$

$$\text{または, } \frac{U_{m0}}{U_{R0}} > \frac{-5(B_1-1)\bar{R}}{2-\bar{R}}$$

$$iii) \quad 2.31 < \bar{R} < 5.5 \quad \text{のときは, } \frac{15(B_1-1)}{5+2\sqrt{4+12\bar{R}^2}} < \frac{U_{m0}}{U_{R0}} < 5B_1$$

$$\text{または, } \frac{-5(B_1-1)\bar{R}}{2-\bar{R}} < \frac{U_{m0}}{U_{R0}} < \frac{15(B_1-1)}{5-2\sqrt{4+12\bar{R}^2}}$$

$$iv) \quad \bar{R} > 5.5 \quad \text{のときは, } \frac{15(B_1-1)}{5+2\sqrt{4+12\bar{R}^2}} < \frac{U_{m0}}{U_{R0}} < \frac{15(B_1-1)}{5-2\sqrt{4+12\bar{R}^2}}$$

(3.4.33)

で与えられ, 全領域から式 (3.4.30) ~ (3.4.33) で示される領域を取り除いた領域はその不安定性が $\lambda_s = 2\pi/\beta$ の大きさに依存して決定されるか, または不定である。

以上にのべた事柄は $W_s > 0$, すなわち下流に伝播する波形を対象としており, 砂澱の発生限界を与えるものと思われるが, 得られた領域 (3.4.30) ~ (3.4.33) は一括して図 - (3.4.18) に示した。

つぎに, 前述した平面河床才 III の状態における水流の抵抗法則の式 (2.2.6.4), (2.2.7.0) : (2.2.2.6) : (2.2.5.5), (2.2.5.6) の提案に

際して、その基礎となつてゐる資料は一般に $F_R < 20$ であり、砂澱の発生限界も同様の範囲内にあると考えられる。そこで図 - (3418) に示した砂面の不安定性に関する理論結果を砂澱の発生限界を与えるものとするとき、式 (3430) の i) および式 (3433) の i) 条件が最も重要であることがわかる。この条件は式 (3341) および式 (3344) の第三式に当るわけであるが、 λ には無関係でもつばら B_1 のみに関係し、式 (2264) によれば、 $B_1 = 2.99$ であるから、

$$\left. \begin{array}{l} \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} > 15 \cdots \cdots \cdots \text{安 定} \\ \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} < 15 \cdots \cdots \cdots \text{不安定} \end{array} \right\} \quad (3434)$$

が得られる。これらのことによつて、いままでは水流の抵抗法則として、式 (344) で代表される水流の抵抗法則の一つである式 (2264) を与えた場合について述べてきたが、他のものについては式 (3341) および式 (3344) の第三式の条件のみを評価すれば十分であることがわかる。

(b) 式 (2270) , (2226) および (2256) を適用した場合
式 (2270) を用いた場合、 $B_1 = 1.0$ であるから式 (3341) , (3344) より、

$$\left. \begin{array}{l} \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} > 5 \cdots \cdots \cdots \text{安 定} \\ \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} < 5 \cdots \cdots \cdots \text{不安定} \end{array} \right\} \quad (3435)$$

が得られる。つぎに、岩垣博士の式 (2226) を用いると、 $B_1 = 0.679$ とおき、

$$\left. \begin{array}{l} \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} > 3.4 \cdots \cdots \cdots \text{安 定} \\ \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} < 3.4 \cdots \cdots \cdots \text{不安定} \end{array} \right\} \quad (3436)$$

が得られる。さらに椿博士の式 (2255) , (2256) によると、 $B_1 =$

4.0 であるから，

$$\left. \begin{array}{l} \frac{U_{mp}}{U_{R0}^*} > 20.0 \dots\dots\dots \text{安 定} \\ \frac{U_{mo}}{U_{R0}^*} < 20.0 \dots\dots\dots \text{不 安 定} \end{array} \right\} \quad (3.4.37)$$

を得る。

ii) 式 (3.4.5) として *Chezy* 及び *Manning* 公式を適用した場合

(a) *Chezy* の公式 (2.2.2.2) を適用した場合

Chezy の公式は式 (3.4.5) において， $p=1$ ， $q=-1/2$ ， $e=1/2$ ， $e'=0$ とおいた式に相当する。式 (3.4.8)，(3.4.9)，および (3.4.18) によると， $e_1=1/2\tau_0$ ， $b_1=0$ ，および $\beta'=3/2$ となる。 $\alpha m=1$ ， $\omega=2$ として，式 (3.4.10) ~ (3.4.17) に示された関係量から前と同様にその符号特性を支配する項のみをとりだし，それぞれ $\xi_2, \zeta_2, \dots\dots\dots$ とすると，

$$\xi_2 = -\bar{R}^2(3-4\lambda)+12 \quad (3.4.10)''$$

$$\zeta_2 = \bar{R}^6(-1-11\lambda+17\lambda^2+4\lambda^3) + \bar{R}^4(6+68\lambda+12\lambda^2) + \bar{R}^2(-9+12\lambda)+4 \quad (3.4.11)''$$

$$\sigma_2 = \bar{R}^2(4\lambda-1)+4 \quad (3.4.12)''$$

$$M_2 = \frac{1}{e_1} = 2\tau_0 > 0 \quad (3.4.13)''$$

$$\{-Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}\}_2 = \bar{R}^2(4\lambda-1)+4 = \sigma_2 \quad (3.4.14)''$$

$$\{(P-\frac{N}{M})^2-4Q+4(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}\}_2 = \bar{R}^2(16\lambda-3)+16 \quad (3.4.15)''$$

$$(\frac{N}{M})_2 = -\frac{3}{2} > 0 \quad (3.4.16)''$$

$$(P-\frac{N}{M})_2 = \frac{1}{2} > 0 \quad (3.4.17)''$$

となる。ただし，

$$\lambda = q'e_i' = \frac{49k\tau_0(\tau_0 - \tau_c)}{(1-\varepsilon)U_{m0}^3} > 0 \quad (3.4.38)$$

とする。以上によつて明らかなように， M_2 ， $(N/M)_2$ ， $(P-N/M)_2$ ，および λ は恒等的に正の値であり，他のものの符号特性は，二つの変数，

$$\bar{R}，\lambda \quad (3.4.39)$$

によつて示されることがわかる。よつて ξ_2 ， ζ_2 ， σ_2 ， $\{-Q+(P-N/M)(N/M)\}_2$ および $\{(P-N/M)^2-4Q+4(P-N/M)(N/M)\}_2$ の符号特性を \bar{R} ， λ によつて図示すると，図-(3.4.19)～(3.4.22)をうる。

以上の結果を用い，表-(3.3.2)に示した関係式によつて，この場合における b_1 ， b_2 ， b_3 ，および W_{s1} ， W_{s2} ， W_{s3} の符号特性を決定するとつぎのようになる。すなわち， b_1 ， b_2 ， W_{s2} についてはそれぞれ図-(3.4.23)，(3.4.24)，(3.4.25)のようになり， b_3 は恒等的に負に， W_{s1} ， W_{s3} は恒等的に正の値となる。これら b および W_s の符号の特性によつて，領域は図-(3.4.26)のように9個の部分に分類される。おのこの領域におけるそれらの符号特性は一括して表-(3.4.4)に示した。

表-(3.4.4) Chezy 公式を適用した場合の砂面の不安定性

記号番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
領域番号	b_1	b_2	b_3	W_{s1}	W_{s2}	W_{s3}	$W_s > 0$	$W_s < 0$	W_s の符号 に無関係
①	-	-	-	+	-	+	安	安	安
②	○	-	-	+	-	+	中	安	中
③	+	-	-	+	-	+	不安	安	不安
④	+	-	-	+	-	+	不安	安	不安
⑤	β による	-	-	+	-	+	β による	安	β による
⑥	-	○	-	+	○	+	中	安	中
⑦	-	+	-	+	+	+	不安	安	不安
⑧	-	β による	-	+	$\pm\infty$	\neq	-	-	-
⑨	-	β による	-	+	β による	+	β による	β による	β による

表の 7, 8, 9 欄は前と同様にそれぞれ $W_s > 0$, $W_s < 0$, および W_s の正負を考慮しない場合の砂面の不安定性をあらわし, 特に砂澱の発生限界をあらわすと考えられる $W_s > 0$ の場合については, その結果を図 - (3426) に示した。これによると安定領域は,

$0 < F_R < 2.0$ のときは, 無条件

$$2.0 < F_R < 2.31 \text{ のときは, } \lambda > \frac{3F_R^2 - 12}{4F_R^2}$$

$$2.31 < F_R \text{ のときは, } \lambda > \frac{3F_R^2 - 12}{4F_R^2} \text{ または, } \lambda < \frac{3F_R^2 - 16}{16F_R^2}$$

(3440)

で与えられ, 中立の安定領域は,

$$2.0 < F_R \text{ のときは, } \lambda = \frac{3F_R^2 - 12}{4F_R^2},$$

$$\text{または, } \lambda = \frac{F_R^2 - 4}{4F_R^2}$$

(3441)

となり, 式 (3440), (3441) であらわされた領域を除いた領域は, 一般に不安定領域であることがわかる。上述の結果から平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則として Chezy の公式を用いた場合には, 砂面の不安定領域は $F_R > 2.0$ の領域に限られることがわかる。

(b) Manning 公式 (2224) を用いた場合

(a) の場合と同様の考察を実施することにより, $W_s > 0$ の波形を対象とする場合には, 砂面の不安定領域は $F_R > 1.5$ の領域に限定されるという結果を示すことができる。

iii) 水流の抵抗法則として式 (2264) の D_1 の効果を考察した場合

i), ii) においては, 式 (2264) の D_1 によつて示される量の変化を考慮せず, したがつて, $F_R, U_R^* d/\nu$ などの効果を省略した水流の抵抗法則を適用して議論を進めた。しかして, i), ii) で述べたように, 砂面の不安定性は一般に $U_{mo}/U_{R0}^*, F_R, \lambda$ により特性づけられるようである。このことを考慮すると, 水流の抵抗法則に関係する $F_R, U_R^* d/\nu$ とくに F_R を省略して議論することは合理的な方法ではない。 $F_R, U_R^* d/\nu$ を省略しない式

(2.2.6.4) を用い，第3節の一般理論をこれに適用すべきであるが，本節では i)，ii) のべたよ結論を参照して，この場合にも砂面の不安定性を特性づける最も重要な条件は式(3.3.4.1)および式(3.3.4.4)の第三式の関係であるとみなし， F_R ， $U_{R^*} \cdot d/\nu$ などの効果を吟味していくことにした。式(2.2.6.4)を用いて，式(3.3.4.1)の M を計算すると，

$$M = \frac{1}{\rho h_0} \frac{\partial \tau_0}{\partial U_{m0}} = \left(\frac{2U_{R0}^{*2}}{U_{m0} h_0} \right) \frac{(U_{m0}/U_{R0}^*) - 14F_R}{U_{m0}/U_{R0}^* - 15} \quad (3.4.4.2)$$

となる。式(3.3.4.1)の第三式によると，砂面が安定であるためには $M > 0$ なることが必要である。すなわち，

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} > 14F_R \text{ のときは, } \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} > 15.0 \\ \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} < 14F_R \text{ のときは, } \frac{U_{m0}}{U_{R0}^*} < 15.0 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.4.3)$$

なる結果をうる。しかし， $U_{m0}/U_{R0}^* < 14F_R$ の条件は $\beta_0 > 1/196$ となるのであるが，第1章の実験結果によると，平面河床第Ⅲの状態においては一般に $\beta_0 < 1/196$ であることを考慮すると，第1章の実験範囲での砂澱の発生限界は式(3.4.4.3)の第一式で与えられるものと考えてよいであろう。

(ロ) 実験結果による理論の検証

前項においては，平面河床第Ⅲの状態の推移による砂澱への遷移河床，すなわち砂澱の発生限界は平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則の与え方について，それぞれどのような関係式によつて表わされるかを示した。すなわち第3節の砂面の不安定理論は平面河床第Ⅲの状態の水流の抵抗法則に依存するわけである。したがつて誘導された砂澱の発生限界を示す関係式がどれだけ合理的であるかは，平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則がどの程度に合理的であるかによる。しかし，この限界段階における水流の抵抗法則については第2章で詳述したように，一般に $U_{R^*} \cdot d/\nu$ の大きさの範囲によつて特性づけられ， $U_{R^*} \cdot d/\nu < 50$ ，および $U_{R^*} \cdot d/\nu > 50$ に分けられる。ここではこれらのことを考慮して，(イ)のべた理論結果を実験値によつて検証することにする。

$$i) \quad U_{R^*0} d / \nu \leq 50$$

一般に砂澱の発生現象が顕著に現われるのはこの領域である。この領域における平面河床第Ⅲの現象段階における水流の抵抗法則としては、著者の実験式(2.2.6.4)、および椿博士の実験式(2.2.5.6)が考えられる。おのおのの抵抗法則を第3節の理論に適用した結果として得られた砂澱の発生限界をあらわす関係式は、それぞれ式(3.4.3.4)および式(3.4.3.7)で与えられる。ここでは式(3.4.3.4)の関係を第1章の実験結果と比較することにしよう。

図-(3.4.2.7)は実験砂Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ,Ⅳ,Ⅴ,Ⅵによる実験結果を U_{m0}/U_{R^*0} , Ψ によつて示した。図に示した砂面の安定性は式(3.4.3.4)をあらわす。実験砂Ⅳ,Ⅴ,Ⅵのように $U_{R^*0} d / \nu$ の値が大きい場合には実験値が少なく、したがつてその傾向は明らかでない。また理論結果として得られた式(3.4.3.4)は水流の抵抗法則(2.2.6.4)にもとづいており、式(2.2.6.4)は主として $U_{R^*0} d / \nu$ の小さい実験砂Ⅰ,Ⅱ,Ⅲの実験資料を対象として誘導されたものであることを考慮すると、実験値の傾向は理論結果の式(3.4.3.4)とはいくらか異なつた特性をもつと考えることができる。

つぎに、 $U_{R^*0} d / \nu$ の値の小さい実験砂Ⅰ,Ⅱ,Ⅲによる実験結果についてのべよう。実験値の散乱はあるが、あきらかに一定の傾向を見出すことができる。すなわち平面河床第Ⅲの状態次第に掃流力 Ψ を増加していくと、 U_{m0}/U_{R^*0} の値は漸次減少し、ある限界に達すると砂澱が発生するが、さらに Ψ を増加すると、 U_{m0}/U_{R^*0} はさらに減少していくことがわかる。そして理論結果の式(3.4.3.4)に示される限界値 $U_{m0}/U_{R^*0} = 15$ は実験的にも平面河床第Ⅲから砂澱への遷移河床に遷移するときの限界を与えること、平面河床第Ⅲの状態では常に $U_{m0}/U_{R^*0} > 15$ であることがわかる。

図-(3.4.2.8)は安芸博士の実験砂A,Bによる実験結果を U_{m0}/U_{R^*0} , Ψ によつて示したもので、¹⁸⁾その資料はすべて $U_{R^*0} d / \nu < 15$ の範囲にある。図に示した砂面の不安定性は前と同様に式(3.4.3.4)であるが、かなりよく実験結果を説明していることがわかる。

図-(3.4.2.9)は移動床をもつた開水路水流に関し、第2章および本章で述べた解析結果を総括して示したものである。式(2.2.1.8)および(2.2.

64) は前述したようにそれぞれ平面河床第Ⅰとしての固定面上の水流，および平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則をあらわす。おのおのの曲線は $h \equiv h$ とし， $J_0 = 1.0 \times 10^{-3}$ ， 1.43×10^{-3} ， 2.00×10^{-3} とした場合に， $U_{R^*o}^2$ の増大によつて U_{mo} および U_{mo}/U_{R^*o} がどのように変化するかをあらわす。まず記号 a はおのおのの場合における平面河床第Ⅰの状態から平面河床第Ⅲへの遷移，すなわち平面河床第Ⅱの状態をあらわす。平面河床第Ⅲの状態でその現象段階が進んで， $U_{R^*o}^2$ が増大すると U_{mo} および U_{mo}/U_{R^*o} は単調に減少していくことがわかる。記号 b' は式 (3434) に示される砂澁の発生限界をあらわし，曲線 $U_{mo} \leftrightarrow U_{R^*o}^2$ の上でそれらに対応した記号 b のおのおのの点で砂澁が発生することになる。これらの点はいわゆる砂澁の発生限界に相当し， $U_{mo}/U_{R^*o} = 15$ で示されるが，いま平面河床第Ⅲの状態がすすみ U_{mo}/U_{R^*o} が 15 に接近した極限の状態について考察してみよう。砂澁が発生する直前では $U_{mo}/U_{R^*o} \leftrightarrow U_{R^*o}^2$ の曲線から明らかであるように ($U_{mo}/U_{R^*o} - 15$) は正の値をもちながら漸次 0 の値に接近し，その直後では負の値をもちながら漸次 0 から遠ざかる。この事実を式 (3442) に適用すると，砂澁の発生限界は，

$$\left[\frac{\partial U_{R^*o}^2}{\partial U_{mo}} \right]_{(U_{mo}/U_{R^*o} - 15) \rightarrow \pm 0} \rightarrow \pm \infty \quad (\text{符号同順}) \quad (3444)$$

によつて特性づけられることがわかる。換言すると， $U_{R^*o}^2$ を二変数 U_{mo} ， h_o の関数とみなし，水深 h_o を一定に維持して $U_{R^*o}^2$ を増加していく場合， U_{mo} が極大になる状態で砂澁が発生することを意味する。しかし $U_{R^*o}^2$ を二変数 U_{mo} ， J_0 の関数とみた場合の $\partial U_{R^*o}^2 / \partial U_{mo}$ は，図 - (3429) から明らかなように ($U_{mo}/U_{R^*o} - 15$) $\rightarrow \pm 0$ において有限確定であり，ある負の値をとることがわかる。平面河床第Ⅰから平面河床第Ⅱ，平面河床第Ⅲを経て砂澁への遷移河床にいたる一連の現象過程に対する上述の考察は第 1 章でのべた砂澁の発生に関する実験事実とかなりよく一致する。すなわち図 - (125) (128)，(1246)，(1254) に示したように，平面河床第Ⅰの現象段階が進むと $\partial \{ U_{R^*o}^2 (U_{mo}, J_0) \} / \partial U_{mo}$ は正の値で漸次増大する。平面河床第Ⅱ，すなわち砂の限界移動とともにその符号が変化して負の値をと

ることは明確に実証できないが，いずれにしても $\partial\{U_R^*(U_{mo}, J_o)\}/\partial U_{mo} \rightarrow +\infty$ または $-\infty$ の近傍から砂隠河床が発するわけである。

$$ii) U_R^* d / \nu > 50$$

一般に砂隠の発生現象はあまりみられない領域として特性づけられる。この領域における平面河床第Ⅲの現象段階における水流の抵抗法則としては，著者の実験式（2270），岩垣博士の式（2226），および *Chézy, Manning* などの諸公式がある。おのこの抵抗法則を第3節の理論に適用して得られた砂隠の発生限界を与える関係式として，それぞれ，式（3435），（3436）が求められ，また *Chézy, Manning* 公式に対応する条件式も求められる。これらの結果を総合すると，砂隠が発生するためには U_{mo}/U_R^* が少なくとも5.0より小であること，または F_R が1.5より大であることが必要である。第1章の実験砂Ⅶ，Ⅷ，Ⅸによる実験資料，および *Gilbert* の *E, F, G, H* 砂による実験資料はいずれも，ほぼ $F_R > 1.5$ の範囲にあるので，ここでは式（3435）を砂面の不安定条件として上述の実験資料と比較することにする。

図-（3430），（3431）はそれぞれ著者の実験砂Ⅶ，Ⅷ，Ⅸによる実験結果，および *Gilbert* の実験砂 *E, F, G, H* 砂による実験資料を U_{mo}/U_R^* と Ψ との関係によつて示したものである。これらの図に示した砂面の不安定性は式（3435）をあらわす。平面河床第Ⅲの状態の資料はほぼ式（3435）で与えられる理論結果を実証している。しかし，図-（3431）によると，*Gilbert* の *E, F* 砂については，砂隠河床の実験値はあるが砂隠への遷移河床の資料がない。したがつて砂隠の発生限界の条件としての式（3435）の合理性を十分にたしかめることはできない。砂隠の発生限界を与える実験値をうるものがむずかしい理由として，砂の粒径が大きくなると，発生した砂隠の形状特性，とくに $\Delta H / \lambda_s$ が非常に小さくなるため，現象的に砂隠が発生したか，発生していないかを判定することが困難な状態であつたためと考えられる。

図-（3432）は前と同様に第2章および第3章で述べた解析結果を総括して示したものである。式（2220）および（2270）はそれぞれ平面河床第Ⅰとしての固定面上の水流，および平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則をあらわす。おのこの曲線は $R = h_o$ とし， $J_o = 1.0 \times 10^{-3}$ ， 1.43×10^{-3} ，

2.0×10^{-3} とした場合に、 $U_{R^*0}^2$ の増大によつて U_{m0} および U_{m0}/U_{R^*0} がどのように変化するかをあらわす。平面河床第Ⅰの状態では現象段階が進んで U_{R^*0} が増大すると、記号 a の位置で平面河床第Ⅰから平面河床第Ⅲに遷移する。すなわち記号 a は平面河床第Ⅱの状態をあらわす。さらに現象段階が進んで $U_{R^*0}^2$ が増大すると、 U_{m0} および U_{m0}/U_{R^*0} はそれぞれ単調に増大および減少する。そして U_{m0}/U_{R^*0} の減少は非常に緩慢である。したがつて理論結果として得られた砂澱の発生限界をあらわす曲線 (3435) と曲線 $U_{m0}/U_{R^*0} \leftrightarrow U_{R^*0}^2$ とは実際現象の範囲内で交点をもたない。すなわち砂澱は発生しないわけである。

図 - (3433) は安芸博士の資料¹⁸⁾ を U_{m0} と h_0 との関係について点描したもので、実験砂は A, B, C 、使用勾配 J_0 は $1/600, 1/1000$ のものを用いた。いずれも $U_{R^*0}d/\nu < 50$ に属する。安芸博士は A, B 砂では砂澱が顕著に発達したのに反し、 C 砂では砂澱の発生がみられなかつた事実を指摘している。 C 砂は図 - (2217) で示したように一様性の非常に悪い混合砂であるので本研究における実験資料と同様の取り扱いをすることはできないが、上述の事実に対してつぎのように考えることができよう。すなわち、 C 砂を用いた場合の平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則は、式 (2270) または *Chezy, Manning* 型に属するものであらうことが推察され、その結果として砂澱が発生しなかつたものである。

以上、i) ii) の結果を総括し、砂澱の発生限界をあらわす関係式として、

$$\left. \begin{array}{ll}
 \frac{U_{R^*0}d}{\nu} \leq 50 \text{ で } \frac{U_{m0}}{U_{R^*0}} > 15 & \text{のとき不発生} \\
 \text{'' '' '' } \frac{U_{m0}}{U_{R^*0}} < 15 & \text{発生} \\
 \frac{U_{R^*0}d}{\nu} > 50 \text{ で } \frac{U_{m0}}{U_{R^*0}} > 5.0 & \text{不発生} \\
 \text{'' '' '' } \frac{U_{m0}}{U_{R^*0}} < 5.0 & \text{発生}
 \end{array} \right\} \quad (3445)$$

を提案する。

2 閉水路水流

(1) 砂澱の発生条件

まず第3節で得られた理論結果の要点をのべよう。砂面の微小変動をあらわす基本方程式(3.3.6.6)の特解として式(3.3.6.8)を与えると、波形の発達、減衰、およびその伝播方向に関係する量として、それぞれ二つの量 b_1 , b_2 , および c_1 , c_2 がきまり、それぞれ式(3.3.7.6)および(3.3.8.0)で与えられることを示した。そして砂面の不安定性に関する第3節の議論はこれらの式で示された量 b , c の符号特性を一般的に論ずることによつてなされた。その結果 b_1 は恒等的に零であり、 b_2 は、

$$\xi_1 = \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m} \right)_0 + \left\{ 1 + \frac{2(D-\eta_0)}{B} \right\} \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial \eta} \right)_0 \quad (3.4.4.6)$$

という量の符号特性に関係し、 $b_2 \leq 0$ であるためには $\xi_1 \geq 0$ でなければならないことを示した。また c_1 に関しては式(3.3.8.1)に示したように $W_{s1} = c_1 / \beta = x_1 / y_1$ で、

$$x_1 = n \left\{ U_{m0} \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m} \right)_0 + (D-\eta_0) \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial \eta} \right)_0 \right\} \quad (3.4.4.7)$$

$$y_1 = n \left(\frac{\partial U_*^2}{\partial U_m} \right)_0 + (D-\eta_0) \quad (3.4.4.8)$$

で示される二つの量 x_1 , y_1 の符号特性に関係する。一方 c_2 に関しては式(3.3.8.2)でわかるように、 $W_{s2} = C_2 / \beta = 2\alpha m U_{m0} (> 0)$ となり、恒等的に正であることを示した。これらの式(3.4.4.6), (3.4.4.7), および(3.4.4.8)に含まれている $(\partial U_*^2 / \partial U_m)_0$, $(\partial U_*^2 / \partial \eta)_0$ 及び

$(\partial U_*^2 / \partial U_m)_0$ は前述したように平面河床第Ⅲの状態における量をあらわし、それぞれ $\partial U_*^2 / \partial U_{m0}$, $\partial U_*^2 / \partial \eta_0$, $\partial U_*'^2 / \partial U_{m0}$ で示される。ここでは平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則として第2章の解析によつて得られた式(2.2.7.7)および *Chezy, Manning* などの諸公式を与えて砂面の不安定性を論ずることにする。

i) 式(2.2.7.9)を適用した場合

第2章でのべた水流の抵抗法則は式(2.2.7.9)または式(2.2.7.7)と

(2280) で示されている。いま開水路の場合と同様に，式(2280)の代りに式(2265)を用い，式(2277)，(2265)から相当粗度 k_s を消去するとともに U_* ， U_m の代りにそれぞれ U_{*0} ， U_{m0} を用いると，

$$\frac{U_{m0}}{U_{*0}} = 6.48 - 5.75 D_1 - 5.75 B_1 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{D} \quad (3449)$$

が得られる。この式から $\partial U_{*0}^2 / \partial U_{m0}$ ， $\partial U_{*0}^2 / \partial \eta_0$ を求めると，それぞれ，

$$\frac{\partial U_{*0}^2}{\partial U_{m0}} = \frac{2U_{*0}}{U_{m0}/U_{*0} - 4.98 B_1} \quad (3450)$$

$$\frac{\partial U_{*0}^2}{\partial \eta_0} = \frac{2.5 U_{*0}^2 B_1^2 / \{R(B+D-\eta_0)^2\}}{U_{m0}/U_{*0} - 4.98 B_1} \quad (3451)$$

が得られる。また固定床上的の滑面乱流の式(2244)において， U_* ， U_m の代りにそれぞれ U_{*0}' ， U_{m0} を用い，この式から $\partial U_{*0}'^2 / \partial U_{m0}$ を求めると，

$$\frac{\partial U_{*0}'^2}{\partial U_{m0}} = \frac{2U_{*0}'}{U_{m0}/U_{*0}' + 2.5} \quad (3452)$$

が得られる。式(3450)，(3451)，および(3452)を式(3446)，(3447)，および(3448)に代入して変形すると，まず ξ_1 については，

$$\begin{aligned} \xi_1 &= U_{m0} \left[\frac{2U_{*0}/U_{m0}}{U_{m0}/U_{*0} - 4.98 B_1} + \left\{ 1 + \frac{2(D-\eta_0)}{B} \right\} \frac{2U_{*0}'/U_{m0}}{U_{m0}/U_{*0}' + 2.5} \right] \\ &= U_{m0} X_1 \left(\frac{U_{m0}}{U_{*0}}, \frac{U_{m0}}{U_{*0}'}, \frac{D-\eta_0}{B} \right) \end{aligned} \quad (3446)'$$

となるが， U_{m0}/U_{*0}' は，式(132)から $Re = U_{m0} R / \nu$ の関数となるから，

$$\xi_1 = U_{m0} X_2 \left(\frac{U_{m0}}{U_{*0}}, Re, \frac{D-\eta_0}{B} \right) \quad (3446)''$$

となる。また x_1 ， y_1 については，

$$X_1 = n_1 U_{m0}^2 \left[\frac{2 U_{*0} / U_{m0}}{U_{m0} / U_{*0} - 4.98 B_1} + \frac{\{2B / (B + D - \eta_0)\} \cdot 2.5 U_{*0}^2 / U_{m0}^2}{U_{m0} / U_{*0} - 4.98 B_1} \right]$$

$$= n_1 U_{m0}^2 Y \left(\frac{U_{m0}}{U_{*0}}, \frac{D - \eta_0}{B} \right)$$

(3447)

および

$$Y_1 = B \left\{ n_1 \frac{2 U_{*0} / U_{m0}}{U_{m0} / U_{*0} - 4.98 B_1} + \frac{D - \eta_0}{B} \right\}$$

$$= B Z \left(n_1 \cdot \frac{U_{m0}}{U_{*0}}, \frac{D - \eta_0}{B} \right)$$

(3448)

が得られる。ただし、 X_1, X_2, Y, Z は関数記号とし、 n_1 は、

$$n_1 = \frac{n U_{m0}}{B} = \frac{\rho^\omega k \omega (U_{*0}^2 - U_{*c}^2)^{\omega-1} U_{m0}}{B(1-\varepsilon)}$$

(3453)

とする。

以上によつて明らかなように ξ_1, x_1, y_1 は一般に $U_{m0}/U_{*0}, (D - \eta_0)/B, Re, n_1$ によつてその符号特性が決定される。 $U_{m0}/U_{*0}, (D - \eta_0)/B$ がこれら三つの関数の共通の変数であるので、これら二変数の変域における ξ_1, x_1, y_1 の符号を決定することから始めるべきであるが、第1章でのべた閉水路による砂澱の発生限界に関する実験は $(D - \eta_0)/B = 0.25$ の場合だけなので、この量を与え、 U_{m0}/U_{*0} の変化に対する ξ_1, x_1, y_1 の符号特性を調べると表 - (345) のようになる。

表 - (345)

記号番号	1	2	3	4	5	6	7	8
	x_1	y_1	ξ_1	W_{s1} b_1	W_{s2} b_2	砂面の不安定性		
						$W_s > 0$	$W_s < 0$	W_s の符号 に無関係
I $\frac{U_{m0}}{U_{*0}} > 4.98 B_1$	+	+	+	$W_{s1} > 0$ $b_1 = 0$	$W_{s2} > 0$ $b_2 < 0$	中立	安	中立
II $4.98 B_1 > \frac{U_{m0}}{U_{*0}} > \alpha_2$	-	-	-	$W_{s1} > 0$ $b_1 = 0$	$W_{s2} > 0$ $b_2 > 0$	不安	安	不安
III $\alpha_2 > \frac{U_{m0}}{U_{*0}} > \beta_2$	-	+	-	$W_{s1} < 0$ $b_1 = 0$	$W_{s2} > 0$ $b_2 > 0$	不安	中立	不安

ただし，

$$\alpha_2 = \frac{9.45 + \sqrt{89.3 - 32\eta_1}}{2} \quad (3.4.54)$$

$$\beta_2 = \frac{9.45 - \sqrt{89.3 - 32\eta_1}}{2} \quad (3.4.55)$$

この表によつてわかるように， Re 数は x_1 ， y_1 ， ξ_1 の符号特性には関係をもたない。この結果によつて U_{mo}/U_{*0} の変域における W_{s1} ， W_{s2} ， b_1 ， b_2 の符号を 4，5 欄に示した。また砂澁，砂堆などのように下流方向に伝播する砂面変動 ($W_s > 0$)，遡上砂堆などのように上流方向に伝播する砂面変動 ($W_s < 0$)，およびこれら両方の砂面変動を対象としたおのおの場合につき，砂面の不安定性を示すとそれぞれ表の 6，7，8 欄のようになる。これらの結果は第 3 節でのべた式 (3.3.86)，(3.3.87)，および (3.3.79) で示した関係に対応するものである。いま表 - (3.4.5) の 6 欄に示された砂面の不安定に関する条件を砂澁の発生限界を与える関係式とみなすことにする。図 - (3.4.34) はこの関係を $B_1 = 1.89$ ， $n_1 = 4.7 \times 10^{-3}$ とすることによつて示したもので，横軸は便宜上掃流力の無次元量 $\Psi = U_{*0}^2 / g d (\sigma/\rho - 1)$ をとつた。まず n_1 の変化が砂面の不安定性におよぼす効果を検討したが，その大きさは表 - (3.4.5) の 6 に示した関係には影響をもたないことがわかつた。さらに，

$$\frac{U_{mo}}{U_{*0}} = 4.98 B_1 = 9.45 \quad (3.4.56)$$

であらわされる関係が砂面の不安定性を特性づける重要な限界条件になつており， $U_{mo}/U_{*0} > 4.98 B_1$ の状態では砂面は中立の安定であるが， $U_{mo}/U_{*0} < 4.98 B_1$ になると急に砂面が不安になることがわかる。そこで U_{mo}/U_{*0} が $4.98 B_1$ に接近した極限の状態について考察してみよう。たとえば $(U_{mo}/U_{*0} - 4.98 B_1)$ が正の値をもちながら漸次 0 に接近するとする。 ξ_1 ， x_1 ， y_1 は式 (3.4.46) '，(3.4.47) '，(3.4.48) ' に示すようにいずれも正の値で，その絶対値は急激に増大する。このような極限に近い状態ではそれぞれの量の太括弧内の第二項は省略され，第一項すなわち

$\partial U_{*0} / \partial U_{m0}$ の変化が支配的となる。すなわち、

$$\left[\frac{\partial U_{*0}}{\partial U_{m0}} \right]_{(U_{m0}/U_{*0} - 4.98B_1) \rightarrow \pm 0} \rightarrow \pm \infty \quad (\text{符号同順}) \quad (3.457)$$

となる。このことは第1章でのべた砂澱の発生に関する実験事実と一致する。すなわち図-(1.3.7), (1.3.8), (1.3.11)に示したように平面河床第Ⅲの現象段階が進むと $\partial U_{*0}^2 / \partial U_{m0}$ は正の値で漸次増大し、 $\partial U_{*0}^2 / \partial U_{m0} \rightarrow +\infty$ において砂澱が発生するわけである。しかし、 $U_{m0}/U_{*0} = 4.98B_1$ すなわち 3.45 が合理的な値であるかどうかについては(a)の項でべる。

ii) *Chézy, Manning* 公式を適用した場合

平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則として *Chézy* 公式を適用すると、式(2.2.22)から $\partial U_{*0}^2 / \partial U_{m0} = 2\sqrt{g} U_{*0} / C$, $\partial U_{*0}^2 / \partial \eta_0 = 0$ となり、 ξ_1 , x_1 , y_1 はそれぞれ、

$$\xi_1 = \frac{2\sqrt{g} U_{*0}}{C} + \left\{ 1 + \frac{2(D-\eta_0)}{B} \right\} \cdot \frac{2U_{*0}}{U_{m0}/U_{*0} + 2.5} > 0$$

$$x_1 = \frac{2nU_{m0}\sqrt{g} U_{*0}}{C} > 0$$

$$y_1 = \frac{2n\sqrt{g} U_{*0}}{C} + (D-\eta_0) > 0$$

となつて、 ξ_1 , x_1 , y_1 はともに恒等的に正となる。そこでこのような場合には U_{m0}/U_{*0} の全変域において表-(3.4.5)の第Ⅰ行に示すような砂面の不安定性をうるわけで、与えられた変形はそのままの状態で維持されて発達も減衰もしない。すなわち、砂澱は発生しないという結論をうる。これは観察事実と相違する。*Manning* の場合も *Chézy* と同様に現象を適格に説明することができない。これは平面河床第Ⅲの状態の水流の抵抗法則としてはこれらの公式が適切でないことを意味する。

(d) 実験結果による理論の検証

表-(3.4.5)の6欄に示した理論結果を第1章第3節の実験資料によつて検討してみよう。図-(3.4.3.5)は図-(1.3.7), (1.3.8)に示し、

た実験例 a , b をとりだして U_{mo}/U_{*o} と Ψ との関係で示したものであり、図 - (3436) は砂澱の発生に関する全資料を同様に図示したもので、この資料は図 - (1311) に対応している。これらの図に示されているように、平面河床第Ⅲの状態では常に $U_{mo}/U_{*o} < 9.45$ であり、その現象段階が進むと U_{mo}/U_{*o} は漸次減少し、砂澱への遷移河床の状態ではほぼ $U_{mo}/U_{*o} \approx 9.45$ となる。さらに砂澱が発生した状態では $U_{mo}/U_{*o} < 9.45$ となることが明らかであり、表 - (345) の6欄または図 - (3434) に示された砂面の不安定性に関する理論結果は砂澱の発生条件を与える関係式として不十分に信頼しうるものと思われる。

図 - (3437) は移動床をもつた閉水路水流に関し、第2章および第3章で述べた解析結果を総括して示したものである。式 (2244) および (2279) は前述したようにそれぞれ平面河床第Ⅰとしての固定面上の水流、および平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則をあらわす。おのこの曲線は水路幅 $B = 20 \text{ cm}$ で $D - \eta_0 = 100 \text{ cm}, 50 \text{ cm}, 222 \text{ cm}$ とした場合に、 $U_{*o}^2 \text{ cm}^2 / S^2$ の増大によつて U_{mo}^{cm} / S および U_{mo}/U_{*o} がどのように変化するかをあらわす。まず記号 a はおのこの場合における平面河床第Ⅰから平面河床第Ⅲへの遷移、すなわち限界掃流状態をあらわす。平面河床第Ⅲの状態でその現象段階が進むと U_{*o}^2 の増大とともに U_{mo} は増加するが、 U_{mo}/U_{*o} は反対に減少してくる。記号 b は式 (3456) に示される砂澱の発生限界をあらわし、曲線 $U_{mo} \rightarrow U_{*o}^2$ の上でそれらに対応した記号 b のおのこの点で砂澱が発生することになる。すなわちこのおのこの点は式 (3457) を満足している。図 - (3438) は上述の関係を

$(D - \eta_0) = 50 \text{ cm}$ の場合について実験的に検証したもので、実験資料は図 - (1311) と同じものを用いた。

第5節 砂澱の発生現象に及ぼす自由水面の効果

開水路水流と閉水路水流の根本的な相違は自由水面が存在するか，しないかということである。本節では第3節および第4節の解析にもとづいて，自由水面をもつた開水路水流における河床の不安定性および砂澱の発生限界を閉水路のそれらと比較することにより，間接的に砂澱の発生現象におよぼす自由水面の効果を明らかにする。

イ、河床の不安定性に関する一般理論の比較

(1) 砂面変動の第一次近似解を与える微分方程式に関して，開水路および閉水路ではそれぞれ式(3.3.10)，(3.3.66)で示すように三階，および二階の線型偏微分方程式が対応する。したがってこれらの微分方程式を満足する微小擾乱波(3.3.12)の波動特性をあらわす γ はそれぞれ式(3.3.16)，(3.3.69)に示すように複素数の係数をもつた三次，および二次の代数式程式の根として与えられる。したがって開水路では一般に三個，閉水路では二個の γ が対応するわけであるが γ の実部 σ に関して，前者では式(3.3.10)の係数間に式(3.3.24)の関係が満たれるときに限つて零になるに反し，後者では恒等的に零になる。このために前者における中立の安定領域は一つの曲線で与えられるのに反し，後者ではある広がりをもつた平面的領域として与えられる。

(2) 与えられた微小擾乱波の伝播方向を考慮せずに，その波形が発達するか，しないかのみに注目して砂面の不安定性を求めると，開水路では式(3.3.41)，(3.3.42)，(3.3.43)，(3.3.44)となり，閉水路では式(3.3.79)をうる。

ロ、砂澱の発生限界としての相違性

(1) 砂澱の発生限界は一般に開水路では $U_{mo}/U_{R*o}, F_R, \lambda, B_1$ あるいは $U_{R*o}d/\nu$ ，閉水路では $U_{mo}/U_{*o}, Re, (D-\eta_o)/B, n_1, B_1$ あるいは $U_{*o}d/\nu$ に関係する。そして最も重要な量は両者ともに $U_{mo}/U_{*o}, B_1$ あるいは $U_{*o}d/\nu$ である。

(2) 開水路および閉水路における砂澱の発生限界は， $U_*d/\nu < 50$ の場合，

それぞれ $U_{mo}/U_{*o}=1.5$, $U_{mo}/U_{*o}=2.45$ であり, $U_{mo}/U_{*o} > 1.5$, および $U_{mo}/U_{*o} > 2.45$ の状態では砂澱は発生しない。

(3) (2)で示したそれぞれの場合における砂澱の発生限界は, 砂面の不安定性に関する一般理論ではそれぞれ式(3.3.1.1)の M , および式(3.3.7.8)の ξ_1 の符号特性に対応する。これらを再記すると,

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{\partial U_{*o}^2}{\partial U_{mo}} \cdot \frac{1}{h_o} \\ \xi_1 &= \frac{\partial U_{*o}^2}{\partial U_{mo}} + \left\{ 1 + \frac{2(D-\eta_o)}{B} \right\} \frac{\partial U_{*o}^2}{\partial U_{mo}} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.1)$$

であるが, 砂澱が発生しないためには $M > 0$, $\xi_1 > 0$ でなければならない。このことは, 開水路でも閉水路でもともに砂澱が発生するためには $\partial U_{*o}^2 / \partial U_{mo}$ が負の領域にはいることを要求している。この事実については第4節で詳論したが, いずれの場合でも $\partial \{ U_{*o}^2 (U_{mo}, h_o) \text{ または } U_{*o}^2 (U_{mo}, \eta_o) \} / \partial U_{mo} \rightarrow +\infty$ で示される状態が砂澱の発生限界を与えることを示している。この事実はいずれの場合でも砂澱の発生に関して U_{*o}^2 または U_{*o}^2 の関数特性が非常に重要であり, (3.5.1)式の中の側壁の摩擦に関する項は省略され, したがって潤辺の大小には関係がないことがわかる。

(4) 式(3.5.1)の第一の式, すなわち M は現象を二次元的に取り扱って得られた結果であり, 閉水路の場合のそれは幅 B , 高さ $(D - \eta_o)$ の矩形断面水路による結果である。前者の場合に, もし幅 B の矩形断面水路として取り扱ったとすれば, 矩形断面開水路水流の基礎方程式(3.2.1.1)または(3.2.3.3)から予想しうるように式(3.5.1)の第一式の左辺に側壁による摩擦の項が追加され, $(\partial U_{*o}^2 / \partial U_{mo}) (1/h_o) + (\partial U_{*o}^2 / \partial U_{mo}) (2/B)$ となることが期待される。一方砂面の不安定は等流状態から出発するわけであるが, この状態における開水路および閉水路の水流の基礎方程式は式(3.2.3.3)および, (3.3.5.6)から,

$$U_{*0}^2 \frac{1}{h_0} + U_{*0}^2 \frac{2}{B} = g I_0$$

(352)

$$U_{*0}^2 + U_{*0}^2 \left\{ 1 + \frac{2(D-\eta_0)}{B} \right\} = g(D-\eta_0) I_0$$

となる。式(352)の各式と式(351)の対応した各式とを比較すると、式(351)の右辺は式(352)の左辺を平均流速 U_{m0} で偏微分した形になっていることがわかる。これは注目すべきことで、 $\partial \{ U_{*0}^2(U_{m0}, h_0) \}$ または $U_{*0}^2(U_{m0}, \eta_0) / \partial U_{m0} \rightarrow +\infty$ の状態はまた $\partial \{ I_0(U_{m0}, h_0) \}$ または $I_0(U_{m0}, \eta_0) / \partial U_{m0} \rightarrow +\infty$ で示される状態と一致することになる。そこで開水路における U_{R0} 、 I_0 、および閉水路における U_{*0}^2 、 I_0 をそれぞれ二変数 U_{m0} 、 h_0 、および U_{m0} 、 η_0 の関数とみなすとき、ある与えられた h_0 、および η_0 に対して砂面の不安定限界を与える開水路の限界値 $(U_{*0}^2)_c$ 、 $(I_0)_c$ 、および閉水路の限界値 $(U_{*0}^2)_c$ 、 $(I_0)_c$ はおのおのの一つずつ定まるが、それらはそれぞれ相対応した限界値であることがわかる。また開水路、閉水路いずれの場合でも $(U_{*0}^2)_c$ をその限界値として選ぶ場合には、水路の境界特性に関係のないある不偏的な値によつてあらわされるのに対し、動水勾配 $(I_0)_c$ をその限界値として選ぶと、その値は水路の境界特性に関係し、その水路が開水路であるか閉水路であるかとか、側壁の粗度およびその長さの大小などの影響を考慮しなければならない。すなわち、開水路と閉水路を比較した場合、 h_0 が $(D-\eta_0)$ に相当し、 B および U_{*0} 、 U_{*0} が同じであるとすれば、一般に閉水路の方が開水路の場合より大きい $(I_0)_c$ を与えることがわかる。

(5) 自由表面の不安定性による水理学的効果を代表するといわれている Froude 数¹⁹⁾ F_R は砂澱の発生限界に限つて直接的な効果をもたず、無次元量 $U_{m0}/U_{*0} = F_R \cdot S_0 S_b^{-1/2}$ がある一定の値をもつということで、間接的に影響をもつにすぎないようである。したがつて現象的には自由水面の存否にかかわらず開水路でも閉水路でも現象段階がある限界状態を越えると砂澱が発生することになる。

(6) 砂澱の発生限界は一般に F_R 数の小さい範囲に限られ、 F_R 数の大きい場合にはこの限界はまた翹上砂堆の発生限界と一致するであろうことが予想されるが、このような場合の砂面の不安定性については F_R 数が直接的に重要な効果をもつものと期待される。

第 6 節 結 語

著者は第 1 節において平面河床第Ⅲの限界状態，すなわち砂澱の発生限界を河床の不安定性の問題として，これに微小振動の方法を適用することの水理学的意義をのべ，第 2 節においては移動床をもつた，一様な任意断面の開水路ならびに閉水路における水流の基礎方程式を運動量の方法によつて誘導するとともに，流砂量の法則について考察を行つた。第 3 節では第 2 節で求めた基礎方程式を用い，開水路ならびに閉水路における河床の不安定性を微小振動の方法を用いることによつて理論的に取り扱つた。第 4 節では，第 3 節で得られた河床の不安定性に関する一般理論に，第 2 章の解析で得た平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則を通用して， $W_s > 0$ および $W_s < 0$ のおのおの場合における河床の不安定性を詳細に検討した。その結果，開水路および閉水路における砂面の不安定性は一般にそれぞれ $U_{mo}/U_{*o}, F_R, \lambda B_1$ または $U_* d/\nu$ および $U_{mo}/U_{*o}, Re, (D-\eta_o)/B, n_1, B_1$ または $U_* d/\nu$ に関係することを示した。つぎに $W_s > 0$ ，すなわち下流方向に伝播する微小波形を対象とした砂面の不安定性は砂澱の発生限界を与えるものとみなし，第 1 章の実験資料によつて関係する無次元量を評価すると，砂澱の発生限界に関する限り， $U_{mo}/U_{*o}, B_1$ あるいは $U_* d/\nu$ が最も重要な無次元量であり，開水路水流における発生限界は，

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{mo}}{U_{*o}} &> 5B_1 && \text{のときは，不発生} \\ \frac{U_{mo}}{U_{*o}} &< 5B_1 && \text{のときは，発生} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.1)$$

となる。ただし $U_* d/\nu$ が 50 より大きい小さいかによつて， B_1 はそれぞれ 2.99 および 1.0 とする。また閉水路水流における発生限界は，

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{mo}}{U_{*o}} &> 4.98B_1 && \text{のときは，不発生} \\ \frac{U_{mo}}{U_{*o}} &< 4.98B_1 && \text{のときは，発生} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.2)$$

であり， $U_* \omega d / \nu < 50$ の場合は， $B_1 = 1.89$ としてよい。以上の結果を第1章でのべた著者の実験資料および *Gilbert*，安芸両氏の実験資料によつて検証した。第5章においては砂面の不安定性および砂澱の発生限界に関する第3，第4節の解析およびその結果を，開水路および閉水路という立場から比較して自由水面の存在が砂澱の発生におよぼす効果に言及した。その結果，砂澱の発生は自由水面の存否にかかわらず水流および流砂のある特性の条件が満足されるならば常に発生すること，換言すると開水路における自由水面の存在は砂澱が発生するための必須の条件ではないと推論してよいことを示した。さらに砂澱の発生限界に関して $U_* \omega^2$ の関数特性が重要であることを述べ，開水路および閉水路のそれぞれにおいて h_0 ，または η_0 を一定とすると，砂澱の発生はそれぞれ相対応した限界値 $\{U_{*0}^2(U_{mo}, h_0)\}_c, \{I_0 U_{mo}, h_0\}_c$ および $\{U_{*0}^2(U_{mo}, \eta_0)\}_c, \{I_0(U_{mo}, \eta_0)\}_c$ から出発することを示すとともに， $(U_* \omega^2)_c$ は水路の境界特性に関係しないが， $(I_0)_c$ はそれに依存した値であることを明らかにした。

つぎに，本章における議論の過程において採用した仮定を列記してみよう。

- 1 運動方程式の鉛直方向の加速度は無視しうることを，したがつて水圧は静圧分布を仮定した。
- 2 運動方程式の摩擦項の関数形は，等流状態における関数形を仮定した。
- 3 流砂の運動方程式としては， x ， t による変化を無視し，等流状態のものを適用した。
- 4 河床物質の諸特性ならびに，運動量の速度分布に関する補正係数は x ， t によつて変化しない。

本節ではこれらの仮定がすべて許されるとして議論が進められている。したがつて得られた結果は複雑なこの現象の一部を説明することにとどまる。つぎに砂澱の発生限界を本章のような方法によつて解析するにあたり，とりこされた重要な課題の二，三をあげると，

- 1 水深が浅くて運動方程式の鉛直加速度を無視しえない場合
- 2 水深が非常に深い場合，この場合は二層流に分けて境界層的な概念の導入によつて取り扱う必要があると思われる。

- 3 流砂の運動方程式を確立すること。
- 4 浮遊流砂の効果をどのように取り扱うか。
- 5 河床変動の微分方程式の厳密解をうること。

などである。後日これらの問題が漸次解決されるよう期待する次第である。

参 考 文 献

- 1) H.K. Liu: Mechanics of Sediment-ripple Formation, Pro. ASCE, Vol. 83, No. HY2, 1957, PP. 1~23.
- 2) W.B. Langbein: Hydraulic Criteria for Sand-Waves, Trans. AGU, 1942, PP. 615~618.
- 3) 杉尾捨三郎：移動床をもつ流れの水路床状態の区分について，土木学会論文集第71号，1960，P. 7.
- 4) S. Leviavsky: An Introduction to Fluvial Hydraulics, Constable & Co. Ltd., London, 27, 1955, P.27.
- 5) A.G. Anderson: The Characteristics of Sediment Waves formed by Flow in Open Channels, Pro. 3rd Midwestern Conference on Fluid Mechanics, 1953, PP. 379~395.
- 6) 石原藤次郎編：応用水理学，中I，1958，P. 56.
- 7) 谷 一郎著：乱流理論，1950，P. 16.
- 8) 岩佐義朗：開水路水流の不安定性について，土木学会誌40巻6号，
R.F. Dressler: Mathematical Solution of the Problem of Roll-Waves in inclined Open Channels, Communication on Pure and Applied Mathematics, Vol. II, No. 213, 1949.
- 9) G.K. Gilbert: the Transportation of Debris by Running Water. United State Geological Survey Professional Paper 86, 1914.
- 10) J.V. Boussinesq: Essei Sur la the'orie' des eaux courantes, Paris, 1897, p.261.
- 11) G.K. Keulegan and G.W. Patterson: Effect of turbulence and Channel Slope on translation waves, Jour. of Research of the National Bureau of Standards, Vol. 30, June, 1943.
- 12) 岩垣雄一：開水路水流の理論，土木学会水工学論文集，水工学の最近の進歩，1953年3月，PP. 5~21.

- 13) 岩垣雄一：雨水流による地面浸食機構に関する基礎的研究，1955，P. 2~1.
- 14) Lamb: Hydrodynamics, 6th ed, P.373.
- 15) T.Tsubaki, T.Kawasumi, T. Yasutomi: On the Influences of Sand Ripples upon the Sediment Transport in Open channels. Report of Research Institute of Applied Mechanics, Kyushu University, Vol. II. No. 8, 1953.
- 16) T.Ishihara, Y. Iwagaki, T. Sueishi: On the effect of bed-load movement in thin sheetflow. Pro. 3rd Japan National Congress for Applied Mechanics 1953, 1954, PP. 265~269.
- 17) 椿東一郎，古屋朝治：流砂ある河川に於ける流速法則について，九大流体力学研究所報告，第7巻第4号，1951，PP. 8~24.
- 18) 安芸岐一著：河相論：昭和19年.
- 19) 岩垣雄一，前出の文献13)，PP. 1.1~1.9.

第4章 砂澱の発達過程に関する研究

第1節 概 論

第2, 第3章においては, 砂澱の発生限界とそれにいたるまでの現象について詳論した。本章においては砂澱への遷移河床から砂澱河床に至る段階, すなわち砂澱の発達過程についてのべよう。この現象段階は時間的に急激な変化をともなう過程で, 現象としては非常に複雑な非定常現象であるために, 現在にいたるまで実験的にはもちろん理論的にもあまり研究が進んでいない。従来の研究は主として理論的な方法によつてなされているが, 重要と思われる二, 三のものについてのべよう。F.M.Exner¹⁾ は水面の変動割合 dZ/dx が河床の変動割合 $\partial\eta/\partial x$ に対して無視しうるとし, 彼の提唱した洗掘方程式,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\epsilon \frac{\partial u_m}{\partial x} \quad (4.1.1)$$

と, 水流の連続の方程式

$$b(Z-\eta)u_m = Q = \text{一定} \quad (4.1.2)$$

とを連立方程式として解き,

$$[\eta]_{t=0} = A_0 + A_1 \cos \frac{2\pi}{\lambda_s} x = A_0 + A_1 \cos \alpha x \quad (4.1.3)$$

で示される初期条件を与えて,

$$\eta = A_0 + A_1 \cos \alpha \left[x - \frac{Mt}{(Z-\eta)^2} \right] \quad (4.1.4)$$

を得ている。ここに η , Z はそれぞれある水平基準面から測つた河床面および水面の高さをあらわし, u_m は水流の平均流速, Q は流量, b は水路幅, λ_s は砂澱の波長, ϵ , A_0 , A_1 は常数で, $M = \epsilon Q/b$ とする。彼はこの理論にもとづいて, 波形の伝播速度は $W_s = M/(Z-\eta)^2$ であらわされるように, 波形の各位置によつてその大きさを異にし, その谷部において最もおそく, 頂部において最も早くなることを示した。さらに, 最初に与えられた単一正弦曲線

の波形が、時間の経過とともに第1章の開水路実験 - A II でのべたような非対象の砂礫形に移行することを指摘している。彼は上述の理論に水面勾配および摩擦抵抗の効果を導入し、

$$\frac{\partial U_m}{\partial t} = -U_m \frac{\partial U_m}{\partial x} - k U_m + r - g \frac{\partial z}{\partial x} \quad (4.1.5)$$

と式(4.1.1), (4.1.2)とにより, $N = g Q / b U_m^2 - U_m$ を常数と仮定することによつて得られる。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \eta \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t} + k \frac{\partial \eta}{\partial t} - \epsilon g \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0 \quad (4.1.6)$$

を式(4.1.3)の初期条件によつて解き、

$$\eta = A_0 + A_1 e^{-(k/2-j)t} \cos \alpha \left[x - \frac{N}{2j} \left(\frac{k}{2} - j \right) t \right] \quad (4.1.7)$$

を得ている。ここに k は常数, r は水の重さの x 方向の分力, j は λ , k の既知関数である。彼は式(4.1.7)によつて、波形の伝播速度は $W_s = (N/2j)$ ($k/2-j$) であらわされ、その波長 λ が大きくなると W_s は減少してくることに、および波形が流下するにつれてその波高 $A_1 e^{-(k/2-j)t}$ は減衰することを指摘している。式(4.1.4)は、与えられた波形の波高、波長が不変で、その形状のみが時間的に変化する場合は示しており、式(4.1.7)は与えられた波形の波長が不変で、その形状が時間的変化をうけるとともに、波高が常に減衰していく場合は示しているが、ともに砂礫の発達過程、すなわち与えられた波形の波高が漸次増大していく現象過程を説明するに至っていない。つぎに A. G. Anderson²⁾ は第3章で述べたような思想によつて解析を進め、発達過程にある砂面変動をあらわす関係式として、

$$\eta = \frac{2a}{\cosh mh} \sin \beta t \cos(m\alpha - \beta t) \quad (4.1.8)$$

を得ている。ここに $2\pi/m$, a はそれぞれ表面波の波長、および波高をあらわし、 h は水深、 $\beta/m = (a \cosh mh)/2m$ は砂面変動の伝播速度 W_s を与える。彼は式(4.1.8)によつて、砂礫が時間の経過とともに発達してくることを説明するとともに、平衡状態は $\sin \beta t \rightarrow 1$ の状態であるとしている。

しかし， $\sin \beta t \rightarrow 1$ の状態が平衡状態を与えるという理論的根拠はなく，一般にはその波高は週期性をもつことになり，合理的な砂面変動を与える関係式とはいいがたい。

本章第2節においては第1章の実験資料に次元解析的考察を加え，砂運の発達過程に対しては支配的効果をもつ無次元量の間の関係について論ずる。第3節では第3章で誘導した砂面の微小変形を表わす基本方程式(3.3.10)，および(3.3.66)を考察するとともに，後者についてはある初期条件を与えてこれを解析する。第4節では開水路で得られた結果と閉水路で得られた結果を比較し，間接的にこの現象過程におよぼす自由水面の効果を明らかにする。

第 2 節 次元解析法による考察

第 1 章の開水路実験 - $A II$, $B I$, および閉水路実験において詳論したように, 一般に砂面変形の生成は第 1 に局部洗掘によるもの, 第 2 に流れ自身のもっている特性によるものに分類される。本研究が対象としている砂面変形は第 2 の成因によるものであるが, 本節では第 1 の成因によるものとの関連において第 2 の成因による砂面変形の特性を明らかにする。

1. 開水路水流

開水路実験 - $A II$ および実験 - $B I$ の一部はともに砂澁の発達過程における現象を対象としたものである。そして前者は実験砂 II を使用し, 第 2 の成因によるもののみを対象としたのに対し, 後者では実験砂 I を使用し, 第 1, 第 2 を同時にとりあげて実施した。また内容的にみると, 前者では砂澁の発生初期と平衡状態に到達した状態との二つのある時刻を選定し, そのおのこの時刻における関係水理諸量を測定したのに対し, 後者では通水開始を時間の起点とし, 平衡状態に至るまで一定時間間隔で関係諸量を測定したわけである。

(a) 無次元関数形の誘導

ここでは砂澁の成因として第 1, 第 2 を区別せず, 便宜上これらを同時に扱うことにする。砂澁の発達過程の現象論的な考察は第 1 章開水路実験 - $B I$ で詳論した。その重要な特性は, 図 - (1.274) によつて一般的に述べたように, 砂の種類と初期砂面勾配 J_0 および単位幅流量 q が与えられると, 上述の第 I および第 II の成因にもとづいて砂澁の発生が開始されるが, 一たん砂澁が発生しだすと, 平均の水面勾配 S , 砂面勾配 J および平均水深 hm は時間の経過とともに変化し, やがて水流と砂の移動が釣合つて砂澁河床の状態に到達することである。各時刻における水面勾配 S と砂面勾配 J は図 - (1.274) に示したように一般に異つた値をとると考えられるが, ここでは簡単のために $S = J$ と仮定すると, この現象過程における従属変数は河床での平均摩擦応力 τ_0 , 砂澁の波高 ΔH , 波長 λ_s , 伝播速度 W_s 及び流砂量 q_B のほかに平均水深 hm 及び平均水面勾配 S もまた従属変数となる。そして独立変数と考えられる物理量は,

i) 幾何学的形状を定める量

L : 移動床の全長, J_0 : 初期砂面勾配

L_a : 移動床の上流端から図-(1.3.1)の(A)までの距離

ii) 力学的特性を示す量

g : 重力の加速度, q : 単位幅流量, t : 時間

iii) 水の物理的性質を示す量

ρ : 密度, μ : 粘性係数

iv) 砂の特性を示す量

$\sigma - \rho$: 砂の水中における密度, d : 砂の中央粒径

β_s : 砂の混合特性 (均等比をとる)

が考えられる。したがってこの現象過程は7つの関係式,

$$h_m, S, \tau_0, \Delta H, \lambda_s, W_s, \Phi = \textcircled{H}_1(J_0, g, q, \rho, \mu, \sigma - \rho, d, \beta_s, L, L_a, t) \quad (4.2.1)$$

のうち, いずれか一つによつて規定される。従属変数 h_m を J_0 によつて解き, これを残りの関係式に代入して J_0 を消去し, q の代りに U_m を用いるとともに, h_m, U_m 及び ρ を反復変数として無次元すると, それぞれ

$$\psi, \frac{U_m}{U_{*c}}, \frac{\Delta H}{h_m}, \frac{\lambda_s}{h_m}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \textcircled{H}_2(F_R, Re, (\frac{\sigma}{\rho} - 1), \frac{d}{h_m}, \beta_s, \frac{L}{h_m}, \frac{L_a}{h_m}, \frac{U_m t}{d}) \quad (4.2.2)$$

となる。ただし, W を砂の沈降速度として W_s/U_m の代りに W_s/W を用いた。つぎに本実験の範囲では $(\sigma/\rho - 1)$, d/h_m , β_s , L/h_m , L_a/h_m は F_R, Re , $U_m t/d$ などの量に対して省略できるとし, 水深 h_m の代りに径深 R を用いると,

$$\psi, \frac{U_m}{U_{*c}}, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \textcircled{H}_3(F_R, Re, \frac{U_m t}{d}) \quad (4.2.3)$$

となる。また従属変数 ψ を $U_m t/d$ によつて解き, これを残りの関係式に代入して $U_m t/d$ を消去すると,

$$\frac{U_m}{U_{*c}}, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \textcircled{H}_4(F_R, Re, \psi) \quad (4.2.4)$$

となる。

(b) 実験結果の考察

まず実験 - A II の資料を考察する。砂澱が発生し，それが発達して時間の経過とともに平衡状態に接近するわけであるが，第 1 章で述べたように，現象的には砂澱のスケールが大きくなるにしたがつて水深，水面勾配の増加，および平均流速の減少を引き起す。水深，水面勾配の増加は河床に働らく平均的な掃流力の増加となつてあらわれる。一方式 (4.2.4) によると， $\Delta H / R$ ， λ_s / R ， W_s / W は一般に F_R ， Re ，および ψ の関数である。実験値によると F_R の効果は小さいので，これを省略し，上記の諸量の ψ に対する変化を Re を媒介変数として示すと，図 - (4.2.1) の (a)，(b)，(c)，(d) のようになる。 Re の一定値に対して， λ_s / R ， $\Delta H / R$ ，および $\Delta H / \lambda_s$ は ψ とともに増大し， W_s / W は一般に ψ の増加とともに減少することがわかる。そして， Re が大きくなるほど，実験値は右にずれる傾向にあるようである。一方無次元量 U_m / U_R^* の変化は砂面の変動が流れにおよぼす総合的な効果をあらわすと考えられ，式 (4.2.4) によると一般に F_R ， Re ， ψ の関数である。前と同様に F_R の効果を省略し， ψ の増加による U_m / U_R^* の変化を Re を媒介変数として示すと図 - (4.2.2) のようになる。図に示された砂面の不安定性は式 (3.4.4.5) をあらわし，砂澱の発生初期の資料の大部分は不安定領域にあることがわかる。 Re の効果による実験値の散乱は少ないので，この効果を省略し， U_m / U_R^* は $\log \psi$ によつて直線的に減少すると仮定すると，

$$\frac{U_m}{U_R^*} = a' - 17.2 \log \psi \quad (4.2.5)$$

が得られる。ただしここでは $a' = -2.8$ となる。

つぎに式 (4.2.3) によると， ψ ， U_m / U_R^* ， Φ ， $\Delta H / R$ ， λ_s / R ， W_s / W および $\Delta H / \lambda_s$ などの諸量は一般に F_R ， Re ， $U_m t / d$ の関数となるが，前と同様に F_R の効果は小さいので，これを省略する。開水路実験 - B I の資料により， Re を媒介変数として $U_m t / d$ の増加による U_m / U_R^* および ψ の変化を示すと図 - (4.2.3)，(4.2.4) のようになる。使用する流量を Q ，砂澱の発生限界を与える流量を Q_{CR} として，流量を段階的に増加し， $Q > Q_{CR}$ の状態になるか，または $Q < Q_{CR}$ で局部洗掘が (A) 点の下流に発生した状態から後は流量を一定に維持して実験したが，図の実験値

で局部洗掘の発達過程及び砂澱への遷移河床のものは流量を一定にしてから後の資料を示す。また図 - (4.2.3) に示した砂面の不安定性は式 (3.4.4.5) をあらわす。前述したようにこの実験資料は $Q > Q_{CR}$, および $Q < Q_{CR}$ のおのおの場合を同時に取り扱っており、実験値はかなりいりまじっているが、おのおのの Re につき、全水路が砂澱でおおわれてから後の資料のみに注目すると一般に U_m / U_R^* は減少し、 ψ は増大することがわかる。ここで実験 - A II では $Q > Q_{CR}$ を対象としたのに対し、実験 - B I では主として $Q < Q_{CR}$ の場合を取りあげた理由について述べる必要がある。一般に Q_{CR} に比較して Q が大きい場合の砂澱の発達過程は、時間的に非常に急激で、砂澱の発生後またたくまに平衡状態が達成される。一方 Q が Q_{CR} より大きい、 Q_{CR} に接近した値の場合には、 $Q > Q_{CR}$ であるかどうかの判定がむずかしいとともに、かなり現象が緩慢であるために局所的な洗掘効果の影響を受けやすく、全水路にわたって一様な発達段階を常に維持することはさらに困難である。したがって Q_{CR} に対して比較的大きい Q を採用した実験 - A II では写真測定などの方法が必要であり、時刻の測定に制約を受けた。また Q_{CR} に近い流量を採用した実験 - B I では、上述の理由により時間的な変化は測定しうるが $Q > Q_{CR}$ のみに限定して実施することが困難であるために、明らかに $Q < Q_{CR}$ である場合を測定することにより、これらの関連において $Q > Q_{CR}$ の場合の現象を把握しようとしたのである。図 - (4.2.3) , (4.2.4) における点描の散乱は、局所的な洗掘効果の相違によつて、 $Q > Q_{CR}$ の場合には一様な発達段階を全水路にわたって常に維持することが困難であり、 $Q < Q_{CR}$ の場合には水路の上流端の局部洗掘にかぎらず、水路のどこかでたまたま発生した局部洗掘が発達した場合でも、全水路が砂澱でおおわれる状態にいたることを示している。つぎに図 - (4.2.5) は ψ の増加による U_m / U_R^* の変化を Re を媒介変数として示したものであり、図における砂面の不安定性は式 (3.4.4.5) をあらわす。水路全域が砂澱でおおわれた状態すなわち砂澱への遷移河床の状態における資料に注目すると、その関係は、

$$\frac{U_m}{U_R^*} = -44 + 12 \log Re - 17.65 \log \psi \quad (4.2.6)$$

で与えられる。ただし U_m/U_R^* と $\log \psi$, および $(U_m/U_R^* + 1765 \log \psi)$ と $\log Re$ との直線性を仮定した。また砂澱への遷移河床の状態を得られた資料を用い, U_{mt}/d の増加による $\lambda s/R$, $\Delta H/\lambda s$, $\Delta H/\lambda s$ 及び W_s/W の変化を Re を媒介変数として示すと図 - (426) の (a), (b), (c), (d) のようになる。ただし W_s/W は最終の実験値のみであり、参考として示した。実験値の数が少なく, しかもかなり散乱しているが, Re の一定値に対して $\lambda s/R$, $\Delta H/\lambda s$ および $\Delta H/\lambda s$ は一般に U_{mt}/d とともに増加するようである。

以上砂澱への遷移河床の状態を得た資料の特性について考察してきたが, 実験 - A II の資料から得た式 (425) と上述の式 (426) を比較すると, 前者では Re の効果が省略されている。このことから $Q > Q_{CR}$ の場合のみの資料を対象とする本来の意味での砂澱の発達過程では, Re による効果は省略されるであろうと予想される。すなわち式 (425) はこの場合の支配的関係を与えるものと考えられるわけである。このことについて, 本節 2 の閉水路水流の実験結果によると, 式 (423) は

$$\psi, \frac{U_m}{U_R^*}, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \pi \left\{ \left(\frac{U_m R}{\nu} \right)^m \left(\frac{U_{mt}}{d} \right) \right. \quad (423)'$$

と変形しうると予想されるが, 式 (425) を式 (423)' の ψ , U_m/U_R^* から $(U_m R/\nu)^m (U_{mt}/d)$ を消去した関係式と考えようというわけである。以上の解析の結果として, 砂澱の発達過程における水流の抵抗法則は, 式 (425), および (423)' の ψ によつて与えられることを提案する。

つぎに図 - (427) は図 - (423) に対応した流砂量の資料によつて, Φ と ψ の関係を示したものである。図に示された $K : T : E : E'$, および M_I はそれぞれ図 - (232) と同様に $Kalinske$, 椿博士, $Einstein$, および著者の提案した公式を示す。閉水路水流の対応した関係, 図 - (4210) において指摘しうるような実験値の一般的傾向は見出しにくく, 開水路においては局所的砂面変動が生じやすいこと, および流砂量は採砂付近の境界特性に重要な影響を受けることがわかる。

2 閉水路水流

第1章閉水路実験の実験 C で述べたような現象過程を対象として考察を進め

る。すなわち，第1は $Q < Q_{CR}$ で，上流端より発生する局部洗掘の流下によつて漸次水路全域が砂澁でおおわれる状態になり，それがさらに発達して平衡状態に到達する場合であり，第2は $Q > Q_{CR}$ で，通水と同時に水路全域が微小波高の砂澁でおおわれ，それが漸次発達して平衡状態に到達する場合である。以上二つの現象はいずれの場合も砂澁の生成過程であり，現象に関係する効果として時間の効果が卓越している現象過程である。ここでは，本節1の場合と同様に二つの現象を同時に取り扱うこととする。

(a) 無次元関数形の誘導

上述の現象を規定する物理量について考察しよう。開水路の場合と同様に，この現象過程における従属変数は砂面上の平均摩擦応力 τ_0 ，砂澁の波高 ΔH ，波長 λ_s ，伝播速度 W_s 及び流砂量 q_B のほかに動水勾配 I もまた従属変数と考えられる。そして独立変数と考えられる物理量は，

i) 幾何学的形状を定める量

L : 移動床の全長， R : 径深， S' : 潤辺

L_a : 移動床上の上流端から図 - (131) の (A) までの距離

ii) 力学的特性を示す量

U_m : 平均流速， g : 重力の加速度， t : 時間

iii) 水の物理的性質を示す量

ρ : 密度， μ : 粘性係数

iv) 砂の特性を示す量

$\sigma - \rho$: 砂の水平における密度， d : 砂の中央粒径

β_s : 砂の混合特性 (均等比をとる)

が考えられる。したがつてこの現象は六つの関係式，

$$\tau_0, I, \Delta H, \lambda_s, q_B = \Delta_1(R, S', U_m, g, \rho, \mu, \sigma - \rho, d, \beta_s, L, L_a, t) \quad (4.27)$$

のうちいずれか一つによつて規定される。 R ， U_m 及び ρ を反復変数として無次元化すると，それぞれ，

$$\frac{U_m}{U_*}, I, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \Delta_2\left\{\frac{R}{S'}, \bar{R}, Re, \left(\frac{\rho}{\sigma} - 1\right), \frac{R}{d}, \beta_s, \frac{L}{R}, \frac{L_a}{R}, \frac{U_m t}{d}\right\} \quad (4.28)$$

となる。ただし W を沈降速度とし， W_s/U_m の代りに W_s/W を用いた。また，

I の代りに $\psi = U_*^2 / g d (\sigma/\rho - 1)$ を用いることが可能であることがわかる。したがって、ここでは I の代りに ψ をとることにする。本実験の範囲では R/S , F_R , $(\sigma/\rho - 1)$, R/d , β_s , L/R , La/R は, Re , Umt/d などの量に対して重要でないと考え、これらを省略すると,

$$\frac{U_m}{U_*}, \psi, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \Delta_3 \left\{ Re, \frac{Umt}{d} \right\} \quad (4.29)$$

となる。

(b) 実験結果の考察

図 - (4.28) は Re を媒介変数として Umt/d の増加に対する U_m/U_* の変化を示す。また図に示す砂面の不安定性は式 (3.456) をあらわす。 R/S が一定の場合 $Re = U_m R / \nu$ はほぼ流量をあらわす量と考えることができるが、式 (3.456) によつて、 $Re = 444 \times 10^3$ は $Q > Q_{CR}$ に対応し、その他の Re は $Q < Q_{CR}$ に対応していることがわかる。いずれの Re に対しても U_m/U_* は Umt/d の増加に対してまず減少し、 Umt/d によつて変わらない状態、すなわち平衡状態へと近づいていくことがわかる。図 - (4.29) は図 - (1.317), (1.318) に対応した図で、 ψ と Umt/d との関係を Re を媒介変数として示したものである。同様に図 - (4.210) は図 - (1.319), (1.320) に対応した図で、 Φ と ψ との関係を Re を媒介変数として示したものである。図に示された $K : T : E$, E' : および M_1 は図 - (4.27) と同様の関係式をあらわす。平面河床第Ⅲの状態から出発し、段階的に流量を増加して、 $Q > Q_{CR}$ の状態になるか、または $Q < Q_{CR}$ で上流端よりの局部洗掘が④点に到達した状態からは Q を一定に維持したが、矢印 a はこのような $Q = \text{一定}$ の位置を示す。流量 Q , したがって Re の大きいほど、 ψ の増加に対する Φ の変化の傾向は、定常状態で求められた従来の実験式に近似していくことがわかる。しかし一般に同じ掃流力 ψ に対して発達過程にある流砂量は定常に達した時の流砂量よりも小さいようである。図 - (4.211) の (a), (b), (c), (d) は図 - (1.321), (1.322), (1.323) で示した実験資料と同じものを用い、前と同様に Re を媒介変数として Umt/d の増加に対する λ_s / R , $\Delta H / R$, W_s / W , $\Delta H / \lambda_s$ の変化を示す。実験値が少ないの

で明らかではないが，前三者に対しては何か一定の増加の傾向があるようである。式(429)を参照し，

$$\frac{\lambda_s}{R}, \frac{\Delta H}{R}, \frac{W_s}{W} = \alpha_1 + \beta_1 \log \frac{U_m t}{d} \quad (4210)$$

とおくと， β_1 はそれぞれ一定値となり α_1 は $\log Re$ の一次函数として与えられることが期待される。それぞれについて式(4210)の α_1, β_1 を決定すると，

$$\frac{\lambda_s}{R} = -788 + 32 \log \left(\frac{U_m R}{\nu} \right)^{5.2} \left(\frac{U_m t}{d} \right) \quad (4210)'$$

$$\frac{\Delta H}{R} = -358 + 12.2 \log \left(\frac{U_m R}{\nu} \right)^{6.39} \left(\frac{U_m t}{d} \right) \quad (4210)''$$

$$\frac{W_s}{W} = -6.84 + 0.22 \log \left(\frac{U_m R}{\nu} \right)^{6.9} \left(\frac{U_m t}{d} \right) \quad (4210)'''$$

となる。そこで，

$$t^* = \left(\frac{U_m R}{\nu} \right)^m \left(\frac{U_m t}{d} \right) \quad (4211)$$

で表わされる無次元量がこの現象過程に対して重要な役割を果していると考えられる。式(4210)'，(4210)''，(4210)''' で示された m の平均値をとると $m = 6.16$ となるが， $t_{m=6.16}^*$ による $\lambda_s/R, \Delta H/R, W_s/W, \Delta H/\lambda_s$ の変化を示すと図-(4212)の(a)，(b)，(c)，(d)のようになる。実験資料が少ないので明確な推論は期待できないが明らかに一定の傾向を認めることができる。また図-(4211)の(d)，および図-(429)における ψ の時間的变化から，平衡状態になると $\Delta H/\lambda_s$ は一定値に近づくことが期待される。

つぎに上述の結果及び式(429)を考慮すると，無次元量 U_m/U_R^* および ψ も $t_{m=6.16}^*$ の関数となることが期待される。図-(4213)，(4214)はそれぞれ U_m/U_R^* および ψ が $t_{m=6.16}^*$ に対してどのように変化するかをあらわす。資料は少ないが一定の傾向が認められる。直線性を仮定し， $Q > Q_{CR}$ の資料を重視すると，

$$\frac{U_m}{U_*} = 197.2 - 6.7 \log \left(\frac{U_m R}{\nu} \right)^{6.16} \left(\frac{U_{mt}}{d} \right) \quad (4.2.12)$$

および

$$\log \psi = -16.76 + 0.59 \log \left(\frac{U_m R}{\nu} \right)^{6.16} \left(\frac{U_{mt}}{d} \right) \quad (4.2.13)$$

が得られる。式 (4.2.9), (4.2.10) より $t_{m=616}^*$ を消去すると,

$$\frac{U_m}{U_*} = b' - 11.35 \log \psi \quad (4.2.14)$$

となる。ただしここでは $b' = 6.90$ となる。

図 - (4.2.11), (4.2.12), (4.2.13) に示された資料は $Q > Q_{CR}$ $Q < Q_{CR}$ にかかわらずなく、全水路が砂澱でおおわれてから後の砂面変動を対象としている。このために、ここで得られた結果は本来の意味での砂澱の発達過程、 $Q > Q_{CR}$ の状態のみで得られた資料による結果と比較すると、一般にはその性質を異にしていると思われるが、現象の類似性を考慮するとき、この場合にも式 (4.2.11) で表わされる無次元量 t_* が重要な役割をもつであろうことを期待することができよう。また砂澱の発達過程を規定する関係式、すなわち抵抗法則として式 (4.2.14) 及び (4.2.13) を提案する。

以上 1, 2 において述べた砂澱の発達過程については、測定技術が非常にむずかしく、測定された資料も少ないと同時に精度も十分でない。上述の結果はこの僅少の資料からの推論であることを考慮すると、さらに詳細な検討が必要であると思われる。

第 3 節 理論的考察

本節では第 2 節で詳述したところの次元解析的考察結果を基礎にして、主として理論的立場から砂澱の発達過程を考察する。しかしその解析は非常に困難であり、いまだ十分な解析結果をうるに至っていない。そこで本節では解析の指針に関する著者の考えを明らかにするとどめる。

1. 開水路水流

砂澱の発達過程を取り扱う場合、その基礎方程式については、その現象過程に相応した適当な考慮を払う必要がある。ここでは第 3 章でのべた非定常状態におまる基礎方程式 (3.3.1), (3.3.2), (3.3.3), (3.3.4) に対してなおどのような考慮が必要であるかをのべよう。まず水流の方程式 (3.3.1) は鉛直方向の加速度を無視して誘導されているが、河床の鉛直方向の変動量が水深に比較して大きい場合はこれを無視することはできない。また図 - (4.2.7) 及び (4.2.10) によつて指摘したように、砂澱の発達段階における平均の流砂量は、従来の流砂量公式による流砂量に比較すると、同じ掃流力に対して小さい値を与える。このことから推察されるように、式 (3.3.3) は砂澱の発達過程における流砂量公式としては適当ではない。しかし、水流および砂の流れの連続方程式 (3.3.2) 及び (3.3.4) はこの現象段階においても有用と考えられる。上述したように、基礎方程式 (3.3.1) ~ (3.3.4) は砂澱の発達過程をあらわす方程式としては、検討すべき重要な課題がのこされているが、ここでは一応上述の基礎方程式を適用しうるものとして議論を進めよう。第 3 章で取り扱つた非定常現象は、平面河床才Ⅲの状態から砂澱河床へ遷移する極限状態として、かりに想定されたところの非定常性の著るしくない現象であつた。しかし、本節で取り扱う現象は、砂澱が発生し、それが発達していく過程を対象としており、非定常現象そのものである。したがつて水流の方程式 (3.3.1) の抵抗項は、もはや平面河床第Ⅲの状態における水流の抵抗法則によつて近似することはできない。何故なら第 2 節の結果から明らかであるように、平均的水理量そのものが時間的に変動するからである。また、第 2 節の結果によれば、砂澱の発達過程における平均的水理諸量は式 (4.2.3) に示されているように

いずれも無次元量 $t_* = (U_m R/\nu)^m \cdot (U_m t/d)$ によつて支配され、 t_* の関数としての ψ 及び U_m/U_R^* から t_* を消去して得られると予想される関係式 (4.2.5) によつて、その状態における抵抗法則が与えられることが示されている。本節では発達途上における微小時間間隔 Δt の間は、平均的水理量の時間間変化を省略しうるものとみなし、式 (4.2.5) のみによつて式 (3.3.1) の抵抗項を近似的にあらわしうるものと仮定する。また砂運の発達途上のある時刻における流れは、その平均的水理量によつて流れを距視的にみた場合には、第1章の図 - (1.2.7.4) の (2) によつて示したように等流ではない。しかしここでは、式 (4.2.5) を求めるときすでに仮定されているように、この流れを等流とみなし、式 (3.3.5) を仮定することにする。そうすれば河床に働く平均的摩擦応力は、第3章の場合と同様に、平均水深と平均流速の関数となる。

発達途上のある時刻における流れを想定し、水理量を平均的量とその変動量によつて表 - (3.3.1) および式 (3.3.6) のようにあらわし、第3章の場合と同様に、基礎方程式の線型化を実施し、河床変動の第1次近似式を求めると、式 (3.3.10) と同様の式、

$$\frac{\partial^3 \eta'}{\partial t^3} + P \frac{\partial^3 \eta'}{\partial t^2 \partial x} + Q \frac{\partial^3 \eta'}{\partial t \partial x^2} + R \frac{\partial^3 \eta'}{\partial x^3} + M \frac{\partial^2 \eta'}{\partial t^2} + N \frac{\partial^2 \eta'}{\partial t \partial x} = 0 \quad (4.3.1)$$

を得る。ここに、 P, Q, R, M, N は式 (3.3.11) と同様の関係式で与えられる。式 (4.3.1) の誘導にあつて、微小時間間隔 Δt の間は平均の水理諸量が時間的にも変化しないと仮定したことから明らかであるように、式 (4.3.1) の係数 P, Q, R, M, N は一般的には x, t 、とくに t の関数であるはずである。そこで式 (4.3.1) を解析するには、まずその P, Q, \dots, N が時間によつてどの程度に変動するかを明らかにする必要がある。また式 (4.3.1) はこのままでも数学的には解をうることが可能である。しかし、境界値問題として工学的に解をうるには、各項の大きさを見積ることによつて微小項を省略して取り扱い必要があると思われる。

2 閉水路水流

砂運の発達過程をあらわす基礎方程式として、式 (3.3.5.6) ~ (3.3.5.9)

を適用するわけであるが，水流および流砂の運動方程式（3.3.5.6），（3.3.5.8）については開水路の場合と同様の考慮を払う必要がある。つぎに本節1で述べたのと同様の方法を閉水路水流に適用する場合を考えてみよう。発達過程における水流の抵抗法則は，第2節の結果によつて式（4.2.1.4），および（4.2.1.3）によつて与えられる。しかし，微小時間間隔 Δt のあいだについて考えるときは，それは式（4.2.1.4）のみによつて与えられよう。そして式（3.3.5.6）の抵抗項がこのような抵抗法則によつて近似しうるものとするとき，砂面に働く平均摩擦応力は平均流速と砂面高の関数となり，第3節と同様の操作によつて砂面の第1次近似方程式を求めると，式（3.3.6.6）と同様の式

$$P_1 \frac{\partial^2 \eta'}{\partial t^2} + Q_1 \frac{\partial^2 \eta'}{\partial t \partial x} + R_1 \frac{\partial^2 \eta'}{\partial x^2} + M_1 \frac{\partial \eta'}{\partial t} + N_1 \frac{\partial \eta'}{\partial x} = 0 \quad (4.3.2)$$

が得られる。ここに P_1, Q_1, \dots, N_1 は式（3.3.6.7）と同様の関係式で与えられる。式（4.3.2）によつて砂面の発達過程を解析するには，この式の係数 P_1, Q_1, \dots, N_1 の時間による変動特性を明らかにする必要がある。ここではそれがなされたものとし，初期条件，

$$[\eta'(x, t)]_{t=0} = f(x) \quad (4.3.3)$$

を満足するような式（4.3.2）の解を求めてみよう。

第3章の解析結果により，式（4.3.2）の特解として，

$$\eta' \propto e^{rt+ibx} \quad (4.3.4)$$

をとると，式（4.3.2）によつて r は二つの値，

$$r_1 = -\frac{M_1}{P_1} - \frac{Q_1 M_1 - P_1 N_1}{P_1 M_1} \beta i, \quad r_2 = -\frac{M_1}{M_1} \beta i \quad (4.3.5)$$

を得る。しかしここでは r_1 のみをとることにし，二つの特解，

$$\left. \begin{aligned} \eta'_1 &= A_p \exp\left(-\frac{M_1 t}{P_1}\right) \cos \beta \left\{ x - \frac{Q_1 M_1 - P_1 N_1}{P_1 M_1} t \right\} \\ \eta'_2 &= B_p \exp\left(-\frac{M_1 t}{P_1}\right) \sin \beta \left\{ x - \frac{Q_1 M_1 - P_1 N_1}{P_1 M_1} t \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4.3.6)$$

の和として，

$$\gamma' = \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{M_1 t}{P_1}\right) \left\{ A_{\beta} \cos \beta \left(x - \frac{Q_1 M_1 - P_1 N_1}{P_1 M_1} t \right) + B_{\beta} \sin \beta \left(x - \frac{Q_1 M_1 - P_1 N_1}{P_1 M_1} t \right) \right\} d\beta \quad (4.3.7)$$

とする。ここに A_{β}, B_{β} は β の任意の関数である。

初期条件は式 (4.3.7) および式 (4.3.3) から

$$\left[\gamma'(x, t) \right]_{t=0} = \int_0^{\infty} (A_{\beta} \cos \beta x + B_{\beta} \sin \beta x) d\beta = f(x) \quad (4.3.8)$$

であり， $f(x)$ を Fourier 積分であらわすと，³⁾

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\beta \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda) \cos \beta (x - \lambda) d\lambda \quad (4.3.9)$$

となる。式 (4.3.8)，(4.3.9) を比較することにより，

$$A_{\beta} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda) \cos \beta \lambda d\lambda, \quad B_{\beta} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda) \sin \beta \lambda d\lambda \quad (4.3.10)$$

をうる。式 (4.3.10) を式 (4.3.7) に代入すると，

$$\gamma' = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\beta \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda) \cos \beta \left(x - \frac{Q_1 M_1 - P_1 N_1}{P_1 M_1} t - \lambda \right) \exp\left(-\frac{M_1 t}{P_1}\right) d\lambda \quad (4.3.11)$$

が得られる。式 (4.3.11) の物理的意味を明らかにするには $f(x)$ の関数形について考察する必要がある。

以上 1, 2 によつて砂澱の発達過程を理論的に取り扱う場合について，その指針の概要を述べた。しかしこの問題については将来の研究に期待する次才である。

第4節 砂澱の発達過程におよぼす自由水面の効果

砂澱の発達過程における現象を，自由水面をもった開水路水流およびそれをもたない閉水路水流という立場から両者を比較し，間接的に自由水面の効果を明らかにする。ここでは重要と思われる二，三の事項について述べよう。

1. $Q < Q_{CR}$ の場合の砂澱の生成，すなわち局所的な洗掘が流下して砂澱が生成される場合について考えよう。閉水路では観察区間の上下流の局所的な砂面変動はその変動がその区間にかなり接近しないかぎり，その区間の流れは一定に維持される。一方開水路では常流，および射流などそのときの流れの特性によつてそれぞれ下流側および上流側の流れの効果がただちに観察区間の流れに影響をあたえる。このことは実験資料によつて明らかに示され，図-（423）と（428），または図-（427）と（4210）とを比較した場合，開水路の関係図（423），（428）の測点が非常にいりまじっているのに対して閉水路の図-（427），（4210）はかなり明確な傾向を与えることからわかる。

2. 1の事実から， $Q > Q_{CR}$ の場合の砂澱の生成，発達についても， Q が Q_{CR} に対してかなり大きくないかぎり，砂澱の生成段階の水路方向における不均一性は開水路の方が顕著であることが予想され，上述の図面によつてもこの傾向がうかがわれる。

3. $Q > Q_{CR}$ で，砂澱が水路一様に発達していく現象については両者とも本質的な相違はなく，いずれの場合にも式（4211）で表わされる無次元量 t^* によつて支配的な影響を受けるようであり，この場合の水流の抵抗法則は開水路および閉水路でそれぞれ式（425），（423）の ψ ，および（4214），（4213）で与えられ，いずれも U_m/U^* は $\log \psi$ によつて直線的に減少する。しかしその減少の傾向は開水路の方が顕著である。

4. この段階における理論考察は比較しうる程度に，その解析が進んではないが，発達途上のある時刻における砂面変形のオ一次近似解は，開水路および閉水路においてそれぞれ線型微分方程式（431）および（432）の解として与えられる。

第 5 節 結 語

第 1 節においては砂澁の発達過程についての研究が，どのような立場からどの程度に進められているかを明らかにし，第 2 節では第 1 章の実験資料を次元解析の方法によつて整理した。重要な関係式を再記しよう。

閉水路水流では，現象を規定する無次元関数形として，

$$\psi, \frac{U_m}{U_R^*}, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \Theta_3 \left\{ \bar{R}, Re, \frac{U_m t}{d} \right\} \quad (4.5.1)$$

および，

$$\frac{U_m}{U_R^*}, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \Theta_4 (\bar{R}, Re, \psi) \quad (4.5.2)$$

を得た。砂澁が発達してくると現象的には時間の経過とともに水深，水面勾配は増加し，平均流速は減少してくる。式 (4.5.1) による無次元量の間の関係としては， $U_m t/d$ の増加によつて砂澁の波動特性をあらわす λ_s/R ， $\Delta H/R$ は増加し， W_s/W は減少する。また無次元掃流力 ψ は増大し，砂澁の発達が流れに与える総合的效果をあらわすと考えられる無次元量 U_m/U_R^* は減少することがわかつた。閉水路水流との現象的類似性からこれらの特性的無次元量は，

$$t^* = \left(\frac{U_m R}{\nu} \right)^m \left(-\frac{U_m t}{d} \right) \quad (4.5.3)$$

であらわされる量 t^* によつて支配されるものと思われ， $U_m/U_R^* (t^*)$ ， $\psi(t^*)$ から t^* を消去した場合の関係式として期待される。

$$\frac{U_m}{U_R^*} = -2.8 - 17.2 \log \psi \quad (4.5.4)$$

を実験的に得るとともに，式 (4.5.4) と式 (4.2.3) の ψ すなわち，

$$\psi = \pi \left\{ \left(\frac{U_m R}{\nu} \right)^m \left(-\frac{U_m t}{d} \right) \right\} \quad (4.5.5)$$

によつてこの場合の水流の抵抗法則が与えられることを提案した。

つぎに閉水路水流では，現象を規定する無次元関数形として，

$$\frac{U_m}{U_*}, \psi, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \Delta_3 \left\{ Re, \frac{U_m t}{d} \right\} \quad (4.5.6)$$

を得た。さらに開水路水流と同様に一般に式(4.5.3)で与えられる量 t^* が非常に重要であることを実験的に示し、 U_m/U_R^* 、 ψ はそれぞれ

$$\frac{U_m}{U_*} = 197.2 - 6.7 \log \left(\frac{U_m R}{\nu} \right)^{6.16} \left(\frac{U_m t}{d} \right) \quad (4.5.7)$$

$$\log \psi = -16.76 + 0.59 \log \left(\frac{U_m R}{\nu} \right)^{6.16} \left(\frac{U_m t}{d} \right) \quad (4.5.8)$$

で与えられることを明らかにした。さらに両式から $t_{m=6.16}^*$ を消去して得られる、

$$\frac{U_m}{U_*} = 6.80 - 11.35 \log \psi \quad (4.5.9)$$

と式(4.5.8)を、この場合の水流の抵抗法則をあらわす式として提案した。つぎに砂運の発達過程における流砂量は、もちろん時間的に変化するわけであるが、同じ ψ に対して、従来の公式によるものよりも小さい流砂量 Φ をもつことを明らかにした。

第3節では砂運の発達過程を理論的に取り扱う場合の指針について著者の考えを明らかにし、開水路および閉水路について、それぞれ河床変形の第1次近解を与える基礎微分方程式を示した。さらに閉水路については初期条件 $[\eta']_{t=0} = f(x)$ を満足する解として、式(4.5.11)を得た。

第4節では本章で得られた結果を、開水路水流と閉水路水流という立場から両者を比較し、間接的に自由水面の特異性を明らかにした。その結果、現象の本質的機構は同じであるが、自由水面のある場合は表面波の伝達などによる現象の重複がおこなわれ、現象が一段と複雑になっていることを明らかにした。しかし本章における現象については、さらに詳細な理論的考察が必要である。

参 考 文 献

- 1) S. Leviavsky: An Introduction to Fluvial Hydraulics, Constable & Co. Ltd., London. 27. 1955.
- 2) A.G. Anderson: The Characteristics of Sediment Waves formed by Flow in Open Chammels, Pro. 3rd Midwestern Conference On Fluid Mechanics, 1953, PP. 379 ~ 395.
- 3) 小平吉男: 物理数学才一卷, 昭和18年3月, P.180.

第5章 砂漣河床の水理学的特性に関する研究

第1節 概 論

移動床をもつた開水路水流および閉水路水流において、水路の境界条件、例えば前者であれば河床の砂の種類、水路床勾配、断面形、後者であれば河床の砂の種類と断面形などが与えられると、砂漣の発生限界を与える流量 Q_{CR} はその境界条件に対応して決定される。いまこの限界流量 Q_{CR} よりも大きい一定流量が与えられたとしよう。砂漣の発生はただちに開始され、流れの状態は時々刻々変化して、いわゆる非定常流れの状態となる。この現象過程では、一般に、ある特定の断面 x における断面平均の水深、流速、河床高さ、および流砂量は、砂漣の波動特性によつて週期的に増減するとともに、その発達によつて変動する。またある特定の時刻 t についても、それらは前者によつて週期的に変動するとともに、第1章の図-(1.2.7.4)によつて指摘したように後者によつても変動する。このような現象過程はいわゆる砂漣の発達過程として、前章で詳述したが砂漣の発生後十分の時間が経過し、砂漣が十分に発達してくると、この非定常現象の一つの要因であるところの、砂漣の発達にともなう非定常性は消滅し、流れの非定常性はもっぱら砂漣の波動特性に支配される状態となる。緒論で述べたように砂漣河床の状態は、上述のような現象段階を指しており、本章では主としてこの現象過程を研究対象としている。

砂漣河床に関する従来の研究で、重要と考えられるもの二、三について述べよう。この現象過程の研究は二つの異なつた立場からなされてきた。第1は砂漣の存在が水流にどのような影響を与えるかという問題から出発し、流れの抵抗法則を見出すことをその主目標としている。この場合の流れの抵抗法則が理論的に誘導されるためには、合理的な境界条件のもとに、流れをあらわす非定常の基礎方程式(3.3.1)~(3.3.4)を解くことから始める必要がある。しかし、この解析は非常に困難であるために現在まであまり成果があげられていない。実験的には、水理諸量の場所的・時間的な分布よりも、それらを場所的・時間的に平均した量の方が高精度で得られるので、従来の研究はこれらの平均的水理諸量の関係を見出し、流れの抵抗法則を直接的に求める方法がとられて

きた。この例として1952年に発表されたH.K.Liuの研究結果の要点をのべよう。¹⁾ 彼は次元解析的考察にもとづいて、三つの無次元量 U_*d/ν , Wd/ν , および $K = (U_m/U_*) \cdot \psi \cdot S^\lambda / \{ (R/d)^m \cdot F_R^n \}$ が重要であるとし、流れの抵抗法則として

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_*d}{\nu} &= A \left\{ \frac{(U_m/U_*) \cdot \psi \cdot S^\lambda}{(R/d)^m \cdot F_R^n} \right\}^\Omega \\ A &= f(Wd/\nu) \end{aligned} \right\} \quad (5.1.1)$$

を提案している。ここに f は既知関数である。また m , n , λ , Ω はいずれも指数で、とくに m , n , λ は河床形状の種類および砂の粒径に関して既知関数であり、 Ω は河床形状のみによつて決定される。彼は式 (5.1.1) を変形して、

$$U_m = C_a R^X S^Y \quad (5.1.2)$$

とし、 C_a , X , Y を河床形状の種類および砂の粒径による既知関数として得ている。この研究は、河床形状に対して正確な推論がなされると、その結果によつて容易にこの場合の平均流速を計算することが可能であるという意味において非常に貴重である。しかし、無次元量 K の物理的意味が明瞭でないこと、 $\log U_*d/\nu$ が $\log K$ によつて直線的に変化するように m , n , λ を決定しているわけであるが、その決定方法および直線性の仮定に作為的な疑問がのこされている。つぎに椿博士と古屋氏は第2章において述べたように、次元解析の方法によつて、式 (2.2.5.5), (2.2.5.6) と同じ関係式

$$\frac{U_m}{U_*^2} = 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{h_s} \quad (5.1.3)$$

$$\log \frac{h_s}{d} = 3.48 \{ 1 - 0.225 \psi^{-1/2} \} \quad (5.1.4)$$

を流れの抵抗法則として提案している。²⁾ この関係を Gilbert の実験資料³⁾ によつて検討すると、図 - (2.2.1.6) のようになる。この図において、Dunes の資料のみに注目してみよう。一般的にみて実験値の傾向は式 (5.1.4) のみでは十分に表示することができないことがわかる。第二の立場は砂の波動現象そのものに注目し、その波動現象が水流によつてどのような影響を受けるかという問題から出発し、砂の流れの法則を見出すことを主目標として

いる。これらの立場の相違は流砂と水流のいずれを外力とみなすかの相違であり、いずれも砂運河床の状態における流れの抵抗法則を見出すことをその目的としている。第二の場合における従来の研究について述べよう。樺博士,⁴⁾ および *Einstein* 氏は,⁵⁾ 水の流れが砂の流れにおよぼす効果はもつばら掃流力という外力によつてなされるものとみなし、すでに第2章でのべたように、砂運河床の状態における流砂量公式として、式(2296)、(2291)と同じ関係式

$$\frac{8.09(0.1P-1)}{U_*^2(\tau_0-0.8\tau_0)} = 67.6 \left\{ \frac{\tau_0}{(\sigma-P)gd} \right\}^{0.8} \left(\frac{k_s}{d} \right)^{-0.435} \quad (5.1.5)$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-0.143\psi-2.0}^{0.143\psi-2.0} e^{-t^2} dt = \frac{43.5\bar{x}}{1+43.5\bar{x}} \quad (5.1.6)$$

を提案している。一方第3章第1節および第4章第1節でのべたように、*Anderson* は砂面変動の理論的解析の結果、 F_R と h/λ_s との関係式として

$$mh \left(\tanh mh - \frac{2}{\sinh 2mh} \right) = \frac{1}{F_R^2} \quad (5.1.7)$$

を提案している。⁶⁾ ここに、 $m = 2\pi/\lambda_s$ 、 h は平均水深である。*Anderson* は式(5.1.7)が実験値とよく一致することを確認、 $F_R < 1.15$ のときは砂運の前面が急になること、 $F_R > 1.15$ のときはその頂部が丸くなることを実験および理論によつて指摘している。式(5.1.5)、(5.1.6)は第2章第1節、4のイ、(b)で述べたように、河床変形の推移を直接または間接的に取り入れてはいるが、それらはもつばら掃流力 ψ の変化という形式においてなされている。また式(5.1.7)がかなりよく実験値の傾向を示しているということは河床形状がどのような状態にあるかに対して F_R が大きく影響することがわかる。このことから上述の平均流砂量公式は、当然 F_R による考慮がなされる必要があると思われる。換言すると、水の流れが砂の流れにおよぼす効果は掃流力という外力の他に、水流の F_R 数が非常に重要な役割を果たしているということである。上述の *Anderson* の研究結果および岩垣博士の見解⁷⁾ をもとにして、再度 *Gilbert* の実験結果を検討してみよう。図-(2216)において、*Dunes* の状態における k_s/d は同一の掃流力 ψ に対して、式(5.1.4)

で与えられる値よりも一般に小さい。この事実についてはすでに岩垣博士が *Anderson* の研究を引用してつぎのように指摘している。すなわち *Anderson* によると、 $F_R < 1.15$ 、および $F_R > 1.15$ によつて前述のように砂礫の形状が変化する。このことから前者の場合は流体抵抗が大きくて、大なる ks/d を与え、後者の場合はその抵抗が小さくて、小さい ks/d を与えるといっている。以上のことは ks/d が単に ψ のみでなく F_R によつて重要な影響を受けることを実験的に証明していると考えられる。

本章第2節では水流の抵抗法則および砂の流れの法則を、第1章の実験値、安芸博士⁸⁾ および *Gilbert* の実験値をもとにして、次元解析的に考察する。第3節では第2節で得られた解析結果を、自由水面をもつた開水路水流及びそれをもたない閉水路水流という立場から比較検討し、間接的に自由水面の効果を明らかにする。第4節では第1章開水路実験 - *B III* の実験資料を解析することによつて、砂礫の形状をもつた固定床上を流れる水流の特性を明らかにし、その結果をもとにして砂礫河床の状態における基礎方程式を誘導する。さらにこの方程式を解析することによつて砂礫の二、三の特性を明らかにする。

第 2 節 次元解析による考察

本節では第 1 章の実験、安芸博士および Gilbert らの実験資料のうち砂運河床の状態における資料のみをとりだし、これらの基礎資料を次元解析的に考察して、水流の抵抗法則および流砂の法則を明らかにする。

1. 開水路水流

(1) 無次元関数形の誘導

砂運河床の状態は第 1 節でのべたように一般に非定常現象であるが、ここでは時間的場所的に平均された水理諸量に着目し、これらがどのような法則に支配されているかについて考察する。第 4 章で述べたように砂の種類と初期砂面勾配 J_0 及び単位巾流量 q が与えられて、砂運の発生が開始されると、平均の水面勾配 S 、砂面勾配 J 及び平均水深 hm は漸次変化する。十分に時間が経過すると、水流と砂の移動は釣合つて、いわゆる砂運河床の状態に到達する。したがって砂運河床の状態では $S = J$ が満足されていると考えることができる。この現象過程における従属変数は河床での平均摩擦応力 τ_0 、砂運の波高 ΔH 、波長 λ_s 、伝播速度 W_s 及び流砂量 q_B のほかに、平均水深 hm 及び平均水面勾配 S もまた従属変数となる。そして独立変数と考えられる物理量は、

i) 幾何学的形状を定める量

J_0 : 初期砂面勾配

ii) 力学的特性を示す量

g : 重力の加速度, q : 単位巾流量

iii) 水の物理的性質を示す量

ρ : 密度, μ : 粘性係数

iv) 砂の特性を示す量

$\sigma - \rho$: 砂の水中における密度, d : 砂の中央粒径

β_s : 砂の混合特性 (均等比をとる)

で与えられる。したがってこの現象過程は七つの関係式、

$$hm, S, \tau_0, \Delta H, \lambda_s, W_s, q_B = \pi_1(J_0, g, q, \rho, \mu, \sigma - \rho, d, \beta_s) \quad (5.2.1)$$

のうち、いずれか一つによつて規定される。従属変数 hm を J_0 によつて解き、

これを残りの関係式に代入して J_0 を消去し, q の代りに平均流速 U_m を用いるとともに, h_m, U_m, ρ を反復変数として無次元化すると, それぞれ

$$\psi, \frac{U_m}{U_{*r}}, \frac{\Delta H}{h_m}, \frac{\lambda_s}{h_m}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \pi_2 \left\{ F_R, Re, \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right), \frac{d}{h_m}, \beta_s \right\} \quad (5.2.2)$$

となる。ただし W を砂の沈降速度として W_s/U_m の代りに W_s/W を用いた。

従属変数 ψ を Re によつて解き, 残りの式に代入して Re を消去するとともに, 水深 h_m の代りに径深 R を用いると,

$$\frac{U_m}{U_{*r}}, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \pi_3 \left\{ F_R, \psi, \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right), \frac{d}{R}, \beta_s \right\} \quad (5.2.3)$$

となる。つぎに本実験の範囲では $(\sigma/\rho - 1)$ 及び β_s は F_R , ψ に対して省略できると考えると,

$$\frac{U_m}{U_{*r}}, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \pi_4 \left\{ F_R, \psi, \frac{d}{R} \right\} \quad (5.2.4)$$

となる。

(ロ) 水流の抵抗法則

砂運河床を平均的水理諸量でとり扱うことは, この流れを一つの等流とみなしていることになる。等流では第2章で詳述したように, 流速分布に関する対数法則を適用することができるが, 流れの類似性を考慮し, ここでも対数法則

$$\frac{U_m}{U_{*r}} = A_r - 2.5 + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (5.2.5)$$

または

$$\frac{U_m}{U_{*r}} = 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{R_s} \quad (5.2.5')$$

が成立するものと仮定する。式 (5.2.4), (5.2.5) から A_r は一般に無次元掃流力 ψ および Froude 数 F_R の関数と考えられる。まづ実験値と従来の実験式を比較してみよう。図 - (5.2.1) は砂の粒径別に,

$$A_r = 8.75 - 5.75 \log \frac{R_s}{d} \quad (5.2.6)$$

で示される k_s/d が ψ の増加によつてどのように変化するかを示す。ただし各

実験者ごとに F_R の範囲を示した。また図中の曲線は棒博士の実験式 (5.1.4) をあらわす。著者および安芸博士の資料はかなり散らばつてはいるが、式 (5.1.4) と一致した傾向をとるようであり、一方 *Gilbert* の資料は全く異なつた傾向をもっているようである。このことは、前者の実験値が比較的狭い *Froude* 数の範囲のものであることによつて特性づけられる。換言すれば Ar すなわち ks/d は単に ψ のみの関数ではなく F_R の効果を考慮することが非常に重要であることを示す。図 - (5.2.2) は F_R を媒介変数として、 ks/d と ψ との関係を示したものである。点描はかなり散乱しているが各 F_R に対して ks/d は ψ とともに増加することがわかる。 $\log ks/d$ と $\log \psi$ との直線性を仮定すると、

$$\log \frac{ks}{d} = a_1 + 1.88 \log \psi \quad (5.2.7)$$

となる。 a_1 は F_R の関数と考えられ、おのこの F_R に対する a_1 を計算して示すと、図 - (5.2.3) のようになる。 a_1 は F_R の増加とともに減少するが、直線性を仮定すると、

$$a_1 = 3.42 - 1.57 F_R \quad (5.2.8)$$

が得られる。式 (5.2.8) を (5.2.7) に代入すると、

$$\log \frac{ks}{d} = 3.42 - 1.57 F_R + 1.88 \log \psi \quad (5.2.9)$$

となる。式 (5.2.9) を式 (5.2.5)' に代入すると、

$$\frac{U_m}{U_{*R}} = -13.4 + 9.03 F_R - 10.8 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (5.2.10)$$

が得られる。砂澱河床の状態における水流の抵抗法則として式 (5.2.10) を提案する。

(イ) 流砂量について

式 (5.2.4) によると無次元流砂量 Φ は一般に F_R 、 ψ 及び R/d の関数である。ここでは粒径の相対的大きさをあらわす R/d は前二者に対して重要でないと考えられるのでこれを省略すると Φ は F_R と ψ のみの関数となる。 F_R を媒介変数として、 ψ の増加に対する Φ の変化を示すと図 - (5.2.4) のよう

になる。実験値はかなり散乱しているが，おのこのの F_R に対して Φ は ψ とともに増加するようである。 $\log \Phi$ と $\log \psi$ との直線性を仮定すると，

$$\log \Phi = \log b_1 + 1.84 \log \psi \quad (5.211)$$

が得られる。 b_1 を F_R の関数と考え，おのこのの F_R に対する b_1 を計算して図示すると図-(5.25)のようになる。 b_1 は F_R の増加とともに増大するが， $\log b_1$ と $\log F_R$ とを直線的関数関係とすると，

$$\log b_1 = \log 6.1 + 1.45 \log \bar{F} \quad (5.212)$$

となる。式(5.212)を式(5.211)に代入すると，

$$\Phi = 6.1 (\bar{F})^{1.45} (\psi)^{1.84} \quad (5.213)$$

が得られる。式(5.213)を砂澁河床の状態における流砂量公式として提案する。

(二) 砂澁の波動特性について

式(5.24)によると砂澁の波動特性をあらわす無次元量 $\Delta H/R$ ， λ_s/R ， W_s/W 及び $\Delta H/\lambda_s$ はいずれも F_R ， ψ 及び R/d の関数である。(一)と同様に R/d の効果を他の変数のそれに対して省略すると，これらの従属変数はいずれも F_R と ψ のみの関数となる。まず $\Delta H/R$ について， F_R を媒介変数として ψ の増加による $\Delta H/R$ の変数を示すと図-(5.26)のようになる。実験値が少なく，かなり散乱しているが一定の傾向があることがわかる。すなわち，おのこのの F_R に対して $\Delta H/R$ は ψ とともに増大する。 $\Delta H/R$ と $\log \psi$ との直線性を仮定すると，

$$\frac{\Delta H}{R} = C_1 + 0.51 \log \psi \quad (5.214)$$

が得られる。 C_1 を F_R 数の関数とみなし，おのこのの F_R に対する C_1 を点描すると，図-(5.27)が得られる。直線性を仮定すると，

$$C_1 = 0.44 + 1.01 \bar{F} \quad (5.215)$$

が得られる。式(5.215)を式(5.214)に代入すると，

$$\frac{\Delta H}{R} = 0.44 + 1.01 \bar{F} + 0.51 \log \psi \quad (5.216)$$

となる。 λ_s/R ， $\Delta H/\lambda_s$ 及び W_s/W に対して，同様の解析を実施すると，それ

それ図 - (528) と (529) , (5210) と (5211) , 及び (5212) と (5213) が得られ , それぞれの実験式として ,

$$\frac{\lambda_s}{R} = 5.8 - 30.4 F_R - 19.8 \log \psi \quad (5217)$$

$$\frac{\Delta H}{\lambda_s} = 0.149 + 0.031 F_R + 0.12 \log \psi \quad (5218)$$

及び

$$\frac{Ws}{W} = 0.001 + 0.072 F_R + 0.032 \log \psi \quad (5219)$$

が得られる。つぎに図 - (5214) は R/λ_s を F_R によつて点描したものである。図の曲線は *Anderson* によつて得られた理論曲線 (517) を示す。 F_R の増加によつて R/λ_s が減少するという一般的傾向はこの理論曲線と同じであるが , R/λ_s は式 (517) よりもはるかに小さい値をとるようである。この事実については岩垣博士が椿博士の資料によつてつぎのように指摘している。⁹⁾ すなわち椿博士の資料によると $F_R = 0.3 \sim 0.5$ において $R/\lambda_s \approx 0.2$ であるが , 彼はこのことから砂澁の発生機構は *Anderson* の考えた発生機構のみによつてこれを十分に説明し得ないとしている。*Anderson* の理論は摩擦の効果を省略しているために , R/λ_s が F_R のみの関数として得られたわけであるが , 式 (5217) から明らかであるように , 実際の現象としては F_R のほかに ψ の効果を考慮する必要があると思われる。

以上によつて , 開水路水流の砂澁河床の状態における水流の抵抗法則 , 流砂量及び砂澁の波動などの特性を明らかにした。その結果 , この現象段階において F_R の効果が非常に重要であり , k_s/d は ψ の増加によつて増加するが F_R の増加とともに減少すること , Φ , $\Delta H/\lambda_s$, Ws/W は ψ が一定であつても F_R の増加とともに増加することを示した。

2 閉水路水流

(1) 無次元関数形の誘導

開水路の場合と同様に時間的場所的に平均された水理量の間の関係を明らかにする。この現象過程における従属変数は砂面上の平均摩擦応力 τ_0 , 砂澁の

高さ ΔH , 波長 λ_s , 伝播速度 W_s , 流砂量 q_B 及び動水勾配 I などであり , 独立変数と考えられる物理量は ,

i) 幾何学的形状を定める量

R : 径深 , S' : 潤辺

ii) 力学的特性を示す量

U_m : 平均流速 , g : 重力の加速度

iii) 水の物理的性質を示す量

ρ : 密度 , μ : 粘性係数

iv) 砂の特性を示す量

$\sigma - \rho$: 砂の水中における密度 , d : 砂の中央粒径

β_s : 砂の混合特性 (均等比をとる)

が考えられる。したがってこの現象は六つの関係式 ,

$$\tau_0, I, \Delta H, \lambda_s, W_s, q_B = \delta_1(R, S', U_m, g, \rho, \mu, \sigma - \rho, d, \beta_s) \quad (5.2.20)$$

のうちいずれか一つによつて規定される。 R , U_m 及び ρ を反復変数として無次元化すると , それぞれ

$$\frac{U_m}{U_*}, \psi, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \delta_2\left\{\frac{R}{S'}, \bar{R}, Re, \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1\right), \frac{R}{d}, \beta_s\right\} \quad (5.2.21)$$

となる。ただし , W を沈降速度とし , W_s/U_m の代りに W_s/W を用いるとともに , I の代りに $\psi = U_*^2 / g d (\sigma/\rho - 1)$ を用いた。本実験の範囲では R/S' , $(\sigma/\rho - 1)$, β_s などは F_R , Re に対して重要でないと考え , これらを省略するとともに , 従属変数 ψ を F_R について解き , 残りの式に代入して F_R を消去すると ,

$$\frac{U_m}{U_*}, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \delta_3\left\{\psi, Re, \frac{R}{d}\right\} \quad (5.2.22)$$

となる。

(四) 水流の抵抗法則

開水路の場合と同様に , 考えている流れを等流とみなすと , 流れの類似性から , その抵抗法則は対数法則

$$\frac{U_m}{U_*} = A_r - 2.02 + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (5.223)$$

または

$$\frac{U_m}{U_*} = 6.48 + 5.75 \log \frac{R}{k_s} \quad (5.224)$$

が成立するものと考えられる。式 (5.222), (5.223) から A_r は一般に Re , および ψ の関数となる。 A_r は式 (5.223), (5.224) から

$$A_r = 8.50 - 5.75 \log \frac{k_s}{d} \quad (5.225)$$

となるが, k_s/d と ψ との関係を示すと図 - (5.215) のようになる。ただし Re の範囲は $3300 \leq Re \leq 9500$ とする。図中の曲線は開水路水流を対象として得られた椿博士の実験式 (5.14) をあらわす。実験値は開水路の場合とはほぼ同じ位置に点描されることがわかる。また点描の散乱は Re の効果によるものと思われる。図 - (5.216) は Re を媒介変数として A_r と ψ との関係を示した。資料が少いので, 明確にはその傾向を知ることができないが, A_r はおのこの Re に対して ψ の増加とともに減少するようである。 A_r は $\log \psi$ によつて直線的に変化するとみなすと,

$$A_r = g_1 - 9.0 \log \psi \quad (5.226)$$

となる。 g_1 は Re の関数となることが期待される。おのこの Re に対する g_1 を求め, これと Re との関係を示すと図 - (5.217) のようになる。この図において, g_1 と $\log Re$ との関係を直線的とみなすと,

$$g_1 = -16.68 + 3.4 \log Re \quad (5.227)$$

となる。式 (5.227) を (5.226) に代入すると,

$$A_r = -16.68 + 3.4 \log Re - 9.0 \log \psi \quad (5.228)$$

となる。式 (5.228), (5.225) から k_s/d を求めると,

$$\log \frac{k_s}{d} = 4.38 - 0.59 \log Re + 1.56 \log \psi \quad (5.229)$$

が得られる。式 (5.228) を式 (5.223) に代入すると,

$$\frac{U_m}{U_*} = -18.70 + 3.4 \log Re - 9.0 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (5.230)$$

となる。閉水路水流における砂運河床の水流の抵抗法則として、式(5.230)を提案する。

(イ) 流砂量について

式(5.223)によると、無次元流砂量 Φ は一般に ψ 、 Re 及び R/d の関数となる。 R/d は砂の相対的大きさを表わすと考えられるが、他の量に比較して重要でないと考え、これを省略すると、 Φ は ψ 及び Re のみの関数となる。実験値を従来の実験式と比較すると図-(5.218)のようになる。図は Φ と ψ との関係をあらわし、 Re の範囲としては、 $3300 \leq Re \leq 9500$ である。実験値は第1章第3節の閉水路による実験資料のうち、主として実験-bによるものをつた。また図中の曲線 E' 、 K は図-(232)と同様にそれぞれ $Einstein^{10)}$ 及び $Kalinske^{11)}$ の流砂量公式をあらわし、ともに砂運河床の状態でも適用しうるものとして提案された式である。実験値の散乱は Re の効果によるものと思われる。つぎに図-(5.219)は ψ を媒介変数として Φ と Re との関係を示したもので、おのおのの ψ に対して、 Φ は Re とともに増加する。実験値が少なく、明確にはその傾向をつかむことができないが一応直線性を仮定すると、

$$\log \Phi = r_1 + 7.55 \log Re \quad (5.231)$$

となる。 r_1 は ψ の関数となることが期待され、おのおのの ψ に対する r_1 を求めると、図-(5.232)をうる。直線性を仮定すると、

$$r_1 = -29.14 + 3.28 \log \psi \quad (5.232)$$

となる。式(5.232)を式(5.231)に代入すると、

$$\log \Phi = -29.14 + 3.28 \log \psi + 7.55 \log Re \quad (5.233)$$

を得る。砂運河床の状態についてはさらに多くの実験資料による検証が必要であるが、一応式(5.233)をこの現象過程における流砂量公式として提案する。

(ロ) 砂運の波動特性について

式(5.222)によると砂運の波動特性を表わす $\Delta H/R$ 、 λ_s/R 、 $\Delta H/\lambda_s$ 、

および W_s/W は一般に Re と ψ 及び R/d の関数となる。 R/d は (f) の場合と同様に他の量に比較して重要でないと考えられるのでこれを省略すると、独立変数は Re と ψ のみとなる。おのおのの量と Re との関係を ψ を媒介変数として示すとそれぞれ図 - (5.2.2.1) の (a), (b), (c), (d) のようになる。無次元掃流力 ψ の効果は顕著ではなく、もつぱら Re の増加に対して $\lambda_s/R, \Delta H/R$ はそれぞれ増加および減少する。したがって (c) に示すように $\Delta H/\lambda_s$ は減少してくる。一方 (d) に示すように W_s/W は増加してくることがわかる。換言すると、 Re の増加、この場合は主として流量 Q が増加すると、砂漣の波長、波高はそれぞれ増大、および減少する。その結果 $\Delta H/\lambda_s$ は減少して、砂漣による形状抵抗は減少するが、一方 W_s が増加するので流砂が増加することがわかる。図 - (5.2.2.1) において直線性を仮定すると、それぞれ、

$$\frac{\lambda_s}{R} = -86.8 + 26.3 \log Re \quad (5.2.3.4)$$

$$\frac{\Delta H}{R} = 25.27 - 6.31 \log Re \quad (5.2.3.5)$$

$$\frac{\Delta H}{\lambda_s} = 2.29 - 0.56 \log Re \quad (5.2.3.6)$$

$$\frac{W_s}{W} = -0.55 + 0.14 \log Re \quad (5.2.3.7)$$

となる。

以上によつて、閉水路水流の砂漣河床の状態における水流の抵抗法則、流砂量、及び砂漣の波動などの特性を明らかにした。その結果、この現象段階においては無次元掃流力 ψ のほかに Reynolds 数 Re の効果が非常に重要であり λ_s/d は ψ の増加によつて増加するとともに、 Re の増加によつて減少すると、 Φ は ψ が一定でも Re によつて増加すること、及び砂漣の波動特性をあらわす $\lambda_s/R, \Delta H/R, W_s/W$ はもつぱら Re によつて支配されることを示した。

第 3 節 自由水面の効果について

第 2 節では砂澁河床の状態における水流の抵抗法則及び砂澁の波動特性について、次元解析的に解析した。本節では上述の解析結果を自由水面をもった開水路水流及びそれをもたない閉水路水流という立場から、両者を比較検討し、間接的に自由水面の存在の水理学的意義を明らかにする。

1. 水流の抵抗法則について

式 (5.2.9), (5.2.2.9) より明らかなように、開水路、閉水路いずれの場合にも無次元相当粗度 ks/d は U_*^2 の増加によつて増加するが、 F_R 及び Re の増加によつて減少する。図 - (3.4.2.9), (3.4.3.7) では砂澁の発生限界にいたるまでの現象過程を、 U_*^2 の増加に対する平均流速 U_m の変化によつて示したが、ここでは主として砂澁の発生限界から後の現象過程について、前と同様の図示方法を適用すると、それぞれ図 - (5.3.1), (5.3.2) をうる。まず図 - (5.3.1) において、現象段階が砂澁の発生限界をあらわす記号 b の状態を越えると、砂澁への遷移河床の状態となり、式 (4.2.3) で示すように、流れは漸次変化して記号 b, c, d の過程を経て、やがて式 (5.2.1.0) で示されるような砂澁河床の状態に到達する。記号 b, c 区間では U_*^2 の増加に対して U_m は急速に減少し、記号 c を境として c, d 区間では、実験値がないので明らかでないが U_*^2 の増加とともに U_m は漸次増加していくものと考えてれる。前者の状態は開水路実験 - A II のべたように、発生初期の規則的砂澁が生成されていく状態に対応しており、急激に河床粗度が増大するわけである。一方後者の状態は上述の規則的砂澁が変形していく過程に対応しており、その規則性が低下して河床粗度は漸次減少していくことに基因するものと思われる。つぎに式 (5.2.1.0) で示される砂澁河床の状態では U_*^2 の増加とともに U_m は増加の傾向をとる。また図に示された全現象過程において、記号 b の以前及び記号 d 以後はいわゆる定常現象であり、 U_m と U_*^2 は一対一に対応しているのに対し、記号 b, c, d の区間では、この区間のいずれの位置から現象が発しても、その状態は時間の経過とともに変化し、十分の時間的経過後は砂澁河床のどこかの位置に到達するものと考えられる。すなわち最初に与えられる

流れの条件によつて bcd , $bc'd'$, $b'c'd'$ の経路をたどるものと思われる。つぎに図 - (5.3.2) についても同様の考察結果をうる。ただし砂澁河床の状態の水流の抵抗法則として、式 (5.2.30) を適用しうる範囲では、 U_*^2 の増加によつて U_m は減少の傾向をとることがわかる。

2 流砂量について

開水路及び閉水路水流の流砂量はそれぞれ式 (5.2.13), (5.2.33) のように、それぞれ ψ , F_R 及び ψ , Re によつて示される。 F_R 及び Re を媒介変数として図示するとそれぞれ図 - (5.3.3), (5.3.4) のようになり、一定の ψ に対して前者は F_R が大きいほど、後者は Re が大きいほど、大きい Φ を与えることがわかる。

3 砂澁の波動特性について

開水路における砂澁の波動特性を与える式 (5.2.16) ~ (5.2.19) 及びこれらに対応した閉水路の式 (5.2.34) ~ (5.2.37) を比較して、つぎの点を指摘することができる。すなわち、開水路では砂澁河床の現象段階が進むと波長は減少し、波高は増大するため、砂澁の形状は急峻になる。しかも伝播速度は増大するために流砂量は増大する。一方閉水路では波長は増大し、波高は減少するために砂澁の形状は平滑化の傾向をとる。そして伝播速度が増大するために流砂量は増大する。しかし開水路と閉水路ではその実験範囲が異なるから、実験式から得られた上述の傾向の相違は、実験式が適用されうる範囲についての推論であることを付記しておく。

第4節 砂澁の波形特性に関する理論的考察

本節の1は第1章開水路実験-BⅢの実験資料を解析し、砂澁の形状をもつた固定床上の水流の諸特性を明らかにすることによつて、間接的に砂澁河床上の水流の定性的諸性質を追究する。また2では砂澁河床の状態に着目し、1で得られた知識をもとにして、合理的と思われる若干の仮定のもとに現象を模型化し、その基礎方程式を誘導して砂面波動を理論的に解析しようとした一つの試みである。

1. 模型床上の水流に関する実験的考察

開水路実験-BⅢは、砂澁河床の状態における実測資料にもとづいて、砂澁型の模型床を作り、その上を流れる水流について実測したものである。したがつてこの実験で得られた実験値は、直接的に砂澁河床の定量的諸特性を表わすものではないが、砂澁河床の状態における水流の定性的性質を説明しうるものと思われる。実験結果の大要は図-(1.2.8.2)~(1.2.8.9)に示した。流速分布及び圧力分布の流れ方向の変化の状態を検討すると、流れには河床の形状の変化の影響を非常に受ける層と、その影響が及ばないと考えられる層とが存在することがわかる。砂澁模型のスケールに対して水深が大きいほど、この両者を明確に区別することができるようである。いま便宜のために前者を境界層、後者を主流の層と呼ぶことにし、

$$\left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y=\delta} = 0 \quad (5.4.1)$$

$$[u]_{y=\delta} = u_0 \quad (5.4.2)$$

で定義される δ 及び u_0 をそれぞれ境界層の厚さ及び $y=\delta$ における流速とする。式(5.4.1)、(5.4.2)によつて図-(1.2.8.2)、(1.2.8.4)、(1.2.8.6)、(1.2.8.8)から δ 及び u_0 を求め、模型Ⅲの実験番号Ⅰ、及び模型Ⅱの実験番号Ⅰ、Ⅱのそれぞれについて砂澁背面上の分布を示すとそれぞれ図-(5.4.1)、(5.4.2)及び図-(5.4.3)、(5.4.4)のようになる。図-(5.4.1)、(5.4.2)によつて境界層の厚さ δ は砂澁背面上で下流方向に漸次減少すること、その大きさは一般に非常に大きく、水深の(0.5

～0.9) 倍程度であることがわかる。また図-(5.4.2)によつて明らかなように、砂澁模型が連結されて並んだ場合(T のⅠ)には、一個の砂澁による場合(T のⅡ)に比較して、 δ の減少の程度がゆるやかになるようである。つぎに図-(5.4.3) , (5.4.4)によると、 u_0 は一般に X/λ_s の増加とともに増加する。また図-(5.4.4)から明らかなように一個の砂澁による場合(T のⅡ)は急激に増加するが、その他の場合はいずれも非常にゆるやかな増加の傾向を示すにすぎないことがわかる。つぎに図-(5.4.5) , (5.4.6)は

$$u_0 \delta^* = \int_0^{\gamma+\delta} (u_0 - u) dy \quad (5.4.3)$$

で定義される排除厚 δ^* の分布を示す。これらの図によつて、 δ^* は一般に X/λ_s とともに減少することがわかる。つぎに図-(5.4.7) , (5.4.8)は境界層内の流速分布を n 分の一乗法則

$$\frac{u}{u_0} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (5.4.4)$$

とみなしたときの n の分布をあらわす。 n は一般に増加の傾向をとること、その大きさは 4 ～ 12 程度の値のようである。

つぎに圧力分布に関して、図-(1.2.8.3) , (1.2.8.5) , (1.2.8.7) , (1.2.8.9) から明らかなように、境界層内での $(P_s - P_0)/\rho g$ は一般に正の値をとるようである。しかしその最大の大きさは水深の 1/30 程度であり、模型の基礎となつている砂澁河床の状態での圧力分布は静圧分布をなすものとみてよいことがわかる。

2 理論的考察

砂澁河床の状態に着目し、1で得られた実験的知識をもとにして、この現象過程を模型化するために次のことを仮定した。

(1) 砂澁河床は種々の条件によつて特異の様相を展するが、ここで取り扱う砂澁河床は規則的な波形をもっており、一定の伝播速度でその形状が歪むことなく下流方向に移動していくものとする。

(2) 砂澁の波長に比較してその波高は非常に小さいとし、水深は砂澁の波高に対して非常に大きいものとする。

(3) 水流を主流と境界層内の流れに分離することが可能であるとし、境界層内の流れは層流状態にあるとする。

(4) 水流のもつている鉛直方向の加速度は無視できるものとする。

(5) 河床の洗掘及び堆積の機構は *F. M. Exner* の理論に従い^{1, 2)}、流砂量は境界層内の平均流速に比例するものとする。

以上5項目の仮定を設けるわけであるが、これらの仮定のうち、(3)及び(5)についてはなお説明が必要であろう。まず仮定(3)について述べる。図-(5.4.9)は第1章の図-(1.2.4.4)、砂面形状の模型図その一を参照してかいた砂運河床の説明図である。図のように砂運河床の初期における砂運の形状は、ゆるやかな勾配の上流側背面と急峻で短い下流側背面によつて特性づけられる。仮定(2)にしたがう場合、流線の模様は図示のように河床の形状に影響されないいわゆる主流の領域と、河床の形状によつて支配的な影響をうけると思われる河床付近の領域とに分けられるようである。このことにより河床の形状が水流におよぼす効果は河床付近に限られると考えてよいであろう。そこで仮定(3)に示したように、河床付近の流れすなわち境界層内の流れと、主流の流れすなわち境界層外の流れに分離して、この現象過程の力学的機構を解析することが可能であると考えた。また境界層内の流れについて、砂が移動している状態では水の粘性による効果は小さいと考えられ、一般的には乱流と考えられるが、解析の第一歩としてここでは層流状態として取り扱うことにした。つぎに仮定(5)について、流砂の基礎方程式としてはすでに第3章及び本章第2節で述べた式(3.3.3)または(5.2.1.3)を用いるべきであるが、ここでは簡単のために *Exner* の理論を適用することにした。

(1) 基礎方程式

現象を二次元的に取り扱い、図-(5.4.9)に示すように、平均の砂面勾配に平行なある規準平面上で主流の方向に x 軸、その面に垂直上向に z 軸をとり、砂面に沿つて下流方向に s 軸、砂面に垂直上向きに y 軸をとる。 t は時間とし、規準面の勾配を $J_0 = \sin \alpha$ 、規準面から測つた砂面の高さを η 、水深を h 、 s 方向の流速を u とする。また1の場合と同様に式(5.4.1)及び(5.4.2)で定義される δ 及び u_0 をそれぞれ境界層の厚さ及び層外の流速とし、主流の

流速分布は一樣とする。つぎに流れを境界層内の流れと層外の流れに分離し、おのこの流れに運動量の法則を適用して、それぞれの層内における基礎方程式を誘導することにする。

(a) 境界層内の流れ

図 - (5.4.9) に示すように境界層内に微小領域 $ABCD$ を考える。 $ABCD$ 内の水のもっている運動量の単位時間の増加量は、

$$\int_0^{\delta} \frac{\partial u}{\partial t} \rho dy \cdot \delta S \quad (5.4.5)$$

である。 AB を通して単位時間に領域内に入る水の持つ S 方向の運動量は $\int_0^{\delta} \rho u^2 dy$ であり、 CD を通して領域外に出る水の持つ S 方向の運動量は $\int_0^{\delta} \rho u^2 dy + \partial(\int_0^{\delta} \rho u^2 dy) / \partial S \cdot \delta S$ であるから、余分に領域外に持ち去られる s 方向の運動量は、

$$\frac{\partial}{\partial S} \int_0^{\delta} \rho u^2 dy \cdot \delta S \quad (5.4.6)$$

となる。つぎに、単位時間に AD を通して入ってくる水の質量は、 AB より入る質量、 $\int_0^{\delta} \rho u dy$ と CD から出る質量、 $\int_0^{\delta} \rho u dy + \partial(\int_0^{\delta} \rho u dy) / \partial S \cdot \delta S$ との差、 $\partial(\int_0^{\delta} \rho u dy) / \partial S \cdot \delta S$ に等しい。したがって、 AD より入る s 方向の運動量は、

$$u_0 \frac{\partial}{\partial S} \int_0^{\delta} \rho u dy \cdot \delta S \quad (5.4.7)$$

となる。

つぎに外力の s 方向の成分について考察する。まず、圧力は断面 AB を通して $\int_0^{\delta} P dy$ であり、断面 CD を通して $-(\int_0^{\delta} P dy + \partial(\int_0^{\delta} P dy) / \partial S \cdot \delta S)$ となる。また断面 AD を通して $[P]_{y=\delta} \cdot \partial \delta / \partial S \cdot \delta S$ であるから、

$$-\frac{\partial}{\partial S} \int_0^{\delta} P dy \cdot \delta S + [P]_{y=\delta} \frac{\partial \delta}{\partial S} \cdot \delta S \quad (5.4.8)$$

となる。断面 BC に作用する摩擦応力は、

$$-\tau_0 \cdot \delta S \quad (5.4.9)$$

であり、水の自重による力は、

$$\rho g (J_0 - \frac{\partial \eta}{\partial S}) \delta \cdot \delta S \quad (5.4.10)$$

となる。運動量の法則を適用すると式 (5.4.5) ~ (5.4.10) から、

$$\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial t} dy + \frac{\partial}{\partial S} \int_0^\delta u^2 dy - u_0 \frac{\partial}{\partial S} \int_0^\delta u dy = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial S} \int_0^\delta p dy + \frac{1}{\rho} [P]_{y=\delta} \frac{\partial \delta}{\partial S} - \frac{\tau_0}{\rho} + g \delta (J - \frac{\partial \eta}{\partial S}) \quad (5.4.11)$$

が得られる。

つぎに仮定 (4) によつて y 方向の加速度を微小であるとして省略すると、 y 方向の圧力分布は、

$$P = \rho g (h - y) \quad (5.4.12)$$

となる。式 (5.4.12) を式 (5.4.11) に代入すると、

$$\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial t} dy + \frac{\partial}{\partial S} \int_0^\delta u^2 dy - u_0 \frac{\partial}{\partial S} \int_0^\delta u dy = -g \delta \frac{\partial h}{\partial S} - \frac{\tau_0}{\rho} + g \delta (J_0 - \frac{\partial \eta}{\partial S}) \quad (5.4.13)$$

となる。

仮定 (2) によつて、砂 樋の波高はその波長に比較して非常に小さいとし、水深は砂 樋の波高に対して非常に大きいとすると、 x と s および $\eta + y$ は、方向大きさとともに近似的に等しいとみなすことができる。すなわち

$$x \doteq S, \quad z \doteq \eta + y \quad (5.4.14)$$

とすると、式 (5.4.13) は

$$\int_\eta^{\eta+\delta} \frac{\partial u}{\partial t} dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_\eta^{\eta+\delta} u^2 dz - u_0 \frac{\partial}{\partial x} \int_\eta^{\eta+\delta} u dz = -g \delta \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\tau_0}{\rho} + g \delta (J_0 - \frac{\partial \eta}{\partial x}) \quad (5.4.13)'$$

となる。

(b) 境界層外の流れ

図 - (5.4.9) において微小領域 $A'A'DD'$ 内の流体のもつ x 方向の運動量の単位時間についての増加は、

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ \rho u_0 (h - \delta) \} \delta x \quad (5.4.15)$$

であり、また $A'A$ を通じて領域内に入る流体の持っている x 方向の運動量は $\rho u_0^2 (h - \delta)$ で、 DD' を通じて出る流体の持っている x 方向の運動量は、

$\rho u_0^2 (h-\delta) + \partial \{ \rho u_0^2 (h-\delta) \} / \partial x \cdot \delta x$ であるから、余分に持ち去られる x 方向の運動量は、

$$\frac{\partial}{\partial x} \{ \rho u_0^2 (h-\delta) \} \delta x \quad (5.4.16)$$

である。つぎに AD を通じて単位時間に領域外に出る水の質量は、(a) で述べた考察によつて $\partial \left(\int_{\eta}^{\eta+h} \rho u_0 dz \right) / \partial x \cdot \delta x$ に等しい。この量はまた AA' を通じて領域内に入る質量、 $\rho (h-\delta) u_0$ と DD' を通じて出る質量 $\rho (h-\delta) u_0 + \partial \{ \rho (h-\delta) u_0 \} / \partial x \cdot \delta x$ との差、 $-\partial \{ \rho (h-\delta) u_0 \} / \partial x \cdot \delta x$ と、 $(h-\delta)$ の時間的变化による量 $-\partial (h-\delta) / \partial t \cdot \rho \delta x$ との和に等しい。したがつて領域外に出る x 方向の運動量は、

$$-u_0 \frac{\partial}{\partial x} \{ \rho (h-\delta) u_0 \} \delta x - u_0 \frac{\partial}{\partial t} (h-\delta) \rho \delta x \quad (5.4.17)$$

となる。

つぎに外力の x 方向の成分について考える。まず圧力は断面 AA' に働らくものが $\int_{\eta}^{\eta+h} P dz$ 、 DD' 面に働らく圧力は $-\{ \int_{\eta}^{\eta+h} P dz + \partial \left(\int_{\eta}^{\eta+h} P dz \right) / \partial x \cdot \delta x \}$ であり、面 AD を通じて $-[P]_{z=\eta+\delta} \{ \partial (\eta+\delta) / \partial x \} \cdot \delta x$ であるから、

$$-\frac{\partial}{\partial x} \int_{\eta+\delta}^{\eta+h} P dz \cdot \delta x - [P]_{z=\eta+\delta} \frac{\partial}{\partial x} (\eta+\delta) \cdot \delta x \quad (5.4.18)$$

となる。また重力による x 方向の成分は、

$$\rho g J_0 (h-\delta) \delta x \quad (5.4.19)$$

で与えられる。

運動量の法則を適用すると式 (5.4.15) ~ (5.4.19) から、

$$(h-\delta) \frac{\partial u_0}{\partial t} + u_0 (h-\delta) \frac{\partial u_0}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int_{\eta+\delta}^{\eta+h} P dz - \frac{1}{\rho} [P]_{z=\eta+\delta} \frac{\partial (\eta+\delta)}{\partial x} + g J_0 (h-\delta) \quad (5.4.20)$$

となる。圧力分布をあらわす式 (5.4.12) は式 (5.4.14) によつて、

$$P = \rho g (\eta + h - z) \quad (5.4.12)'$$

となる。式 (5.4.12)' を式 (5.4.20) に代入すると、

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} = -g \frac{\partial}{\partial x} (\eta + h) + g J_0 \quad (5.4.20)''$$

となる。

(c) 流れの連続方程式

流体の連続性に関し，境界層内及び層外を含めた全断面について考察すると，

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ u_0 (h - \delta) \} + \frac{\partial}{\partial x} \int_7^{7+\delta} u dz = 0 \quad (5.4.21)$$

をうる。

(d) 洗掘及び堆積の方程式

仮定(5)により，洗掘及び堆積の機構は $F, M, Exner$ の理論にしたがうとすると，

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{1}{\sigma} \int_7^{7+\delta} u dz \right) = 0 \quad (5.4.22)$$

となる。

以上(a)，(b)，(c)，(d)によつて，水流及び砂の輸送の運動方程式及び連続式について述べたが，式(5.4.3)及び

$$u_*^2 \vartheta = \int_7^{7+\delta} (u_0 - u) u dz, \quad u_m \delta = \int_7^{7+\delta} u dz \quad (5.4.23)$$

で定義される排除厚 δ^* ，運動量厚 ϑ 及び平均流速 u_m を導入すると，まず式(5.4.13)'は

$$\begin{aligned} -\delta \frac{\partial u_0}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (u_0 \delta^*) + (-u_0 \delta + u_0 \delta^* + 2u_0 \vartheta) \frac{\partial u_0}{\partial x} + u_0^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \\ = g \delta \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\tau_0}{\rho} - g \delta \left(\tau_0 - \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (5.4.13)''$$

となり，さらに式(5.4.20)'の關係を用いると，

$$\frac{\partial}{\partial t} (u_0 \delta^*) + (u_0 \delta^* + 2u_0 \vartheta) \frac{\partial u_0}{\partial x} + u_0^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \frac{\tau_0}{\rho} \quad (5.4.13)'''$$

となる。つぎに式(5.4.21)及び(5.4.22)はそれぞれ

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ u_0 (h - \delta) \} + \frac{\partial}{\partial x} (u_m \delta) = 0 \quad (5.4.21)'$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial u_m}{\partial x} = 0 \quad (5.4.22)'$$

となる。

上述の考察によつて，運動方程式は，境界層内及び層外の水の流れに対してそれぞれ式(5.4.13)'''及び式(5.4.20)'であり，砂の輸送に対して式(5.4.22)'で与えられる。また流れの連続方程式は式(5.4.21)'で与えられる。以上の四つの方程式をこの現象過程における基礎方程式とし，境界層内の流速分布が既知であるとする，未知量は h ， u_0 ， δ ， η の4箇となる。

つぎに仮定(1)に示したように，砂運河床は規則的な波形が一定の伝播速度でその形状が歪むことなく下流方向に移動するある種の波動現象であると考え，砂運の伝播速度と同じ速度で下流に移動する動座標に対してその波形は静止する。このような座標変換は，

$$\xi = (x - w_s t) \quad (5.4.24)$$

で与えられ¹³⁾ この座標系に対する基礎方程式の従属変数を，

$$\left. \begin{aligned} u_0(x, t) &= u_0(x - w_s t), & \tau_0(x, t) &= \tau_0(x - w_s t) \\ h(x, t) &= H(x - w_s t), & \theta(x, t) &= \Theta(x - w_s t) \\ \delta(x, t) &= \Delta(x - w_s t), & \delta^*(x, t) &= \Delta^*(x - w_s t) \\ u_m(x, t) &= u_m(x - w_s t), & u(x, t) &= u(x - w_s t) \\ \eta(x, t) &= \Gamma(x - w_s t), & v(x, t) &= v(x - w_s t) \end{aligned} \right\} \quad (5.4.25)$$

と命名する。ただし v は z 方向の水の速度とする。式(5.4.25)を基礎方程式(5.4.13)'''，(5.4.20)'，(5.4.21)'及び(5.4.22)'に入入すると，

$$-w_s \frac{d}{d\xi} (u_0 \Delta^*) + (u_0 \Delta^* + 2u_0 \Theta) \frac{du_0}{d\xi} + u_0^2 \frac{d\Theta}{d\xi} = -\frac{\tau_0}{\rho} \quad (5.4.26)$$

$$-w_s \frac{du_0}{d\xi} + u_0 \frac{du_0}{d\xi} = -g \frac{d}{d\xi} (\Gamma + H) + gJ_0 \quad (5.4.27)$$

$$-w_s \frac{dH}{d\xi} + \frac{d}{d\xi} \{ u_0 (H - \Delta) \} + \frac{d}{d\xi} (u_m \Delta) = 0 \quad (5.4.28)$$

$$-w_s \frac{d\Gamma}{d\xi} + \epsilon \frac{du_m}{d\xi} = 0 \quad (5.4.29)$$

が得られる。また式 (5.4.3) 及び (5.4.2.3) の定義にしたがうと排除厚、運動量厚及び境界層内の平均流速は、

$$U_0 \Delta^* = \int_{\Gamma}^{\Gamma+\Delta} (U_0 - U) dz, \quad U_0^2 \Theta = \int_{\Gamma}^{\Gamma+\Delta} (U_0 - U) U dz, \quad U_m = \frac{1}{\Delta} \int_{\Gamma}^{\Gamma+\Delta} U dz \quad (5.4.2.3)'$$

で与えられる。

以上によつて基礎方程式に含まれる従属変数は U_0 , H , Γ , Δ の 4 個であり、関係方程式も 4 個であるから、数学的に積分可能である。

(ロ) 基礎方程式の変形

基礎方程式の積分は一般に非常に困難である。ここでは仮定 (3) で述べたように、解析の第一歩として、境界層内の流れは層流であるとし、その流速分布がつぎの 3 次式で与えられるものとして基礎方程式を変形してみよう。¹⁴⁾

$$U - W_s = a + b(z - \Gamma) + c(z - \Gamma)^2 + d(z - \Gamma)^3 \quad (5.4.3.0)$$

ここに、 a , b , c , 及び d は係数であり、次の四つの条件、

$$\text{I} \quad z - \Gamma = 0, \quad U - W_s = 0$$

$$\text{II} \quad z - \Gamma = 0, \quad V = 0$$

$$\text{III} \quad z - \Gamma = \Delta, \quad U - W_s = U_0 - W_s$$

$$\text{IV} \quad z - \Gamma = \Delta, \quad \partial(U - W_s) / \partial(z - \Gamma) = 0$$

を満足するように決定するものとする。まず条件 I によつて、

$$a = 0 \quad (5.4.3.1)$$

となる。つぎに境界層内の流れに対する *Navier-Stokes* の運動方程式は、 x 方向について、

$$(-W_s + U) \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial U}{\partial(z - \Gamma)} = -g \frac{\partial}{\partial z} (H + \Gamma) + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial(z - \Gamma)^2} + g J_0 \quad (5.4.3.2)$$

であり、II の条件を入れると、

$$\left[\nu \frac{\partial^2 U}{\partial(z - \Gamma)^2} \right]_{z - \Gamma = 0} = g \frac{\partial}{\partial z} (H + \Gamma) - g J_0 \quad (5.4.3.3)$$

となる。したがつて条件 II の代りに式 (5.4.3.3) を式 (5.4.3.0) に代入すると

$$c = \frac{g}{2\nu} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (H + \Gamma) - J_0 \right\} \quad (5.4.3.4)$$

となる。条件 III, IV 及び式 (5.4.31), (5.4.34) によつて, b 及び d を求めると,

$$b = -\frac{\Delta g}{4\nu} \left\{ \frac{\partial}{\partial s} (H+\Gamma) - J_0 \right\} + \frac{3(U_0 - W_s)}{2\Delta} \quad (5.4.35)$$

$$d = -\frac{g}{4\nu\Delta} \left\{ \frac{\partial}{\partial s} (H+\Gamma) - J_0 \right\} - \frac{U_0 - W_s}{2\Delta^3} \quad (5.4.36)$$

となる。 a, b, c , 及び d を式 (5.4.30) に代入して整理すると,

$$\frac{U - W_s}{U_0 - W_s} = \left(-\frac{\lambda^*}{4} + \frac{3}{2} \right) \left(\frac{Z - \Gamma}{\Delta} \right) + \frac{\lambda^*}{2} \left(\frac{Z - \Gamma}{\Delta} \right)^2 + \left(-\frac{\lambda^*}{4} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{Z - \Gamma}{\Delta} \right)^3 \quad (5.4.37)$$

が得られる。ただし,

$$\lambda^* = \frac{\Delta^2 g}{\nu(U_0 - W_s)} \left\{ \frac{\partial}{\partial s} (H+\Gamma) - J_0 \right\} \quad (5.4.38)$$

とする。式 (5.4.37) によつて式 (5.4.23) ' の Δ^* , Θ , U_m 及び T_0/ρ
 $= \nu \{ \partial(U - W_s) / \partial(Z - \Gamma) \}_{Z - \Gamma = 0}$ を計算すると, それぞれ,

$$\Delta^* = \frac{\Delta(U_0 - W_s)}{U_0} \left(\frac{3}{8} + \frac{\lambda^*}{48} \right) \quad (5.4.39)$$

$$\Theta = \left\{ \frac{(U_0 - 2W_s)(U_0 - W_s)}{U_0^2} \left(\frac{5}{8} - \frac{\lambda^*}{48} \right) + \frac{W_s(U_0 - W_s)}{U_0^2} - \frac{(U_0 - W_s)^2}{U_0^2} \left(\frac{\lambda^{*2}}{1680} - \frac{19\lambda^*}{840} + \frac{17}{95} \right) \right\} \Delta \quad (5.4.40)$$

$$U_m = W_s + (U_0 - W_s) \left(\frac{5}{8} - \frac{\lambda^*}{48} \right) \quad (5.4.41)$$

$$\frac{T_0}{\rho} = \frac{\nu(U_0 - W_s)}{\Delta} \left(-\frac{\lambda^*}{4} + \frac{3}{2} \right) \quad (5.4.42)$$

が得られる。式 (5.4.39), (5.4.40), (5.4.42) を式 (5.4.26) に代入すると,

$$\Delta U_0 (2W_s - U_0) \frac{d\varphi_1}{ds} + \Delta U_0 (2W_s - U_0) \frac{d\varphi_2}{ds} + \Delta (W_s - U_0) (\varphi_2 + 2\varphi_3 - 2) U_0' +$$

$$U_0 (2W_s - U_0) (\varphi_2 + \varphi_3 - 1) \Delta' = \frac{\nu(U_0 - W_s) \varphi_1}{\Delta} \quad (5.4.43)$$

となる。ただし, $U_0' = dU_0/d\zeta$, $\Delta' = d\Delta/d\zeta$ とし, $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ につ

いては，

$$\varphi_1 = -\frac{\lambda^*}{4} + \frac{3}{2}, \quad \varphi_2 = \frac{3}{8} + \frac{\lambda^*}{48}, \quad \varphi_3 = \frac{\lambda^{*2}}{1680} - \frac{19\lambda^*}{840} + \frac{17}{35} \quad (5.4.4.4)$$

とする。一方式 (5.4.2.7) ~ (5.4.2.9) を ζ について積分すると，それぞれ，

$$-W_5 U_0 + \frac{U_0^2}{2} = -g(\Gamma + H) + 9J_0 \zeta + C_1 \quad (5.4.4.5)$$

$$-W_5 H + U_0(H - \Delta) + U_m \Delta = C_2 \quad (5.4.4.6)$$

$$-W_5 \Gamma + \epsilon U_m = C_3 \quad (5.4.4.7)$$

が得られる。ここに C_1, C_2 及び C_3 は積分常数とする。式 (5.4.4.6)，(5.4.4.7) に式 (5.4.4.1) を代入し， H 及び Γ を求めると，それぞれ，

$$H = \frac{C_2}{U_0 - W_5} + \Delta \varphi_2 \quad (5.4.4.8)$$

$$\Gamma = -\frac{C_3}{W_5} + \epsilon + \frac{\epsilon(U_0 - W_5)(1 - \varphi_2)}{W_5} \quad (5.4.4.9)$$

となる。式 (5.4.4.8) ， (5.4.4.9) を式 (5.4.4.5) に代入し， Δ を求めると，

$$\Delta = \left\{ \frac{C_1}{9} - \frac{C_2}{U_0 - W_5} - \frac{C_3}{W_5} + \frac{\epsilon W_5 + \epsilon(U_0 - W_5)(1 - \varphi_2)}{W_5} + \frac{29J_0 \zeta + 2U_0 W_5 + U_0^2}{29} \right\} \cdot \frac{1}{\varphi_2} \quad (5.4.5.0)$$

が得られる。また式 (5.4.3.8) ， (5.4.2.7) から $(H + \Gamma)$ を消去すると

$$\lambda^* = -\frac{\Delta^2 U_0'}{\nu} \quad (5.4.5.1)$$

となる。式 (5.4.5.1) から Δ' を計算するとともに，式 (5.4.4.4) によつて $d\varphi_2/d\zeta$ ， $d\varphi_3/d\zeta$ を計算して，これらを式 (5.4.4.3) に代入して， $d\lambda^*/d\zeta$ について解くと，

$$\frac{d\lambda^*}{d\zeta} = \left\{ -\Delta(W_5 - U_0)(\varphi_2 + 2\varphi_3 - 2)U_0' + \frac{\Delta U_0 U_0''(2W_5 - U_0)(\varphi_2 + \varphi_3 - 1)}{2U_0'} + \frac{\nu(U_0 - W_5)\varphi_1}{\Delta} \right\} / \left\{ \frac{\Delta U_0(2W_5 - U_0)}{48} - \frac{\Delta U_0(2W_5 - U_0)(13 + 4\varphi_1)}{840} - \frac{\nu U_0(2W_5 - U_0)(\varphi_2 + \varphi_3 - 1)}{2\Delta U_0'} \right\} \quad (5.4.5.2)$$

となる。以上によつて，関係方程式は (5.4.5.0) ， (5.4.5.1) ， (5.4

52) となり，未知量は λ^* ， Δ ， U_0 ，である。関係式は非常に複雑でありまた現象の実験的解析が十分でないために，基礎方程式のすべてを積分するに至っていない。ここでは上述の解析結果をもとにして，砂澁河床の二，三の特性を説明することにする。

i) 式 (5.4.4.5)，(5.4.4.6) 及び (5.4.4.7) はそれぞれ境界層外の運動方程式，流れの連続方程式及び流砂の連続方程式を表わし，動座標 ζ について積分した関係式である。したがって C_1 ， C_2 及び C_3 は ζ に関して常数であり，特に C_2 及び C_3 はそれぞれ動座標 ζ からみた場合の見掛けの流量 q' 及び見掛けの流砂量 q_B' をあらわし，それぞれ

$$q' = -W_s H + U_0(H - \Delta) + U_m \Delta \quad (5.4.5.3)$$

$$q_B' = -W_s \Gamma + \epsilon U_m \quad (5.4.5.4)$$

で与えられる。

ii) 動座標に関して砂澁の波形は静止するとともに，式 (5.4.4.7) から明らかなように砂面高 Γ は境界層内の平均流速 U_m とともに直線的に増大する。換言すると，砂面高 Γ が増大するとともに U_m が増加し，したがって流砂量が増大する。これより流砂量は砂澁の頂部で最大，谷部で最小となることがわかる。

iii) 砂澁のスケールに比較して，水深が十分に深い場合は $H + \Gamma \approx$ 一定としてよいであろう。この場合には砂面高 Γ の増大とともに H が減少する。式 (5.4.4.6) によると， H が減少すれば流量 $q = U_0(H - \Delta) + U_m \Delta$ は減少するはずである。また式 (5.4.4.5) によると，

$$U_0 = W_s + \sqrt{W_s^2 + 2gJ_b S + 2C_1} \quad (5.4.5.5)$$

となり， U_0 は ζ とともに増大する。この場合の境界層厚 Δ は，

$$\Delta = \frac{U_0 H - q}{U_0 - U_m} = \frac{\Delta^* U_0}{U_0 - U_m} \quad (5.4.5.6)$$

によつて与えられる。

iv) 境界層は砂澁の頂部付近において剝離すると思われるが，剝離の条件 $\{\partial(U_0 - W_s)/\partial(Z - \Gamma)\}_{Z - \Gamma = 0} = 0$ によると，剝離点では $\lambda^* = 6$ となる。

式 (5.4.5.1) または式 (5.4.3.8) で示される λ^* は式 (5.4.2.7)，(5

4.1.2) 'によつて、

$$\lambda^* = \frac{\Delta(dp/ds) - \rho g \Delta T_0}{\mu(U_0 - W_3)/\Delta} \quad (5.4.57)$$

となり、式(5.4.42)によると、

$$\frac{\lambda^*}{-\lambda^*/4 + 3/2} = \frac{\Delta(dp/ds) - \rho g \Delta T_0}{T_0} \quad (5.4.58)$$

となる。式(5.4.58)によると、 λ^* は圧力上昇と水の自重による力との差の摩擦応力に対する比の関数であることがわかる。砂面の摩擦応力に対し、圧力上昇によつて上述の比の値がある限界を超えると、境界層は剝離する。この限界は $\lambda^* = 6$ に対応している。式(5.4.57)によると、砂面の背面では $\partial P/\partial \zeta < 0$ であるから、 λ^* はつねに負であるが、剝離点の直前では $\partial P/\partial \zeta$ が負から正へ変化し、常に正の値をとることがわかる。このことは式(5.4.51)によると、剝離点の直前で U_0 が極大をとることを意味しており、図-(5.4.3)で示した実験値の傾向と一致していることは興味深い。

第 5 節 結 語

第 1 節では砂澁河床に関する研究がどのような立場からどの程度まで進められているかを明らかにし、従来の研究を批判して、開水路における砂澁河床の状態は無次元掃流力 ψ のほかに流れの *Froude* 数 F_R が現象を支配する重要な無次元量であることを指摘した。第 2 節では第 1 章の実験、安芸博士および *Gilbert* らの実験資料のうち、砂澁河床の状態における資料のみを対象として、この現象過程の物理的特性を次元解析的に考察した。得られた重要な関係式を再記しよう。

開水路水流における砂澁河床の状態を規定する無次元関数形として、

$$\frac{U_m}{U_{R*}}, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = \pi_4 \left\{ F_R, \psi, \frac{R}{d} \right\} \quad (5.5.1)$$

で示される五つの関係式を得た。実験値によつておのこの関数形を解析し、水流の抵抗法則、流砂量公式及び砂澁の波動特性をあらわす関係式として、それぞれ

$$\frac{U_m}{U_{R*}} = -13.4 + 9.03 F_R - 10.8 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (5.5.2)$$

$$\Phi = 6.1 (F_R)^{1.45} (\psi)^{1.84} \quad (5.5.3)$$

及び

$$\left. \begin{aligned} \frac{\lambda_s}{R} &= 5.8 - 30.4 F_R - 19.8 \log \psi \\ \frac{\Delta H}{\lambda_s} &= 0.149 + 0.031 F_R + 0.12 \log \psi \\ \frac{W_s}{W} &= 0.001 + 0.072 F_R + 0.032 \log \psi \end{aligned} \right\} \quad (5.5.4)$$

を得た。すなわち無次元掃流力 ψ とともに *Froude* 数 F_R が、この現象過程に対してどのような効果をもつかを実験的に明らかにしたわけで、無次元相当粗度 k_s/d は ψ の増加とともに増加するが、 F_R の増加によつて減少すること、 Φ 、 $\Delta H/\lambda_s$ 、 W_s/W は ψ が一定であつても F_R とともに増加することなどを示した。

つぎに開水路水流における砂澁河床の状態を規定する無次元関数形として、

$$\frac{U_m}{U_*}, \frac{\Delta H}{R}, \frac{\lambda_s}{R}, \frac{W_s}{W}, \Phi = f_3 \left\{ \psi, Re, \frac{R}{d} \right\} \quad (5.5.5)$$

で示される五つの関係式を得た。実験値によつて、おのおのの場合の関数形を解析し、水流の抵抗法則、流砂量公式及び砂澁の波動特性をあらわす関係式として、それぞれ

$$\frac{U_m}{U_*} = -18.70 + 3.4 \log Re - 9.0 \log \psi + 5.75 \log \frac{R}{d} \quad (5.5.6)$$

$$\log \Phi = -29.14 + 3.28 \log \psi + 7.55 \log Re \quad (5.5.7)$$

及び

$$\left. \begin{aligned} \frac{\lambda_s}{R} &= -26.8 + 26.3 \log Re \\ \frac{\Delta H}{R} &= 25.27 - 6.31 \log Re \\ \frac{\Delta H}{\lambda_s} &= 2.29 - 0.56 \log Re \\ \frac{W_s}{W} &= -0.55 + 0.14 \log Re \end{aligned} \right\} \quad (5.5.8)$$

を得た。すなわちこの現象過程では無次元掃流力 ψ のほかに *Reynolds* 数 Re の効果が非常に重要であり、 λ_s/d は ψ とともに増加するが、 Re の増加によつて減少すること、 Φ は ψ が一定でも Re によつて増加すること及び λ_s/R 、 $\Delta H/R$ 、 W_s/W は主として Re に支配されることを示した。

つぎに第3節では第2節で得られた結果を、開水路と閉水路という異つた立場から比較し、間接的に自由水面の存在がどのような水理学的効果をもつかを明らかにした。その結果、現象の本質的機構は同じであるが、閉水路における *Reynolds* 数の効果は開水路における *Froude* 数のそれと相対応していることを示した。

第4節ではまず第3章開水路実験 - B III の実験資料を解析し、砂澁の形状をもつた固定床上の水流の特性を実験的に解析した。その結果、砂澁の背面に沿つた境界層の厚さ δ 、排除厚 δ^* はともに下流方向に減少していくこと、主流の流速 u_0 、境界層内の流速分布を式(5.4.4)とした場合の n はともに下流方向に増大することを明らかにした。つぎにこのような実験結果を基礎にし、若干の仮定のもとに砂澁河床の状態における流れの基礎方程式を誘導した。

さらにこれを解析して、砂澁の伝播速度と同じ速度で下流方向に移動する動座標を導入し、この動座標に関して砂澁の波形がどのような特性をもつかを考察した。その結果、砂面高が増大すると、境界層内の平均流速が増大するとともに流砂量が増大すること、主流の流速は動座標とともに増大するが、境界層が剝離する直前で極大値をもつことを明らかにした。しかし、境界層の厚さ及び砂面上の摩擦応力の特性についてはまだ十分に解析が進んでいない。将来の研究に期待する次才である。

参 考 文 献

- 1) H.K.Liu : Discharge formula for Straight Alluvial Channels, Proc. ASCE, HY. 11. November, 1959. PP. 66~97.
- 2) 椿東一郎, 古屋朝治 : 流砂ある河川に於ける流速法則に就いて, 九大流体力学研究所報告, 第7巻第4号, 1951, PP. 8~24.
- 3) G.K.Gilbert : The Transportation of Debris by Running Water, United State Geological Survey Professional Paper, No. 86, 1914. PP. 1~259.
- 4) 椿東一郎 : 水路床砂礫の掃流量について, 九大流体力学研究所報告第7巻, 第4号, 1951. PP. 25~28.
- 5) H.A.Einstein : Formulas for transportation of bed load, Trans. ASCE, Vol. 107, 1942. PP. 561~597.
- 6) A.G.Anderson : The Characteristics of Sediment Waves formed by Flow in Open Channels, Pro. 3rd Midwestern Conference on Fluid Mechanics, 1953, PP. 379~395.
- 7) 石原藤次郎編 : 応用水理学, 中I, 1958, P. 39.
- 8) 安芸岐一 : 河相論, 1944, P. 28.
- 9) 岩垣雄一 : 前出の文献7) . P. 63.
- 10) Einstein : 前出の文献5)
- 11) A.A.Kalinske : Movement of Sediment as bed Load In Rivers, Trans. AGU, Vol.28, No.4, 1947, PP.615~620.
- 12) F.M. Exner : Über die Wechselwirkung Zwischen Wasser und Geschiebe in Flüssen, Sitzberichte der Academie der Wissenschaften, Wien, Heft 34, 1925.
- 13) 岩垣雄一 : 雨水流による地面浸食機構に関する基礎的研究, 昭和30年9月, P. 3~46
- 14) 岡本哲史 : 応用流体力学, 昭和28年3月, P. 168.

以上本論文は、移動床をもつた河川の流れを対象とし、水流によつて引き起こされる土砂の輸送、河床の変形、及びこれらが水流におよぼす効果などの諸現象を水理学的立場から解明しようとしたものである。河床の変形、とくに鉛直方向の変形に着目して、その変形過程を、平面河床第Ⅰ、同第Ⅱ、同第Ⅲ、砂澁への遷移河床、砂澁河床、砂堆河床、平滑への遷移河床、平滑河床、遡上砂堆河床の9段階に区分するとともに、本論文の研究範囲としては、砂澁への遷移河床の初期、すなわち砂澁の発生限界を中心として、平面河床第Ⅰから平滑河床に至る現象をその対象とした。研究方法としては、対象とする現象範囲について詳細な水路実験を実施し、これを現象論的に考察するとともに、次元解析の方法によつて現象の大要を把握し、その結果にもとづいて理論的な解析を実施する方法をとつた。その成果を要約するとつぎのようである。

まず第1章では、平面河床第Ⅰから平滑河床に至る諸現象の実験を詳細に述べた。実験は開水路実験と閉水路実験とからなる。開水路実験はまたその実験の特性によつて実験-AⅠ、AⅡ、AⅢ、BⅠ、BⅡ、BⅢに分類される。実験-AⅠは平面河床第Ⅰ、同第Ⅱ、および同第Ⅲなどの現象段階をその主要な実験対象としており、実験-AⅡ及びAⅢはそれぞれ砂澁への遷移河床すなわち砂澁の発達過程と、砂澁河床及び平滑河床をその主要な実験対象としている。また実験BⅠは閉水路における同様の実験との比較を主要な目的としており、内容的には平面河床第Ⅰから平滑河床に至る現象段階を実験対象としている。つぎに実験-BⅡ、BⅢはいずれも模型河床の上を流れる水流をその対象としており、前者は平面河床、後者は砂澁河床の実測資料を、その模型製作上の基礎資料としている。つぎに閉水路実験は、いずれも矩形断面一様水路を用い、実験-a、b、cに分類される。実験-a、cはそれぞれ平面河床第Ⅰおよび砂澁への遷移河床をその実験対象としており、実験-bは平面河床第Ⅱ同第Ⅲ、砂澁河床、および平滑河床などをその対象としている。本章で得られた実験値は、第2章以後で詳述する現象の解析のための基礎資料となつている

わけで、ここでは現象の観察及び実験値の系統的整理によつて得られた実要な事項を、主として現象論的立場から追求し、次のような興味ある結果を得た。

第1に砂面変形の特性に影響をもつ要素、すなわち砂の粒径、形状、混合状態などのうち、とくに重要な効果をもつものは砂の粒径である。そして砂面変形の特性別に、実験砂を中央粒径によつて分類すると、つぎの三つの群、

第 1 群 $d_{50} = 0.1 \sim 0.7 \text{ mm}$

第 2 群 $d_{50} = 0.7 \sim 1.0 \text{ mm}$

第 3 群 $d_{50} = 1.0 \sim 3.0 \text{ mm}$

に分けることができるようである。第1群の砂は砂面変形が容易であるが、第3群の砂は砂面変形を発生しがたい。そして第2群の砂は前二者の中間の特性をもっている。すなわち第1、第3群の砂では、砂面変形の難易に関して、砂の形状、混合特性などによる相違はあらわれず、中央粒径の効果のみが顕著にあらわれる。これに反し、第2群の砂では、その形状およびその混合特性によつて砂面波形の特性が違い、均等比が1に近いほど、波長が長く、かつ波高が小さいようである。

第2は平面河床から砂澁河床への遷移過程について、一般に二つの異なつた生成過程が存在することである。その1は局部洗掘が発達し、それが下流へ伝播する場合で、その2は流れ自身のもっている特性として、砂澁の発生限界を越える流れの状態が与えられた場合である。そして終局的に得られた砂澁河床の状態は、それが生成されてきた過程にかかわりなく、そのときの流量によつて規定される平衡状態に到達するようである。本論文では主として後者による砂面変形を考察の対象としている。

第3に砂澁の発生限界を与える流量を Q_{CR} とし、 $Q > Q_{CR}$ で示される流量 Q が与えられたときは、砂面変形は流れ方向にほぼ直角の軸をもつ渦動の生成と相まつて発達する。発生初期の砂面変形はかなり規則的であり、長い緩勾配の上流側背面、急勾配で短かい下流側背面をもち、急峻な波頂線は流れ方向にほぼ直角である。砂澁は時間の経過とともに漸次発達し、砂澁河床または砂堆河床に生長するのであるが、砂面変形が進むにしたがつて、砂面波高および波長は増大し、伝播速度は減少してくる。砂澁河床または砂堆河床では、砂澁または砂堆の上流側背面が洗掘され、頂部に達した砂の粗いものは転落し、細

かいものは渦動によつて巻きあげられる。このようにして砂澁あるいは砂堆は徐々に下流方向に移動する。砂面変形の発生初期における水面は、その水深が浅いほどはげしい変動をともなうが、砂澁河床または砂堆河床の状態に到達すると、水面はかなり平穩になる。

第4に砂澁河床は、流量を段階的に増加させるとき、水深の増加によつて変形し、つぎの段階の砂澁河床に到達するまで生成発達する。水深の増加による砂澁河床の波形特性の変化に関し、一般的に述べると、波高、伝播速度は一定の水面勾配に対して水深とともに増大し、一定水深に対しては水面勾配が急になるほど増大する。また伝播速度は一定の水面勾配に対し水深の増加とともに減少し、一定水深に対しては水面勾配が大きくなるほど減少するようである。

第5として、 $Q > Q_{cR}$ で示される流量に対し、河床勾配 J 、水面勾配 S 、水深 h などの場所的平均量の時間的変化の傾向を一般的に述べると、平面河床の状態では $J_0 = S_0$ 、 $h_0 =$ 一定、砂澁への遷移河床の状態では $S_1 > J_1 > S_0 = J_0$ 、 $h_{m1} > h_0$ 。砂澁河床または砂堆河床の状態では $S_2 = J_2 > S_0 = J_0$ 、 $h_{m2} > h_0$ となるようである。

第6として、自由水面の存在が砂澁の発生、発達に関してどのような水理学的効果をもつかを実験的に明らかにするため、移動床をもつた矩形断面閉水路を用いて同様の実験を試みたが、その成果についてのべよう。まず閉水路でも、開水路と同様の生成原因によつて砂澁が発生することが確かめられた。すなわち、局部洗掘が与えられた場合と、水流の状態が砂面変形の発生に必要な限界を超えた場合とにわけられるが、終局的に得られた砂澁河床の状態はそれが生成されてきた過程にかかわりなく、そのときの流量によつて規定される平衡状態に到達するようである。閉水路における砂面変形の特性として、つぎのことは興味あることである。すなわち、局部洗掘が原因でその付近に発生した砂面変形は、一般に規則的に下流方向に伝播する。また $Q > Q_{cR}$ で示される流量に対して、砂澁への遷移河床の状態における砂面変形の波長、波高、伝播速度は時間の経過とともに増大する。

第2章では、平面河床第I、同第II、同第IIIの状態に着目し、開水路と閉水路のおのこの場合について、流れの抵抗法則および流砂量を次元解析の方法

によつて解析し，おのこの現象過程を支配するそれぞれの無次元量について考察した。その結果にもとづいて従来の研究を批判するとともに，第1章で得た著者の実験資料，*G. K. Gilbert*，安芸博士らの実験資料のうち，平面河床の状態で作られた資料のみを対象として，おのこの現象過程における流れの抵抗法則の実験式を提案し，つぎのことを明らかにした。平面河床第I及び同第IIの現象過程の研究は平面河床第IIIのそれを追求する準備としてなされた。したがつて本章の主目標は平面河床第IIIである。ここではその現象過程で得られた重要な成果について述べよう。開水路においては，無次元量 U_m/U_R^* ， R/d ， ψ のほかに $U_R^* d/\nu$ 及び F_R などが重要であり，無次元量 U_m/U_R^* は一般に F_R 及び $U_R^* d/\nu$ の増大によつてそれぞれ増加及び減少するようである。また閉水路では，無次元量 U_m/U^* ， R/d ， ψ によつて支配され， U_m/U^* は一般に R/d ， ψ の増加によつてそれぞれ増加または減少する。つぎに平面河床第IIIの状態における流砂量について，河床の物質，すなわち水で飽和された砂を一つの流体と考え，この流体模型の流動を理論的に考察し，上述の次元解析の結果を導入して，この現象過程における流砂量公式を提案し， $d=1.0$ mm 付近の砂は移動しやすいこと，従来の実験公式の適用限界は $\psi > 1.0 \times 10^{-1}$ とすることが合理的であること，及び，流砂量公式に対して現象過程の推移に関係した無次元量 U_m/U_R^* の効果を導入する必要があることを明らかにした。

第3章では，まず砂澱への遷移河床の限界状態，すなわち砂澱の発生限界を河床の不安定性の問題として，これに微小振動の方法を適用することの水理学的意義を明らかにするとともに，砂澱への遷移河床の初期の状態における水流の基礎方程式及び流砂量の法則を，開水路及び閉水路のおのこの場合について考察した。そしてこれらの基礎方程式を用い，開水路及び閉水路における河床の不安定性を微小振動法によつて理論的に取り扱った。つぎにこの河床の不安定性に関する一般理論に，第2章で得られた平面河床第IIIの状態における水流の抵抗法則を適用し，下流及び上流に伝播する砂面波形のおのこの場合について，河床の不安定性を詳細に検討した。その結果，開水路における砂面の不安定性は一般に U_{m0}/U_{R0}^* ， F_R ， λ ， B_1 または $U^* d/\nu$ に関係し，閉水路では U_{m0}/U_{*0} ， Re ， $(D-\eta_0)/B$ ， n_1 ， B_1 または $U^* d/\nu$ に関係することを

示した。

つぎに下流方向に伝播する微小波形を対象とした砂面の不安定性が砂澁の発生限界を与えるものとみなし、第1章の実験資料によつて関係する無次元量を評価すると、砂澁の発生限界に関する限り、 $U_{mo}/U_{*o}, B_1$ あるいは U_{*od}/ν が最も重要な無次元量であり、開水路水流における発生限界は $U_{mo}/U_{*o} = 5B_1$ となつて、 $U_{mo}/U_{*o} > 5B_1$ の状態では砂澁が発生しないことを明らかにした。ただし、 U_{*od}/ν が50より大きい、小さいによつて、 B_1 はそれぞれ2.99および1.0とする。また閉水路水流における発生限界は $U_{mo}/U_{*o} = 4.98B_1$ であり、砂澁が発生するためには $U_{mo}/U_{*o} < 4.98B_1$ が必要であることを示した。ただし $U_{*od}/\nu < 50$ の場合は、 $B_1 = 1.89$ としてよい。以上の結果を第1章で述べた著者の実験資料および *Gilbert*、安芸博士両氏の実験資料によつて検証し、砂澁の発生限界の機構は、上述のような方法によつて得られた河床の不安定性理論によつて、かなりよく説明しうることを明らかにした。

さらに上述の結果を、開水路および閉水路という立場から比較して、自由水面の存在が砂澁の発生におよぼす効果を追求し、砂澁は自由水面の存否にかかわらず水流および流砂のある特定の条件が満足されるときに常に発生すること、換言すれば、開水路における自由水面の存在は砂澁が発生するための必須の条件ではないと推論してよいことを示した。また砂澁の発生限界に関しては、 U_{*o}^2 の関数特性が重要であることを示し、開水路及び閉水路のそれぞれにおいて、 h_o または η_o を一定とすると、砂澁の発生はそれぞれ相対応した限界値 $\{U_{*o}^2(U_{mo}, h_o)\}_c, \{I_o(U_{mo}, h_o)\}_c$ および $\{U_{*o}^2(U_{mo}, \eta_o)\}_c, \{I_o(U_{mo}, \eta_o)\}_c$ から出発することを確認した。

第4章では、砂澁への遷移河床、すなわち砂澁の発達過程に着目し、次元解析の方法によつて、この現象過程を支配する無次元量について考察した。その結果、開水路及び閉水路について、無次元の従属変数 $U_m/U_*, \Delta H/R, \lambda_s/R, W_s/W, \Phi, \psi$ はそれぞれ独立変数 $F_R, Re, U_{mt}/d$ 及び $Re, U_{mt}/d$ の関数として与えられることを明らかにした。さらに第I章の実験値を解析することにより、 $t^* = (U_m R/\nu)^m (U_{mt}/d)$ で示される無次元量がこの現象過程に対して非常に重要であることを確かめ、開水路及び閉水路のおのおの場合に

おける水流の抵抗法則を提案した。つぎに砂澱の発達過程を理論的に取り扱う場合の指針について著者の考えを明らかにし、開水路および閉水路について、それぞれ河床変形の第一次近似解を与える基礎微分方程式について考察するとともに、閉水路については初期条件 $[\eta']_{t=0} = f(x)$ を満足する解を与えた。

第5章では、平衡に到達した砂面変形、すなわち砂澱河床または砂堆河床の状態に着目し、この現象過程の水理学的特性を次元解析的に考察した。その結果開水路及び閉水路について無次元従属変数 U_m/U^* , $\Delta H/\lambda_s$, λ_s/R , W_s/W , Φ はそれぞれ $F_R, \Psi, R/d$ 及び $Re, \Psi, R/d$ の関数として与えられることを示すとともに、従来の研究を批判して、開水路における砂澱河床の状態は、無次元掃流力 Ψ または R/d のほかに、流れの *Froude* 数 F_R が現象を支配する重要な無次元量であることを指摘した。

さらに、第1章の実験、安芸博士および *Gilbert* らの実験資料のうち、砂澱河床の状態における資料のみを対象として解析し、おのこの従属変数の実験式を提案することにより、無次元相当粗度 ks/d は Ψ の増加とともに増加するが、 F_R の増加によつて減少すること、 Φ , $\Delta H/\lambda_s$, W_s/W は Ψ が一定であつても F_R とともに増加することを明らかにした。また閉水路における砂澱河床を第1章の実験値によつて解析し、おのこの従属変数の実験式を提案することにより、この現象過程では無次元掃流力 Ψ のほかに *Reynolds* 数 Re の効果が非常に重要であり、 ks/d は Ψ とともに増加するが、 Re の増加によつて減少すること、 Φ は Ψ が一定でも Re によつて増加すること、及び λ_s/R , $\Delta H/R$, W_s/W は主として Re に支配されることを示した。

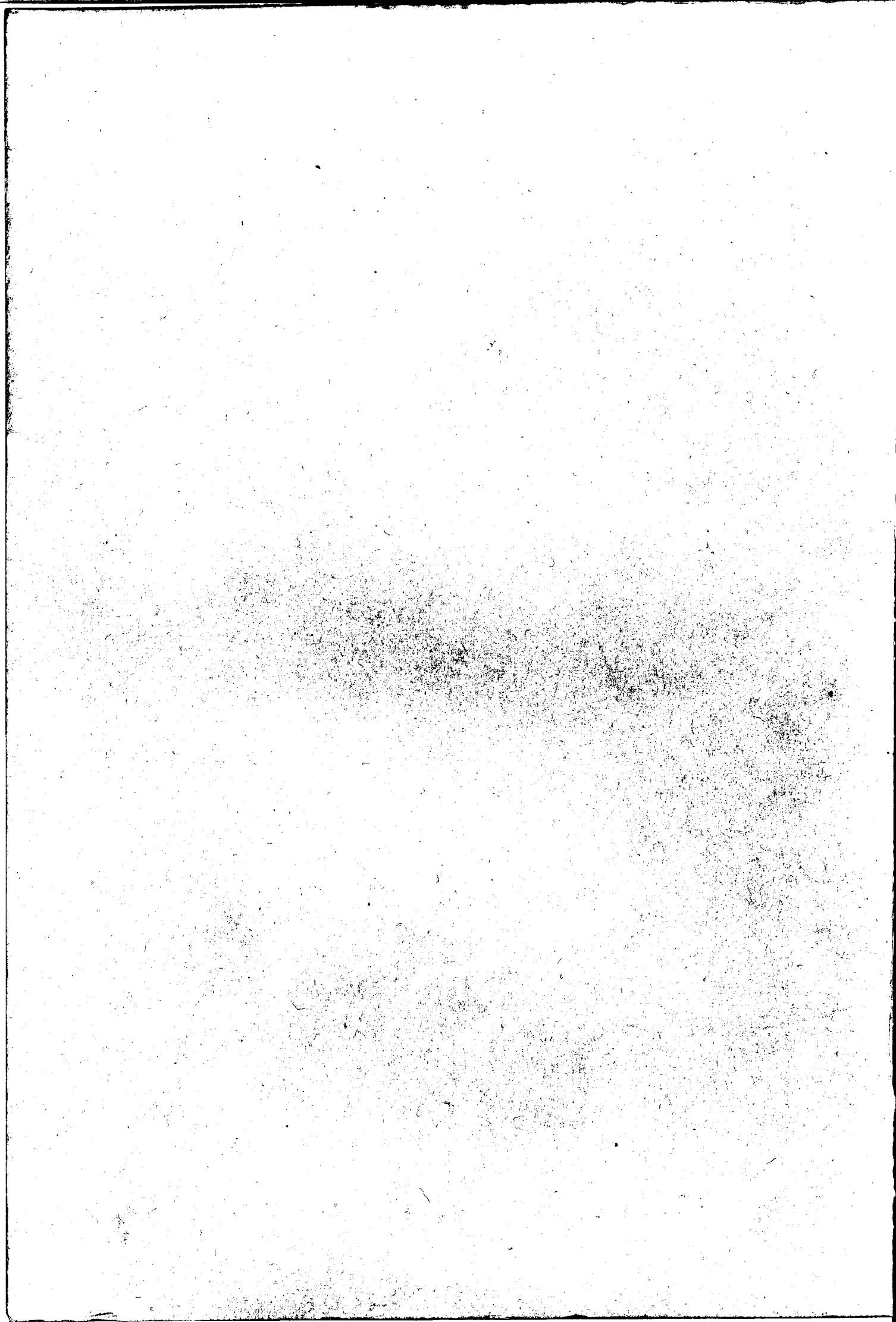
最後に第1章開水路実験 - B III の実験資料によつて、砂澱の形状をもつた固定床上の水流の特性を実験的に解析し、その結果を基礎にして、若干の仮定のもとに砂澱河床の状態における流れの基礎方程式を誘導した。

さらに、砂澱の伝播速度と同じ速度で下流方向に移動する動座標に関して、基礎方程式を変形し、それにもとづいて二、三の砂澱の特性を考察した。その結果、砂澱の高さが増大するとともに流砂量が増大すること、主流の流速は動座標とともに増大するが、境界層が剥離する直前で極大値をもつことなどを明らかにした。

以上を要するに、著者は移動床水路の水流、流砂及び河床変動の機構に関連して、砂が移動を開始してから砂澱河床及び平滑河床の状態にいたるまでの水

理学上の基礎的諸問題を系統的に論じた。その結果、現代土砂水理学上の基本的な重要問題の一つである砂澱の発生限界に対し、その機構を力学的に解明するとともに、平面河床才Ⅲ、砂澱の発達過程、砂澱河床など、河川水理学における河床変動の問題に対して、かなりの成果をあげることができた。国土の開発ならびに防災上から河川の合理的設計が強く呼ばれている現在、著者の研究成果は土砂水理学の進展、ひいては河道設計の指針に対して、大いに貢献するものと信じている。

以上本論文の内要を要約して結論としたが、終りにのぞみ本研究に対して終始御熱心な御指導を賜わった京都大学石原藤次郎教授、同防災研究所岩垣雄一教授および同石原安雄教授並びに神戸大学田中茂教授に対して衷心より深甚の謝意を表するとともに、実験および実験資料の整理に対して御協力いただいた神戸大学関係職員、同卒業生、並びに学生諸氏に対して深謝する次第である。



砂漣の水理学的特性に関する研究

〔図面，写真及び附表〕

昭和36年8月

松 梨 順 三 郎

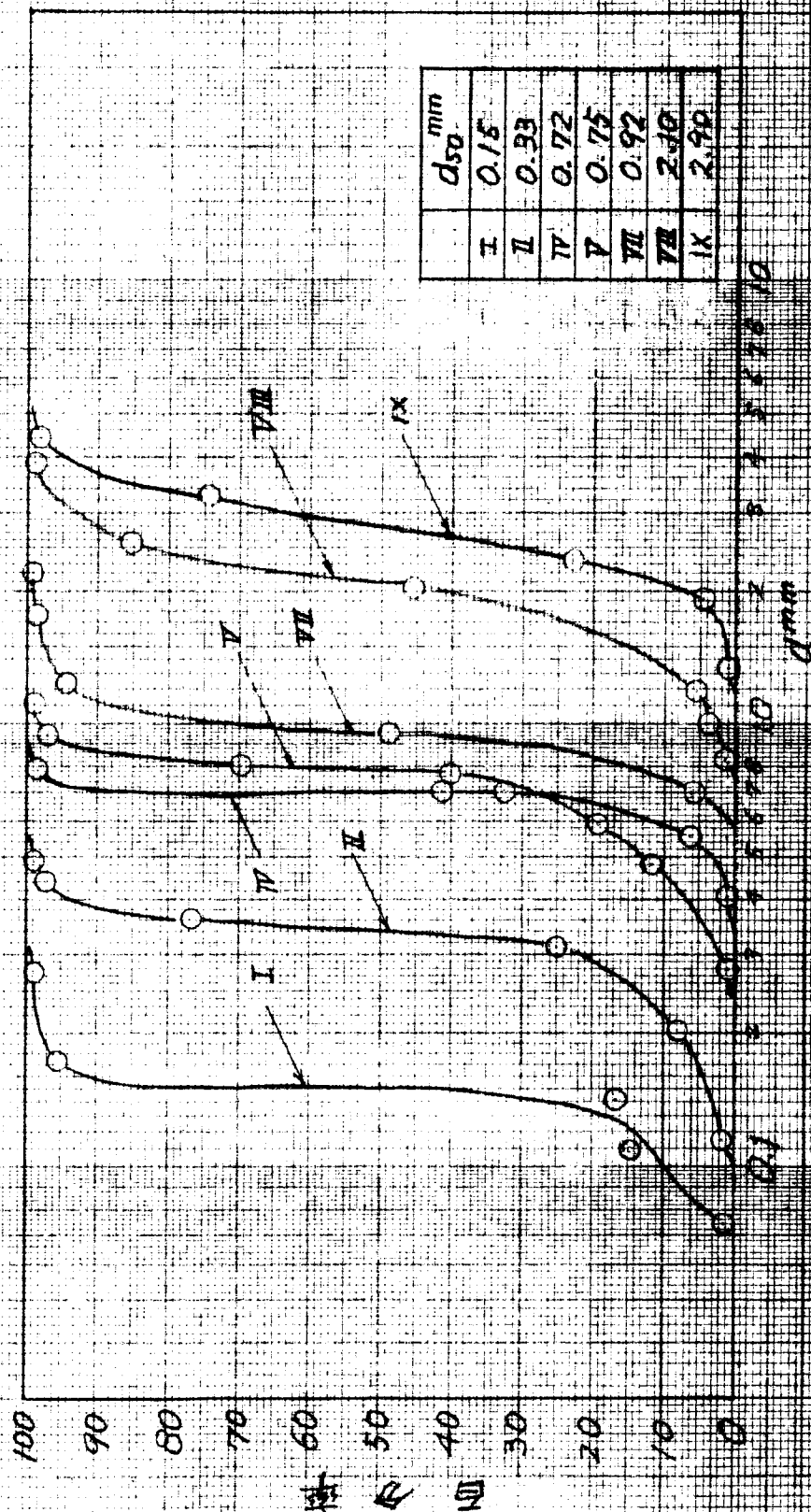
砂漣の水理学的特性に関する研究

1. 図 面

2. 写 真

3. 付 表

图-(1.2.1) 粒径加种曲线



圖(1.2.3) 水質分配校核圖

$J_0 = 1/500$

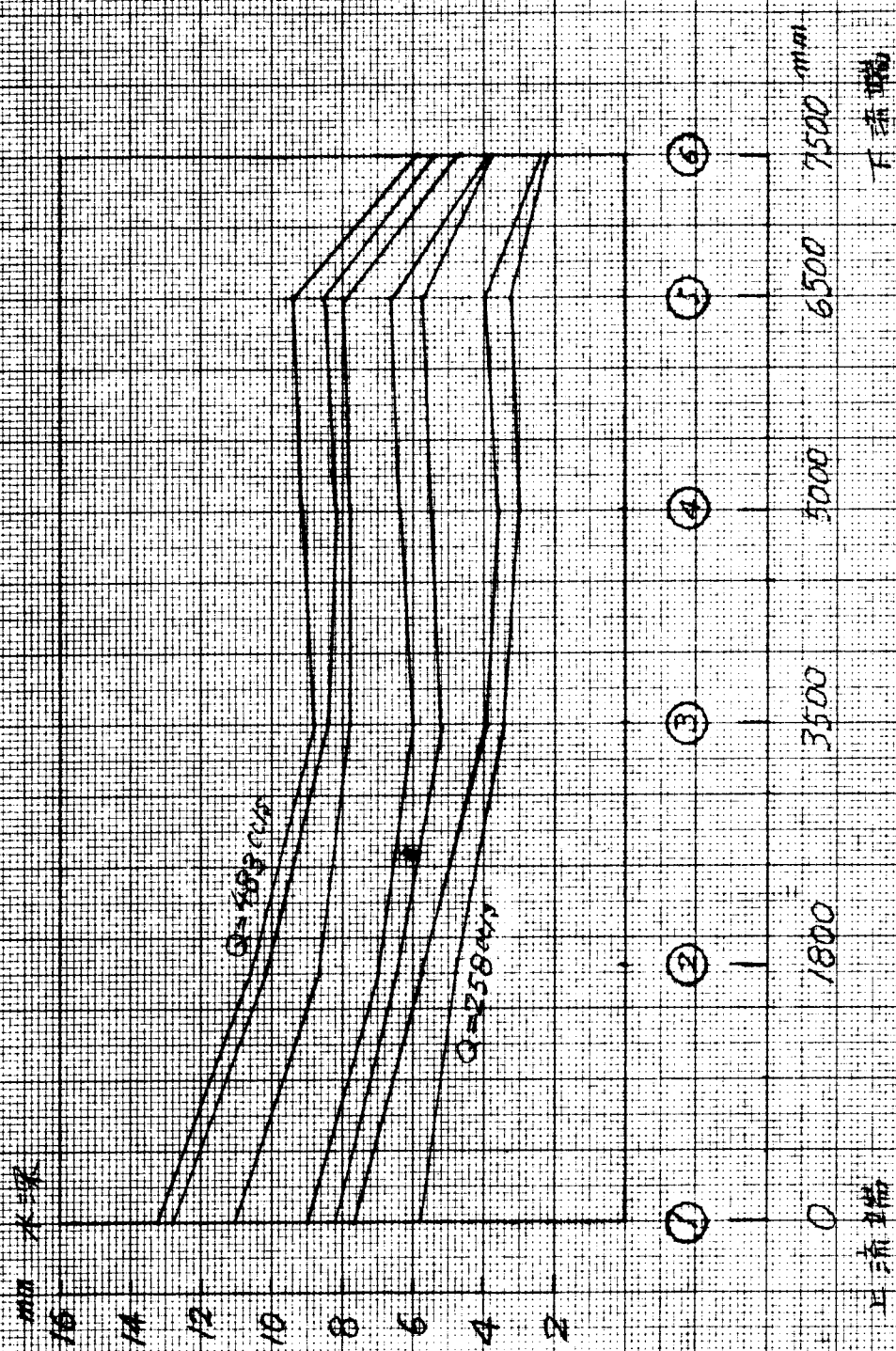
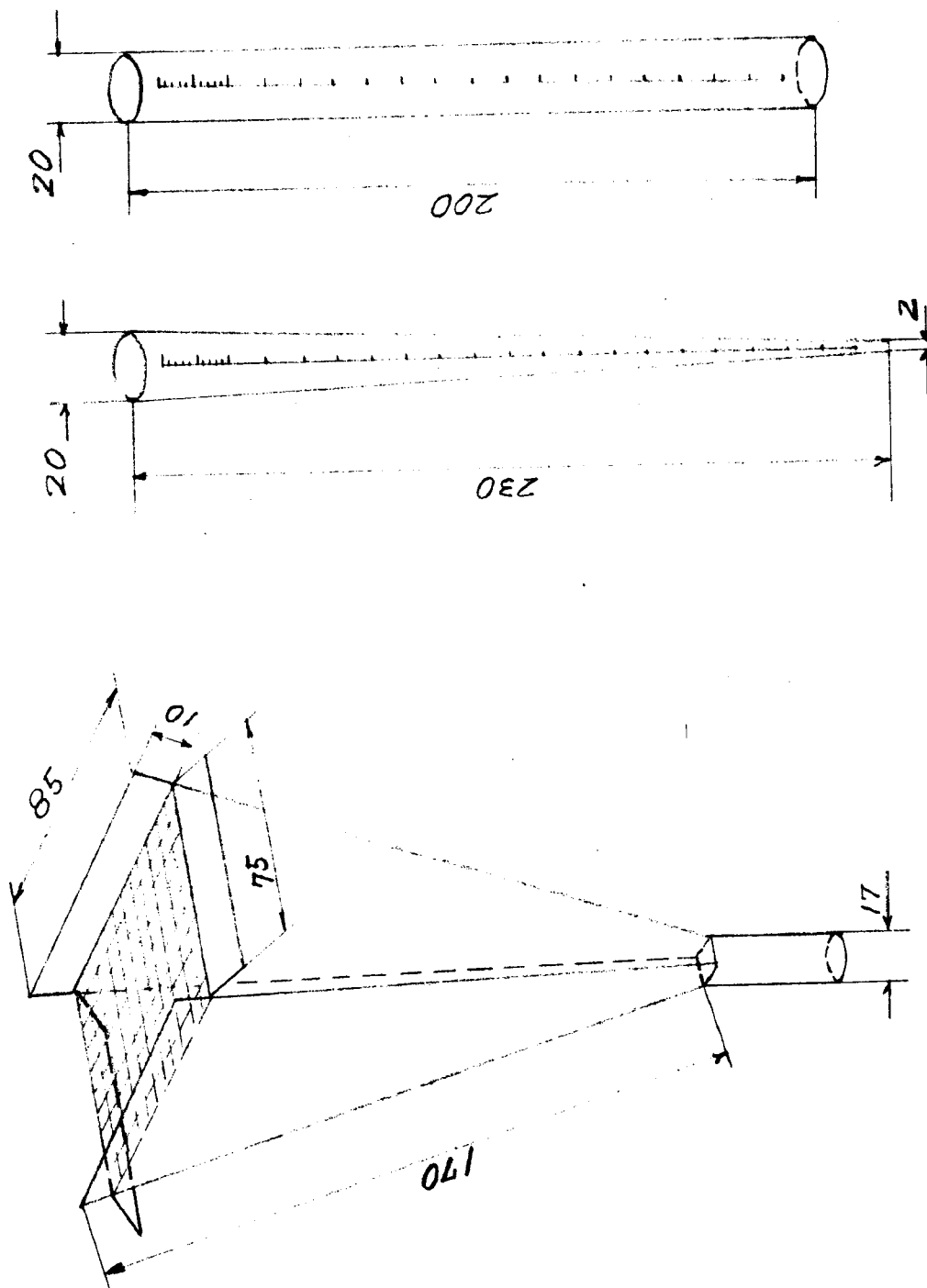


図-1.2.4) 採砂装置 (単位: mm)

スリッパ

採砂器



圖(1.2.5) 平均流速と水深の關係
實驗砂Ⅰ, $J_0 = 2.5 \times 10^{-3}$

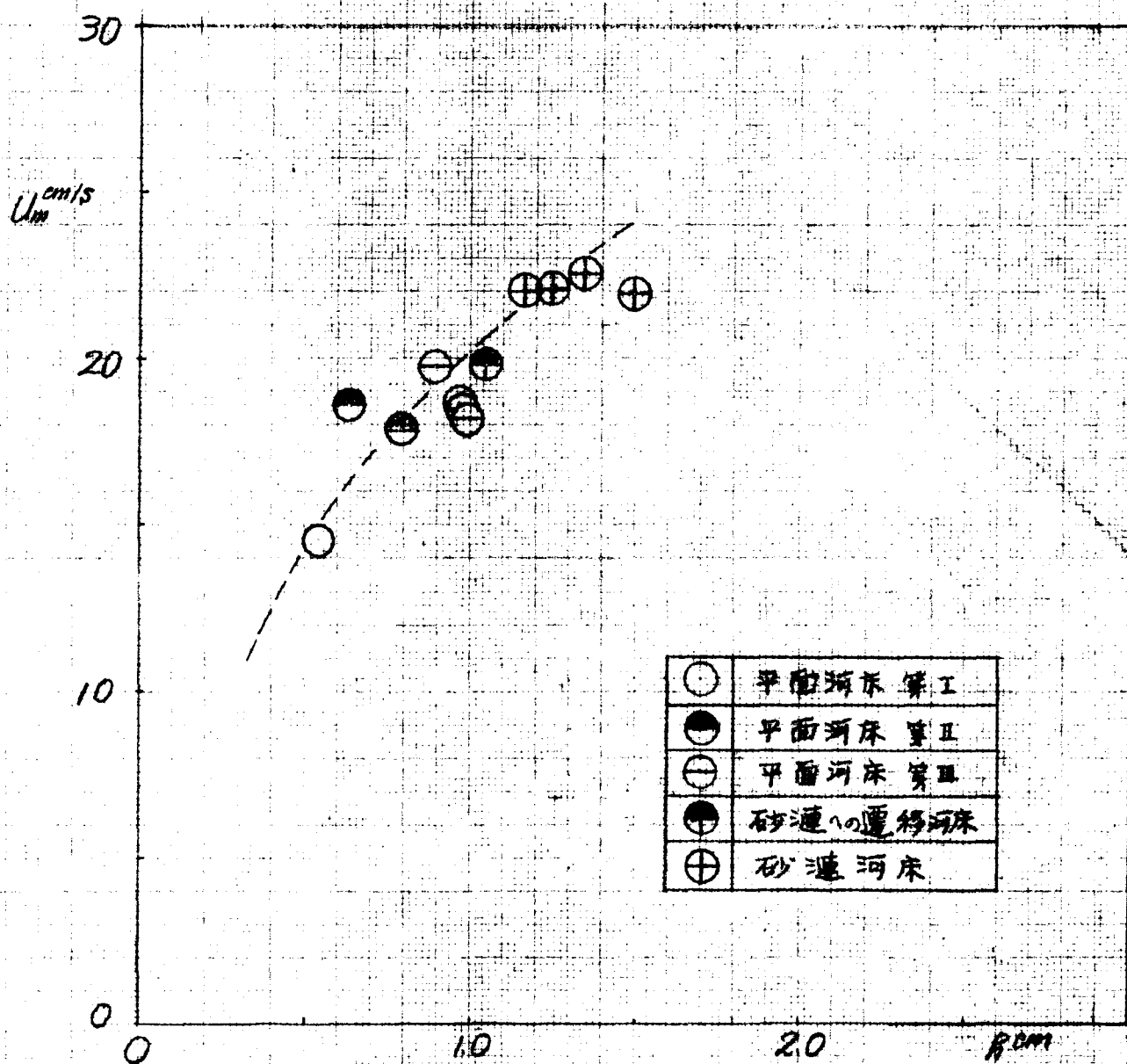
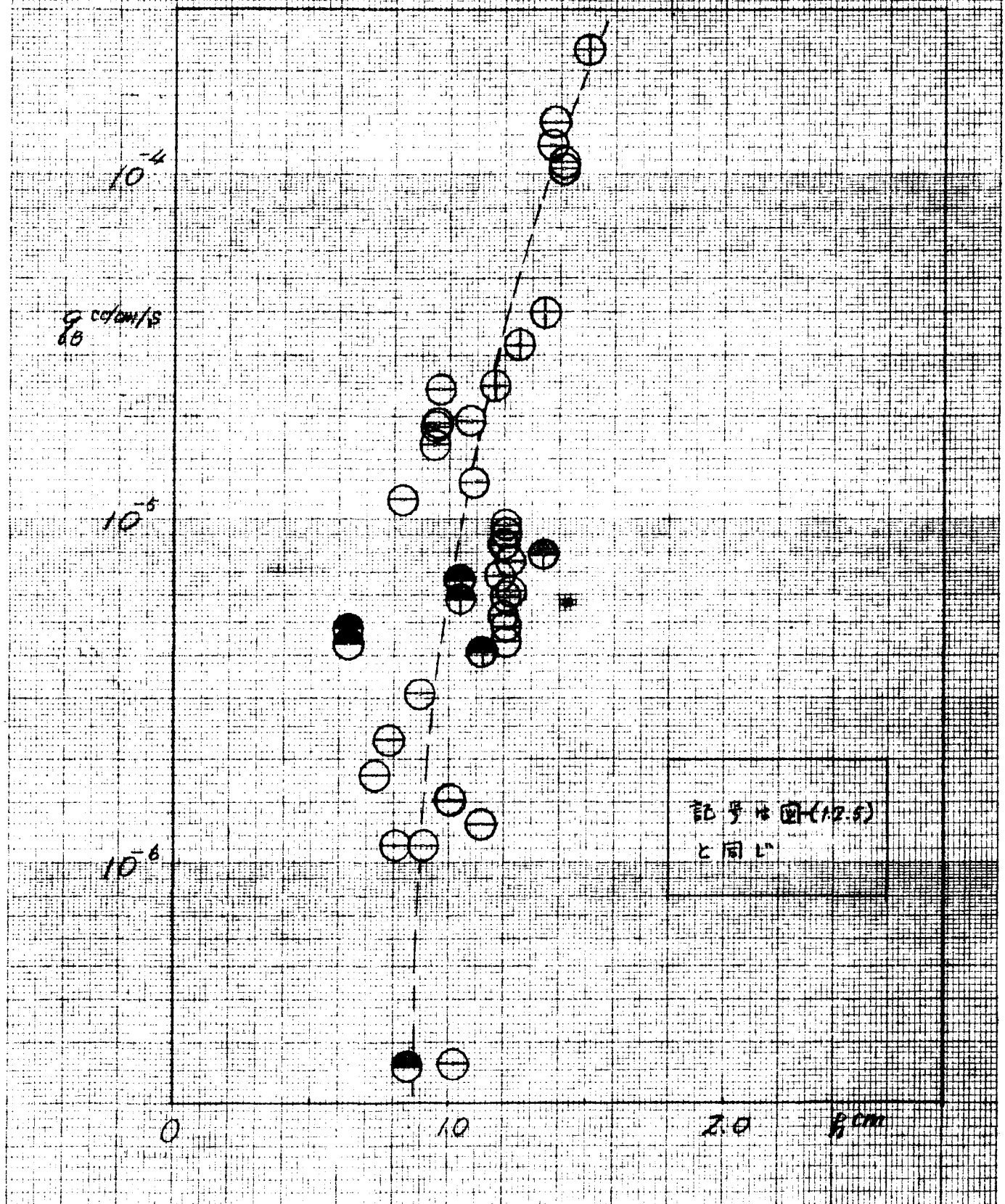


図-(12.6) 流砂量と水深の関係
実験砂工



記号は図-(12.5)
と同じ

図(12.7) 平均流速、透過量、水素の時間的変化
 実験砂工, $J_0 = 2.0 \times 10^{-3}$, $Q = 785 \text{ cm}^3/\text{s}$

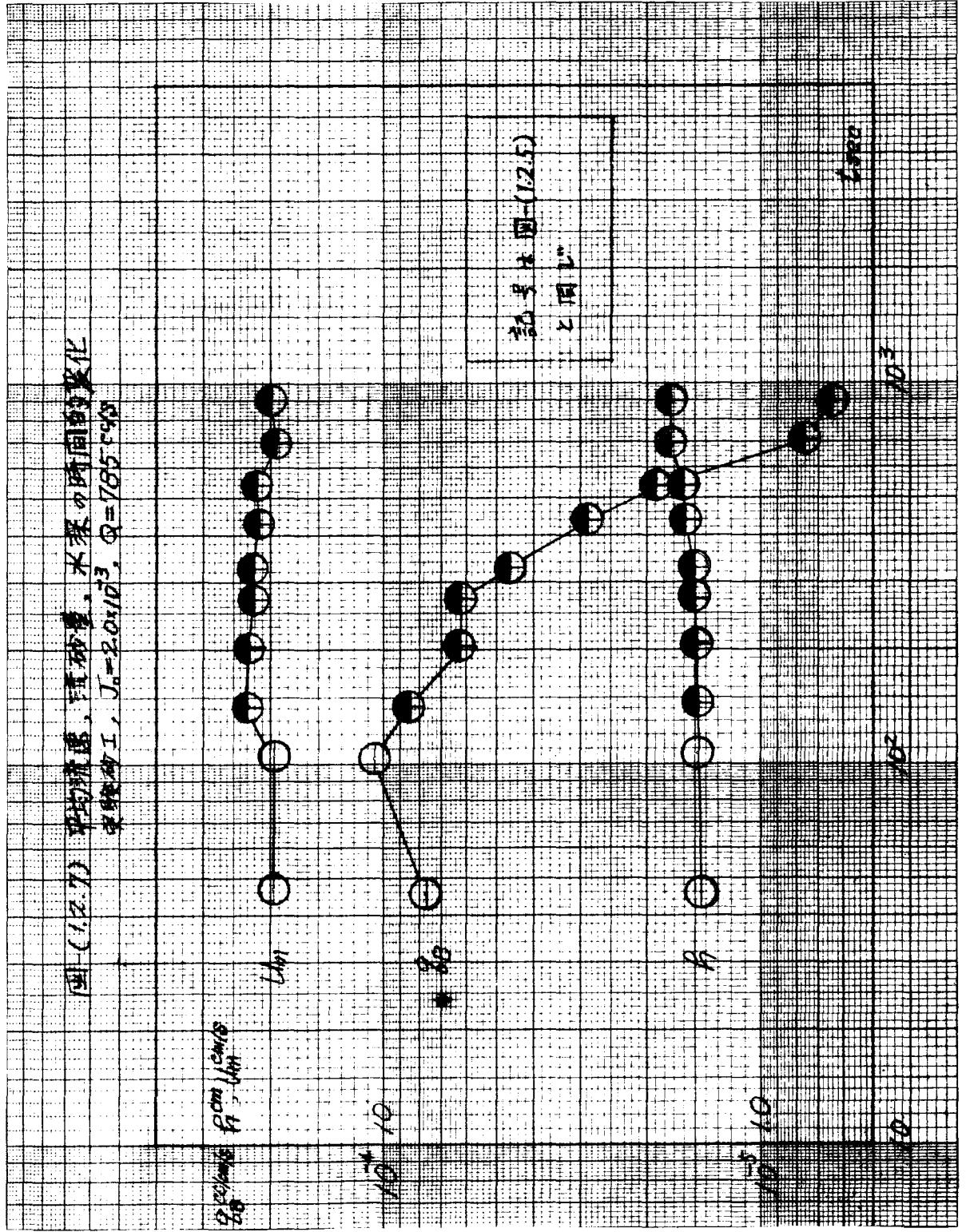


図-(12.8) 平均流速と水深との関係
 実験砂Ⅱ, $I_0 = 2.0 \times 10^{-3}$

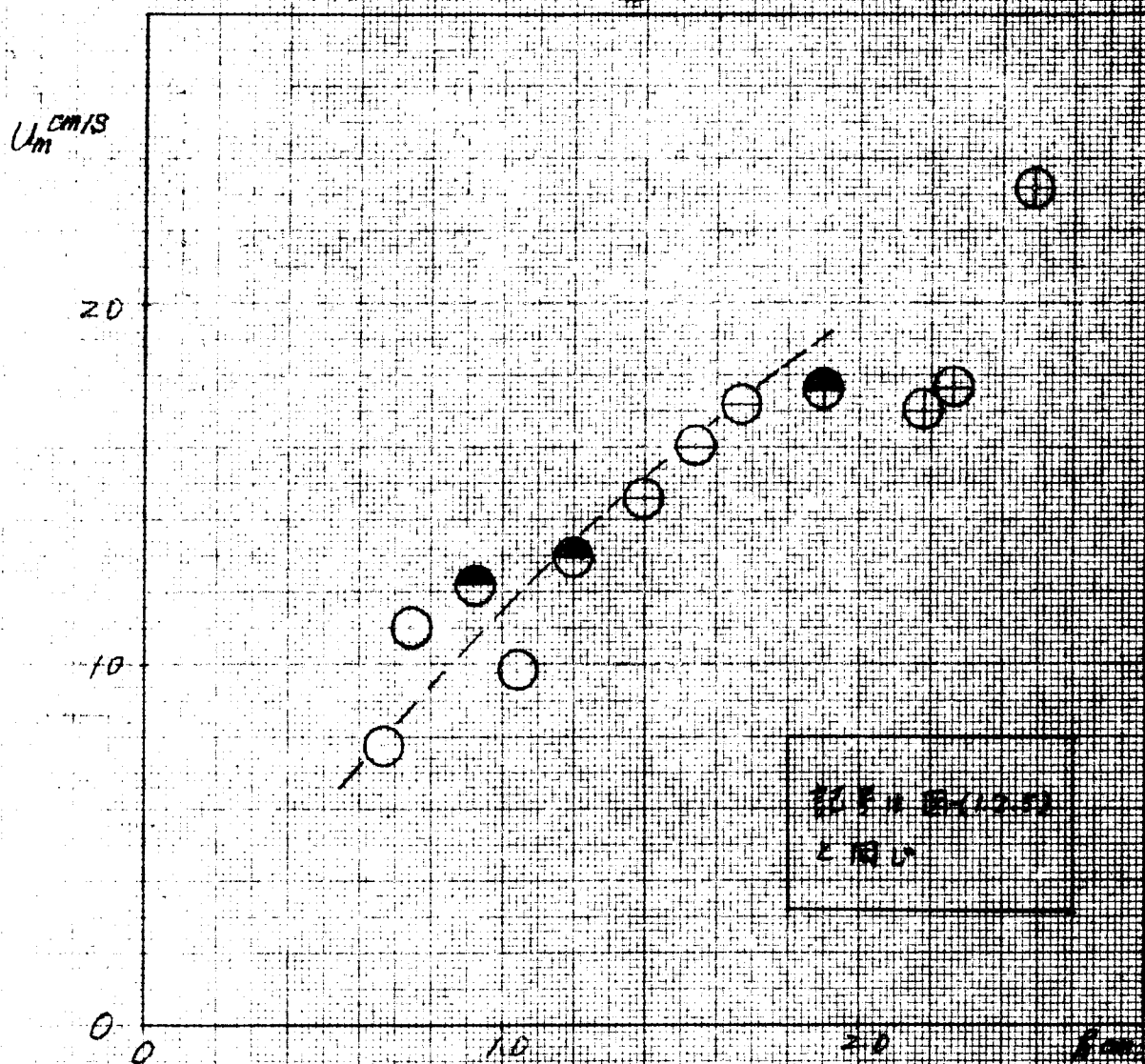


図-(1.2.9) 流砂量と水深の関係
実験砂Ⅱ

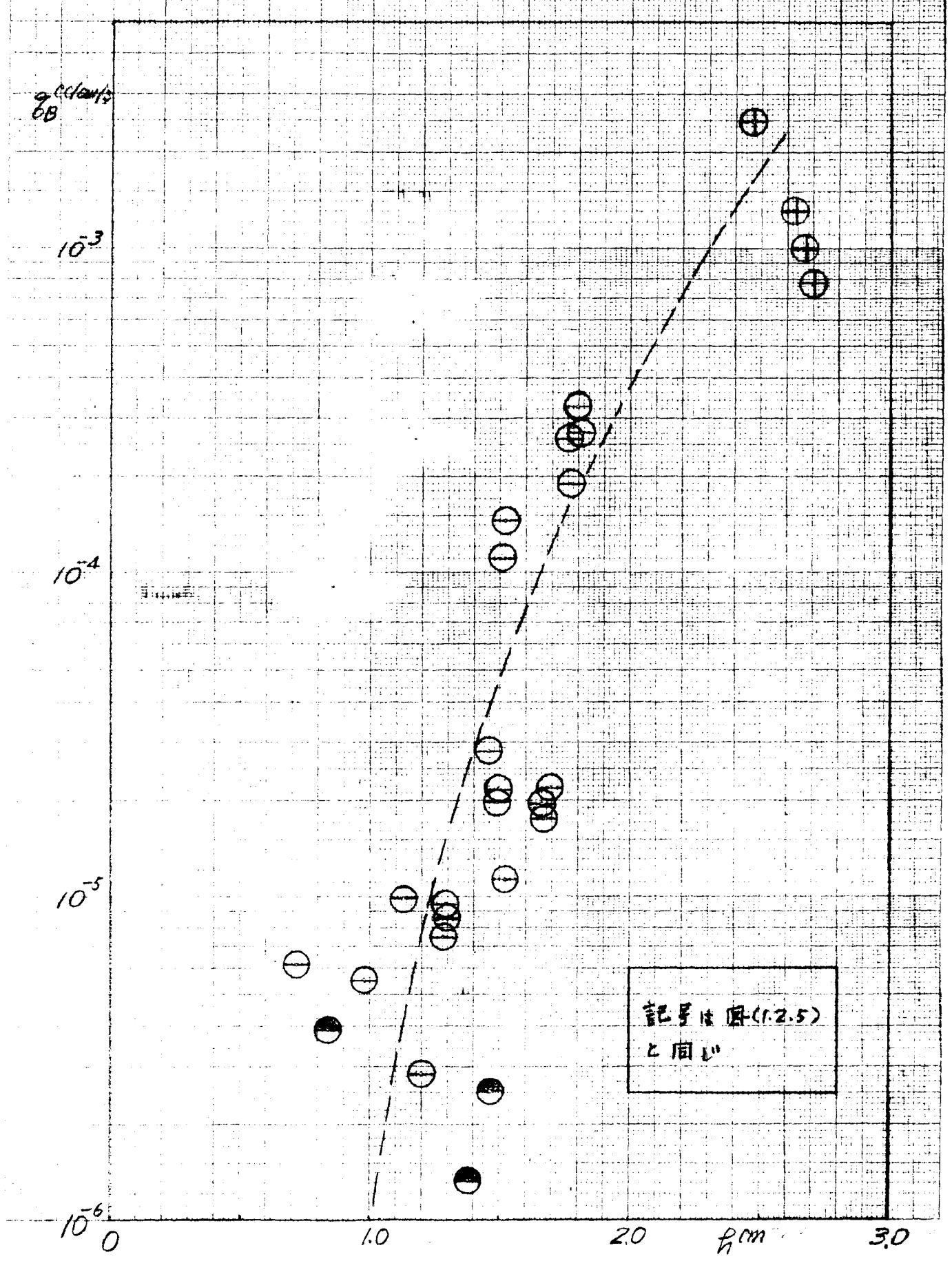


图-(1.2.10) 平均流速, 流砂量, 水深随时间的变化
 定砂砂 II, $J_s = 2.5 \times 10^{-3}$, $Q = 890 \text{ cc/s}$

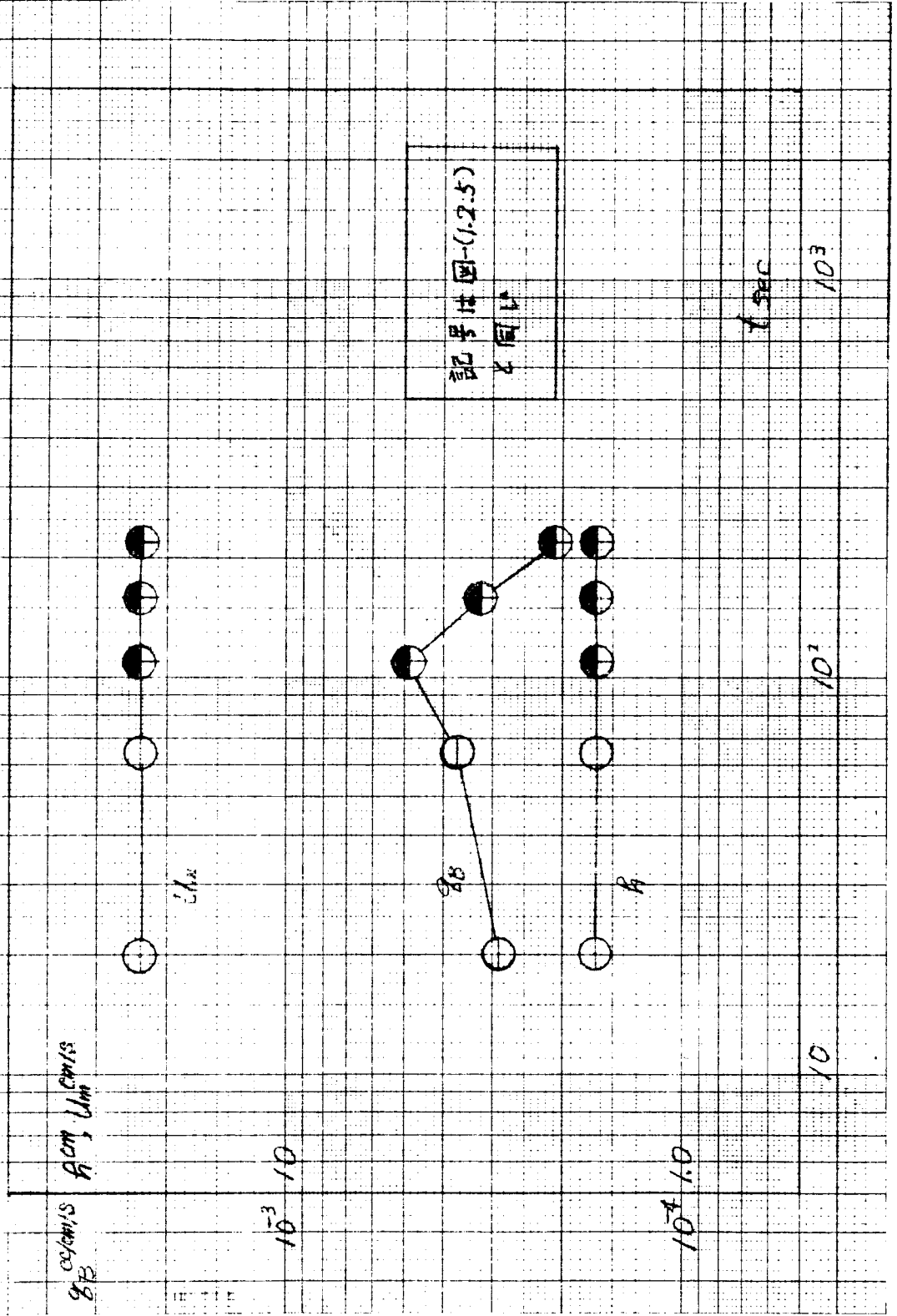


図-(1.2.11) 平均流速と水深の関係
 実験砂田, $J_0 = 1.66 \times 10^{-3}$

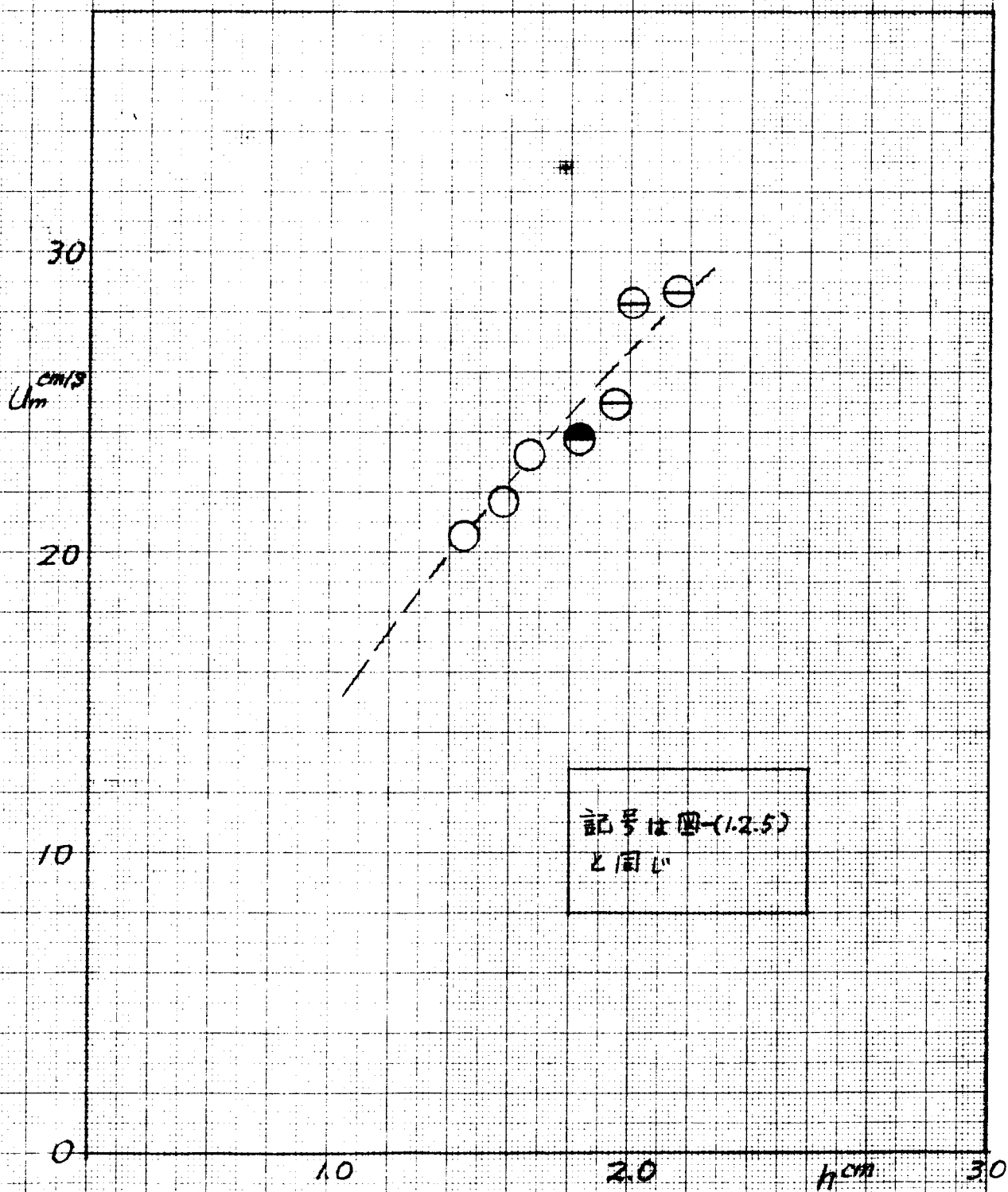
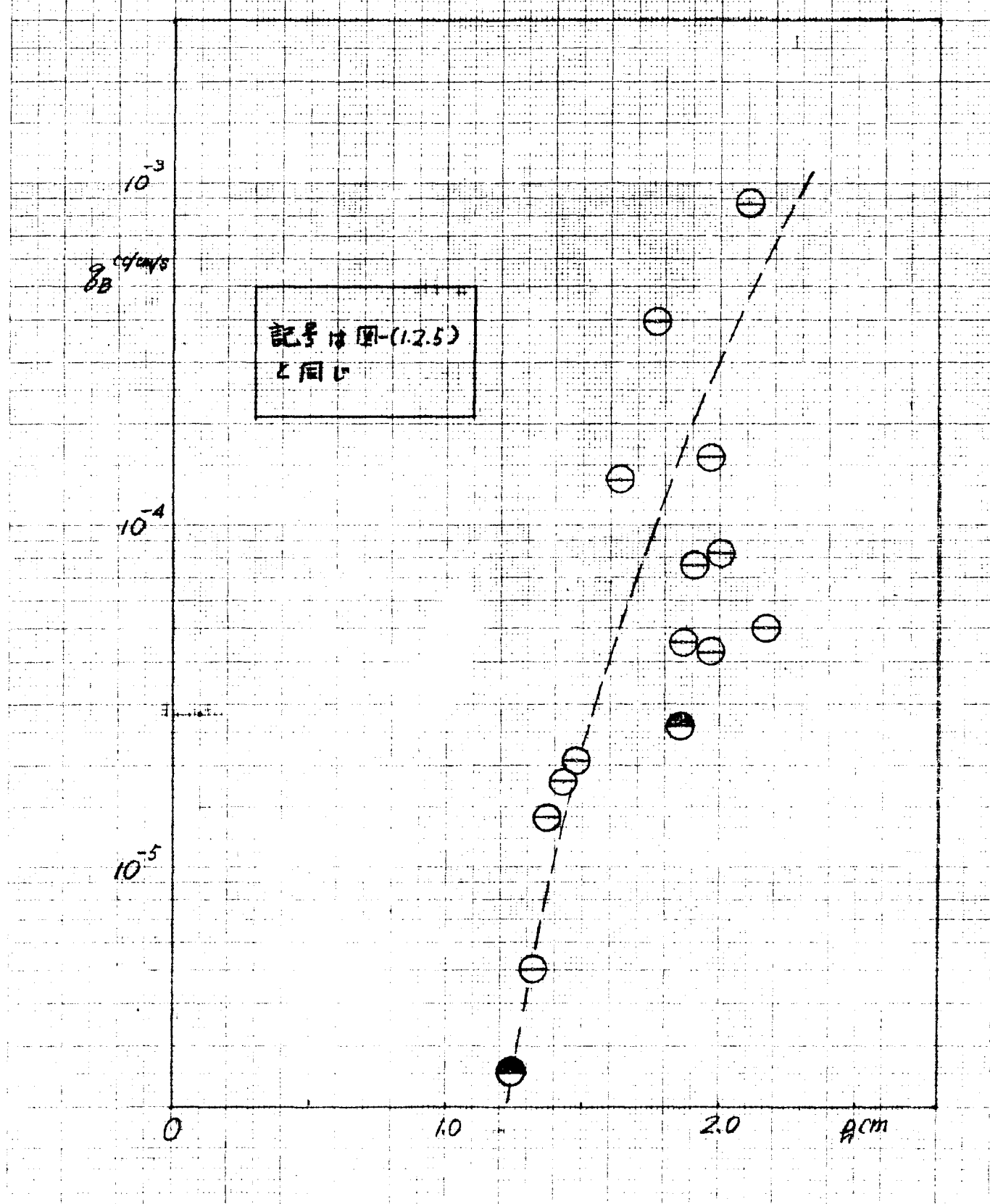


図-(1.2.12) 赤砂量と水深の関係
実験砂Ⅱ



図(1.2.13) 平均流速, 流砂量, 水深の時間的变化
 実験砂IV, $J_0 = 2.0 \times 10^{-3}$, $Q = 1450 \text{ cc/s}$

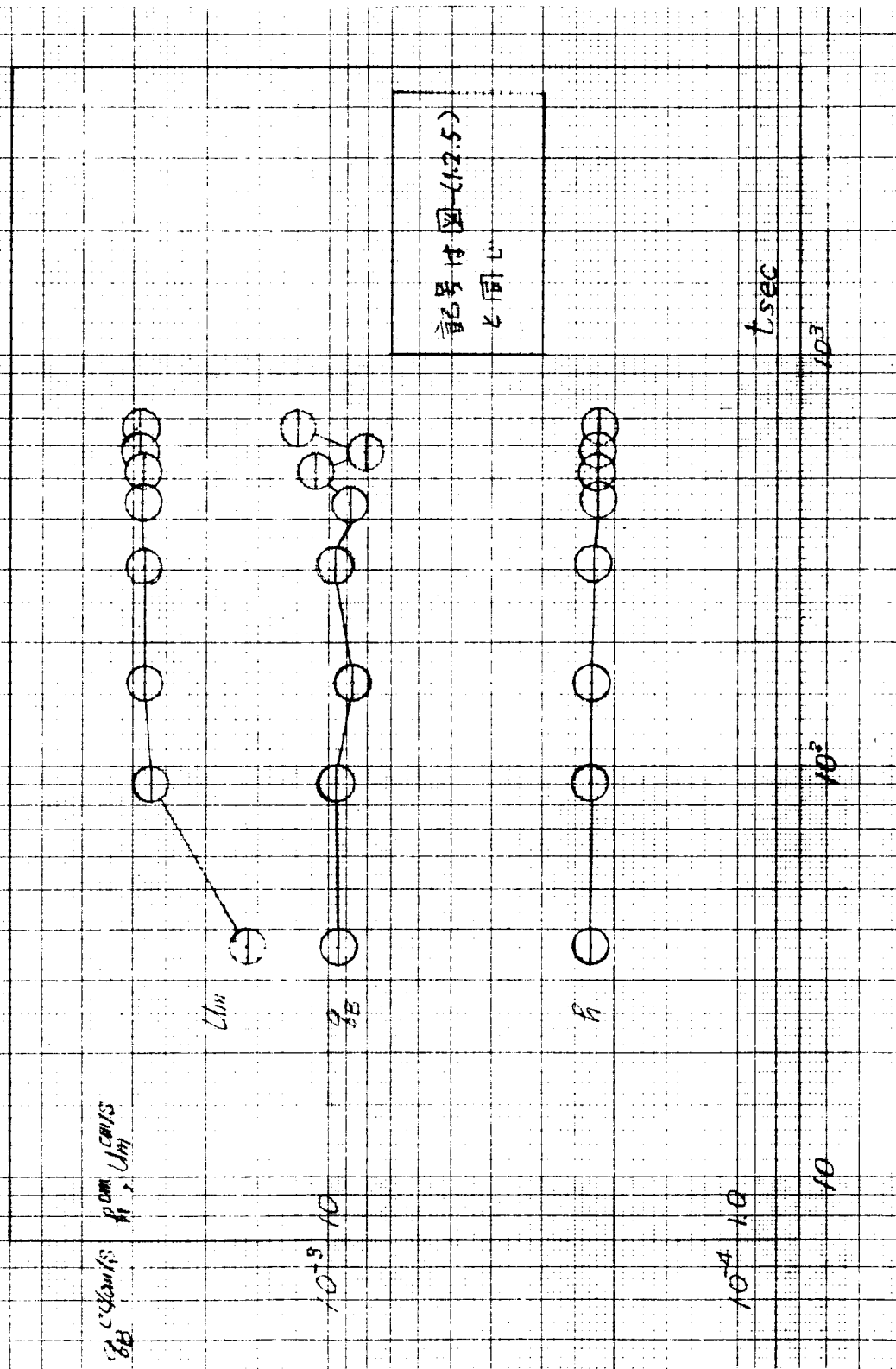


図-(1.2.14) 平均流速と水深の関係
実験砂Ⅴ, $J_0 = 1.66 \times 10^{-3}$

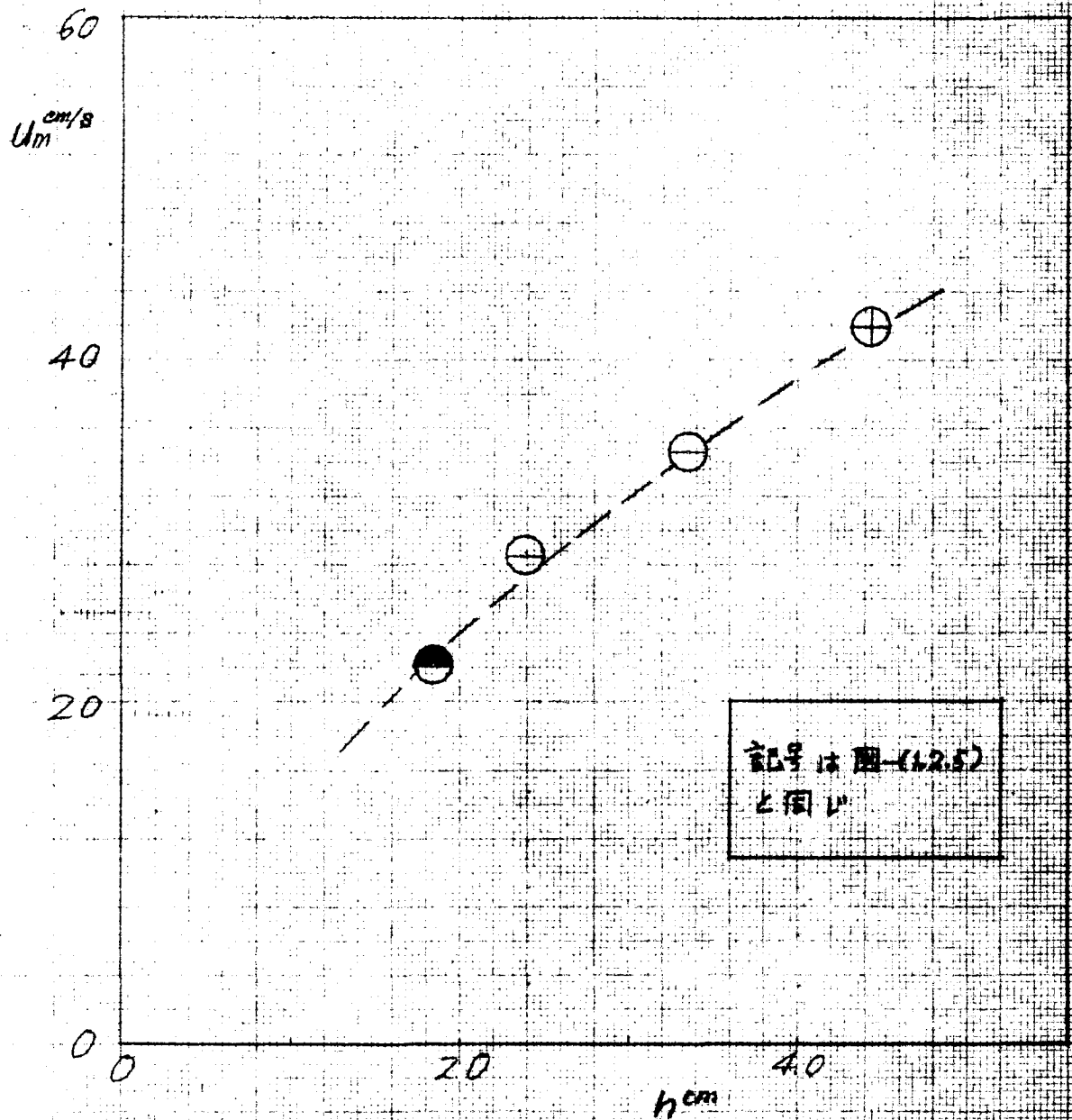


図-(12.15) 流砂量と水深の関係
実験砂7

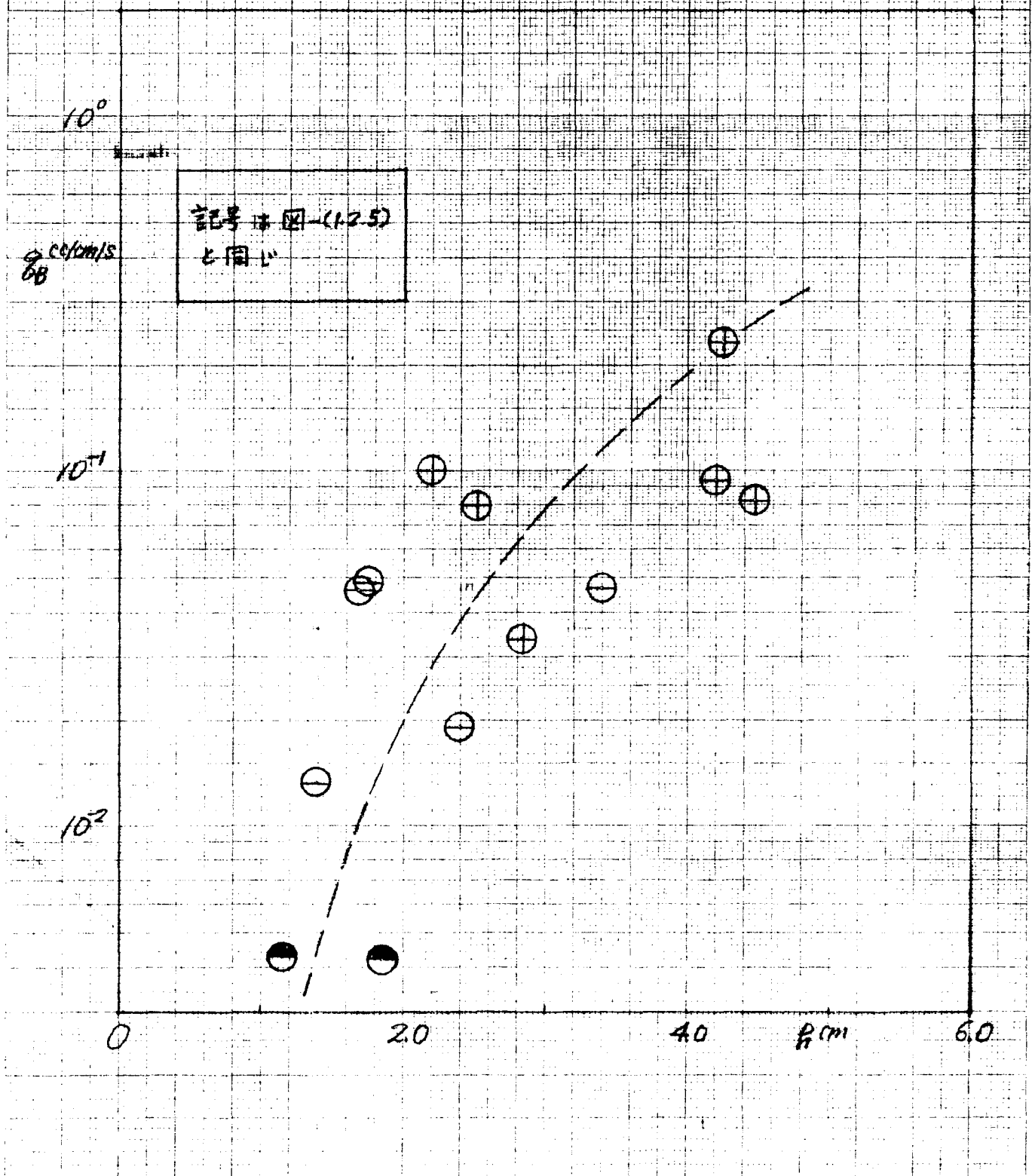


図-(1.2.16) 平均流速, 流砂量, 木炭の時間的变化
 実験砂 V, $J_0 = 2.5 \times 10^{-3}$, $Q = 3740 \text{ cc/s}$

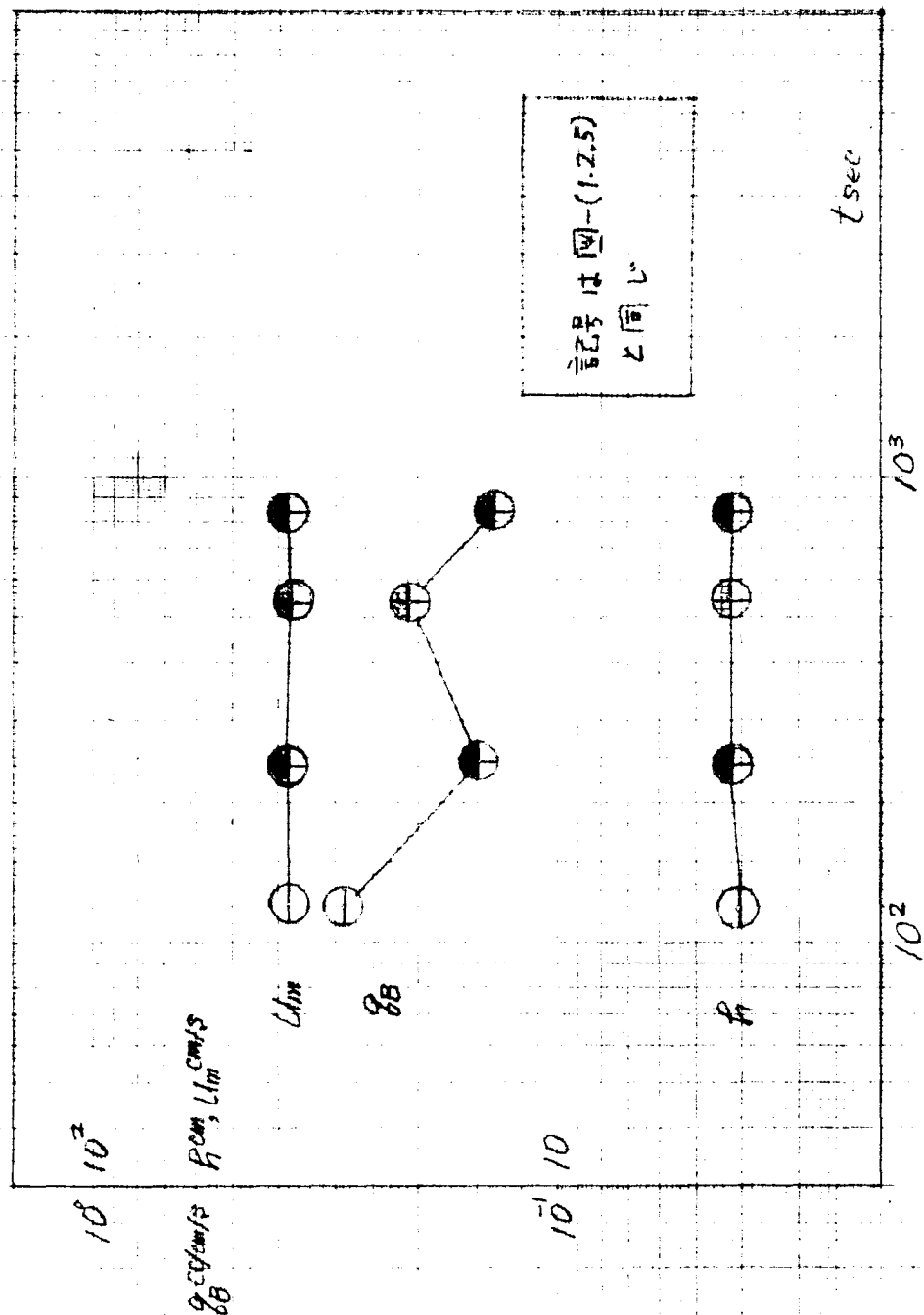


図-(1.2.17) 平均流速と水深の関係
実験砂Ⅶ, $J_0 = 2.5 \times 10^{-3}$

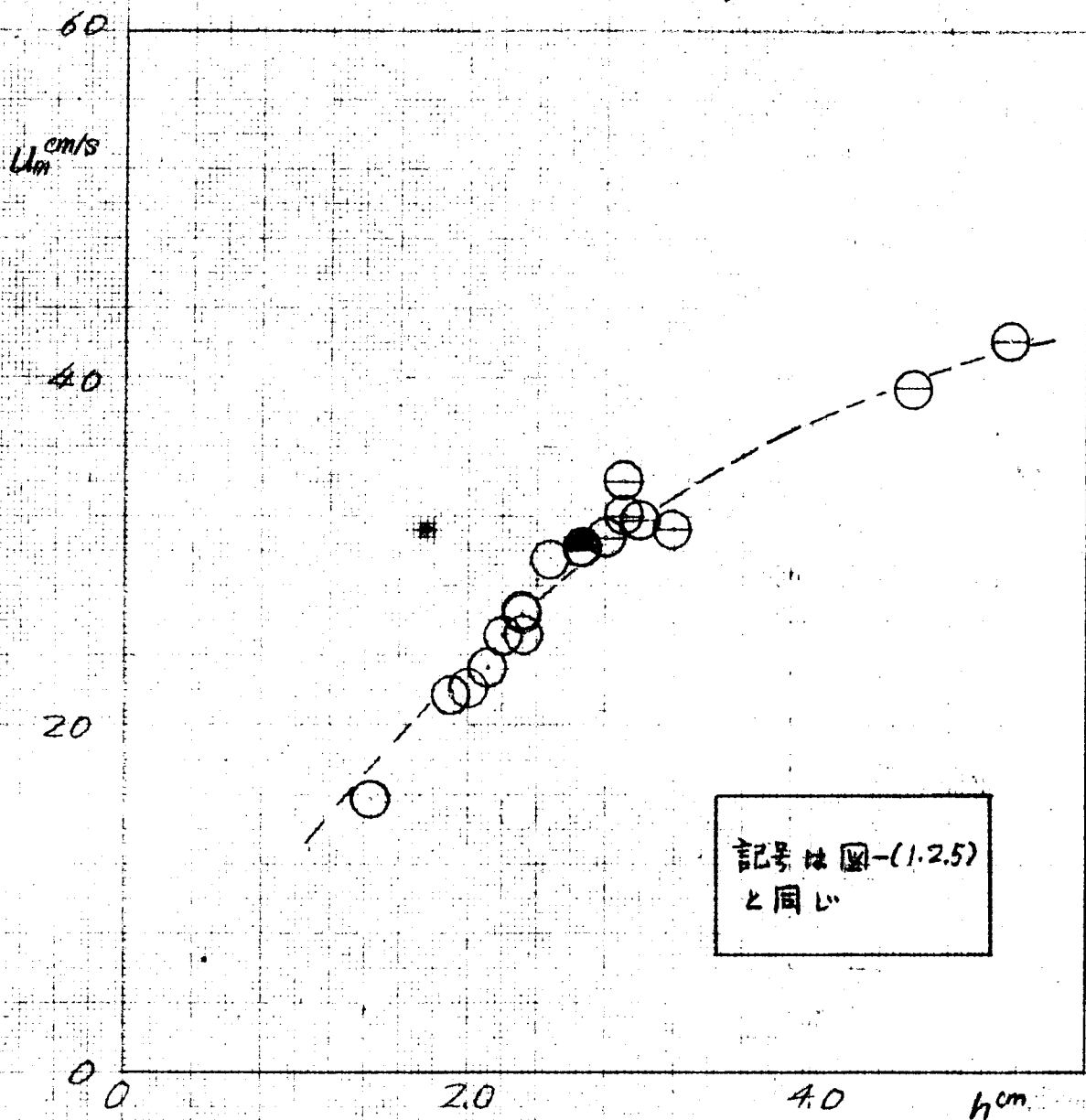


圖-(12.18) 流砂量と水頭の関係
実験砂Ⅶ

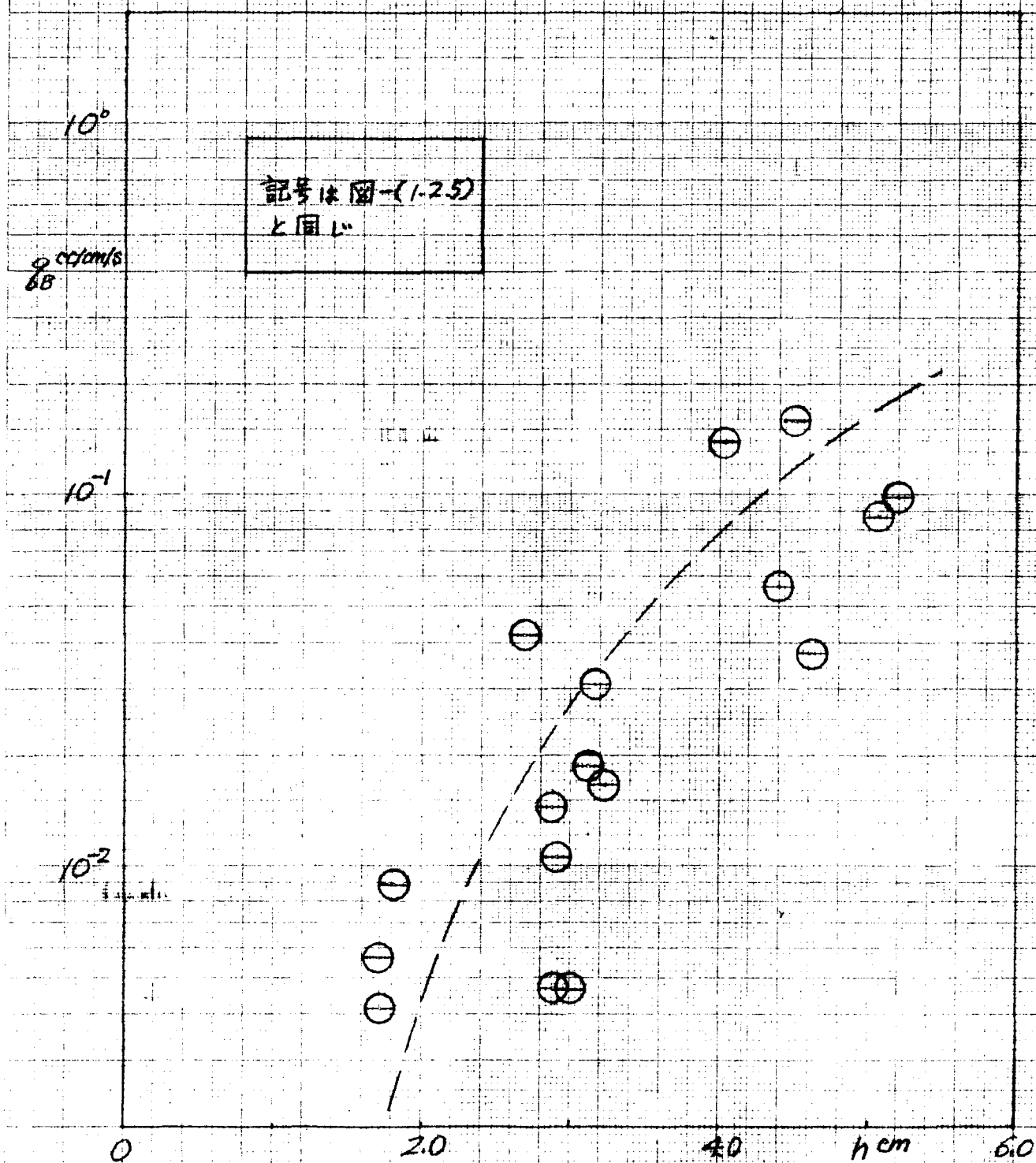


図-(1.2.19) 子機と主機，水量，時間の変化
 実験条件， $J_0 = 5.0 \times 10^{-3}$ ， $Q = 2640 \text{ cc/s}$

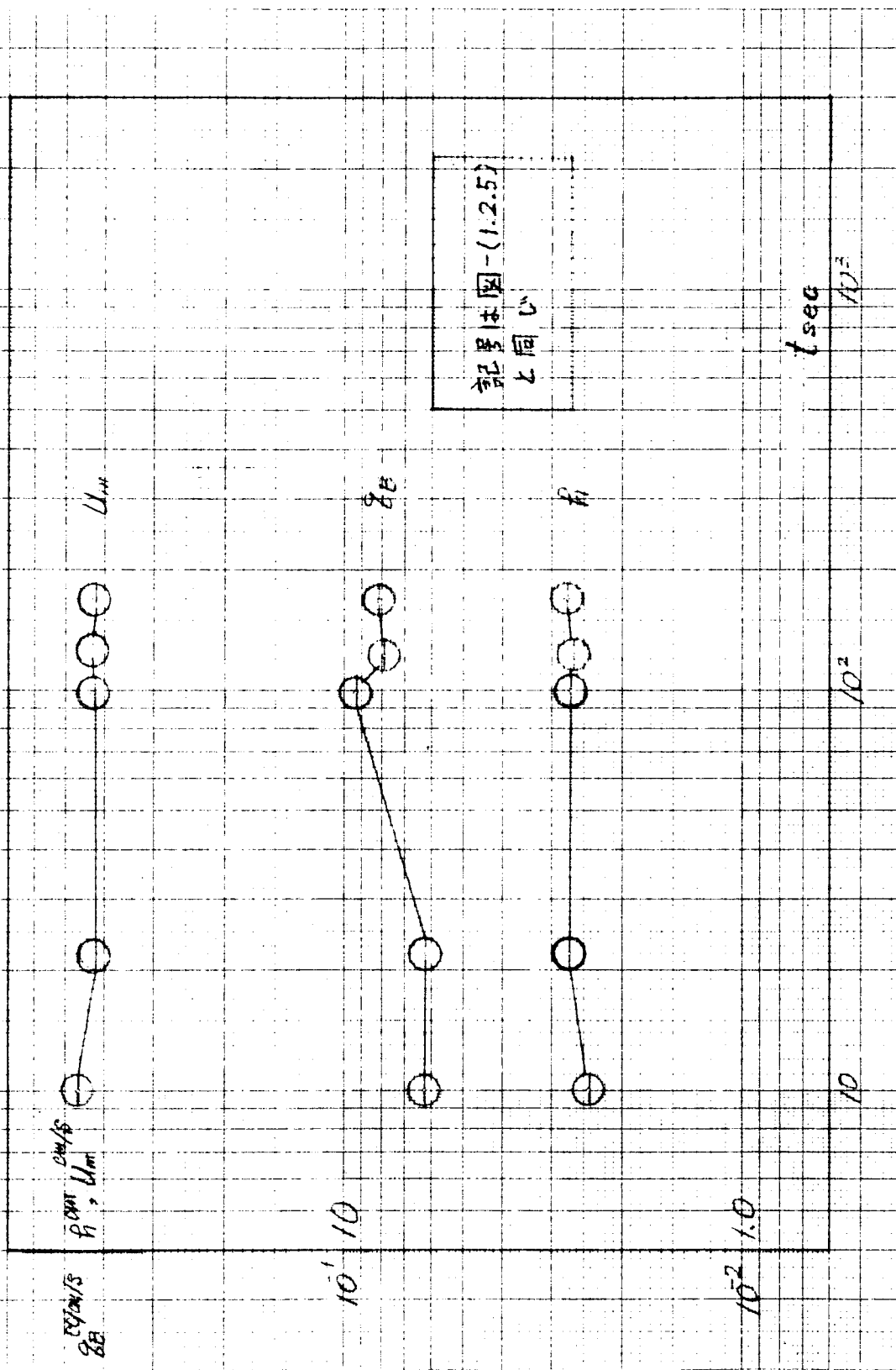


図-(1.2.20) 平均流速と水深の関係
 実験砂質河川, $J_0 = 10.0 \times 10^{-5}$

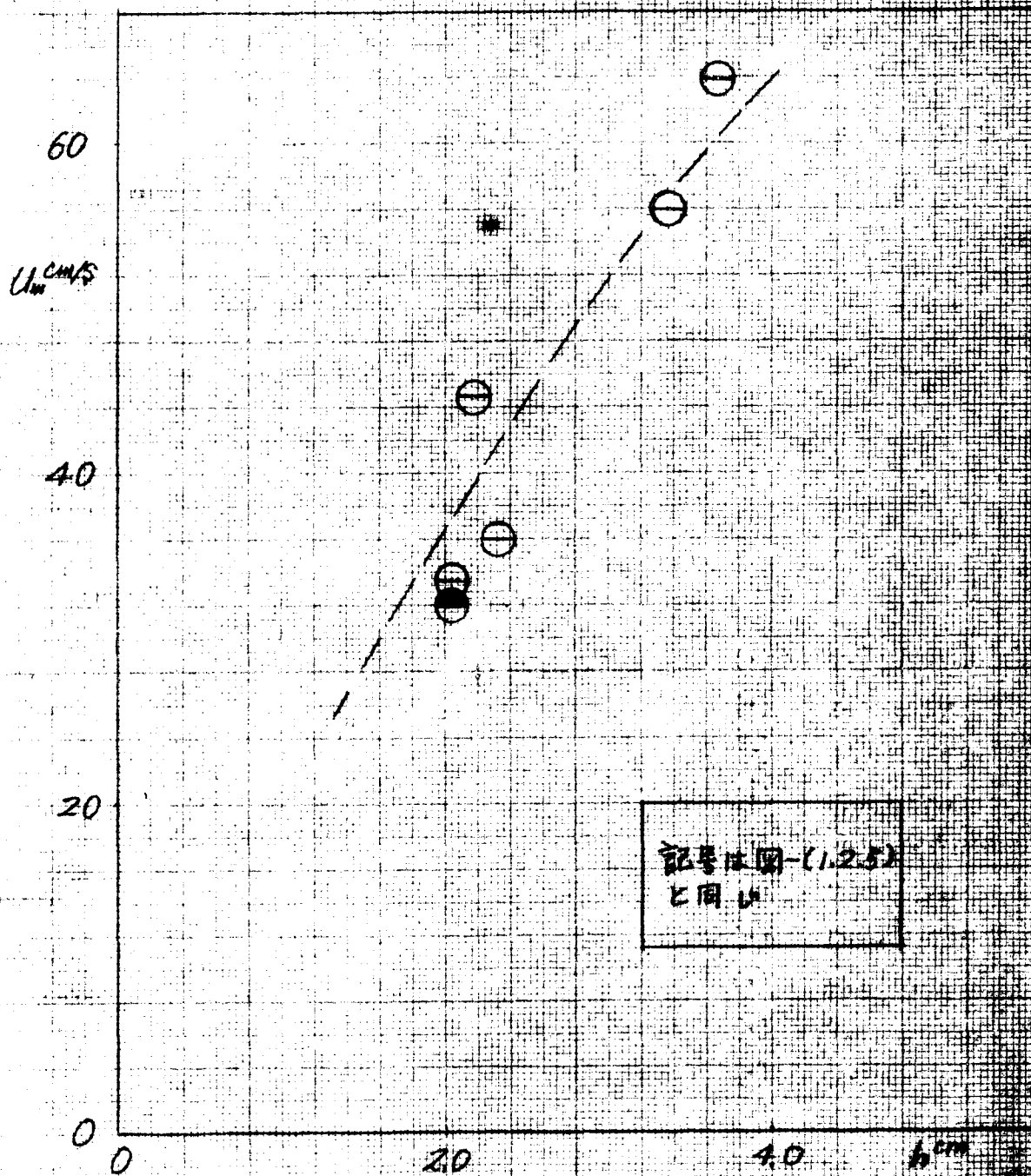


図-(12.21) 流砂量と水深の関係
実験砂四

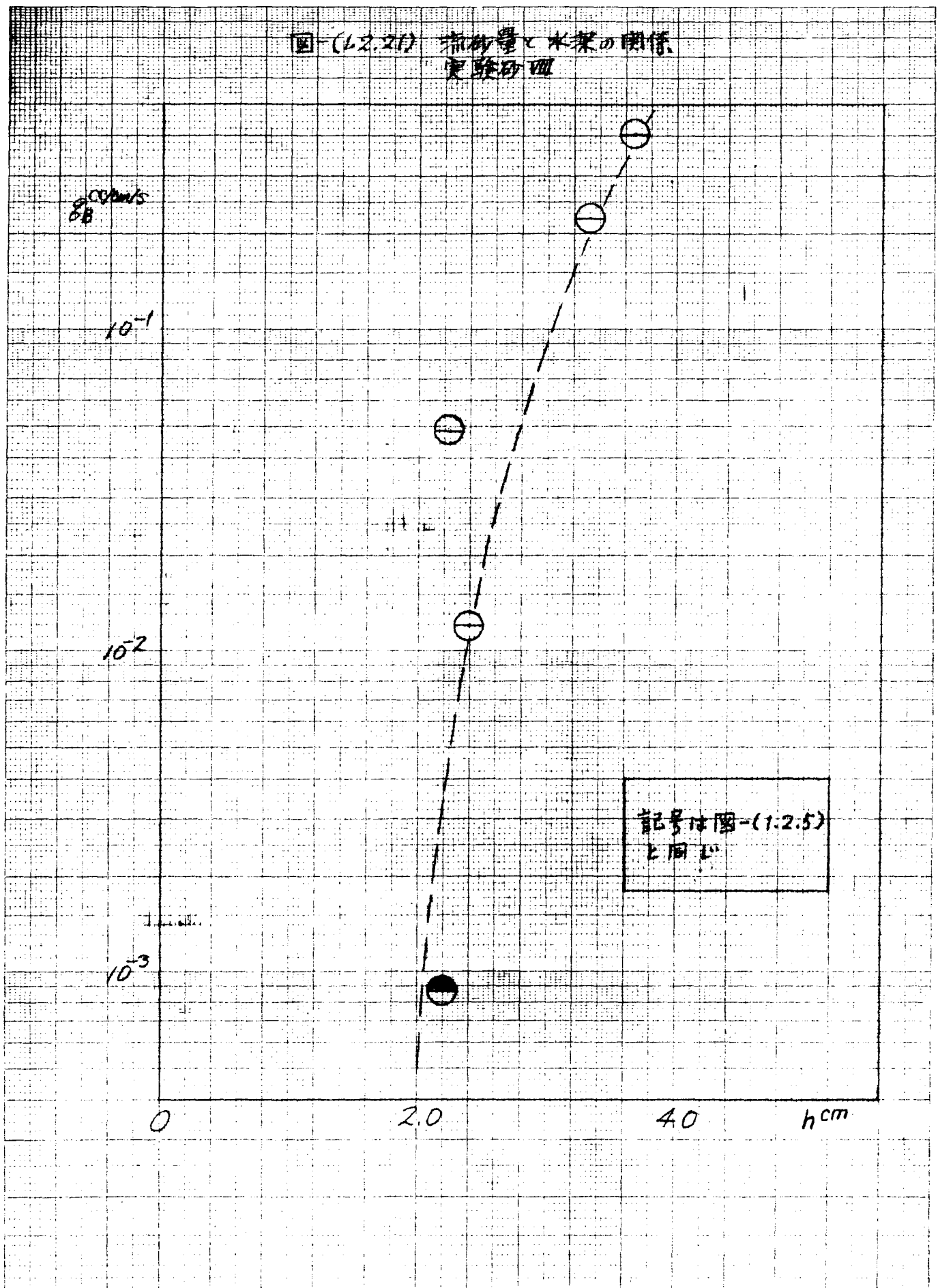


図-1(1.2.22) 平均流速，水深，流砂量の時間的变化
 実験例Ⅳ， $J_0 = 10.0 \times 10^{-3}$ ， $Q = 2290 \text{ cc/s}$

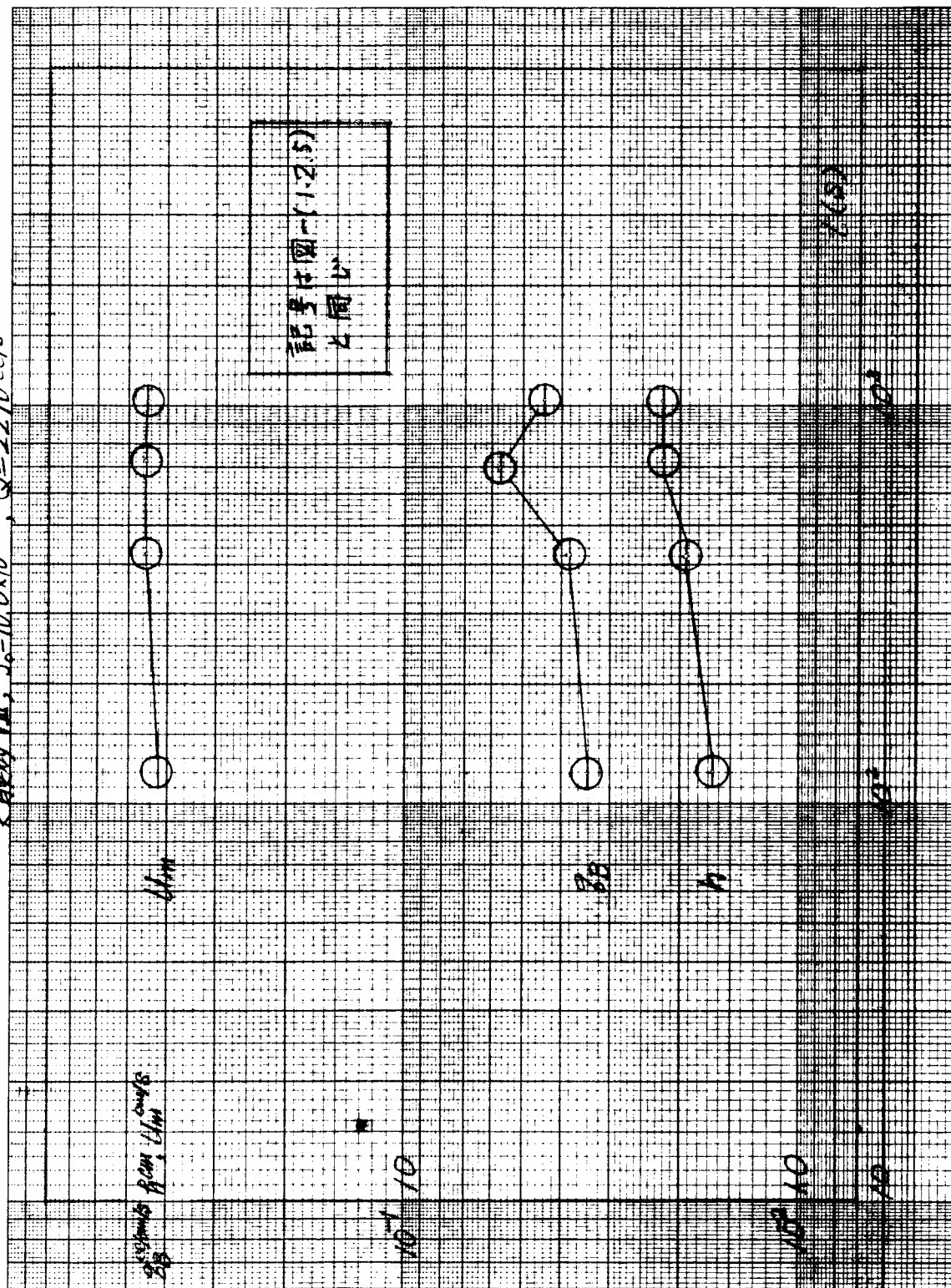
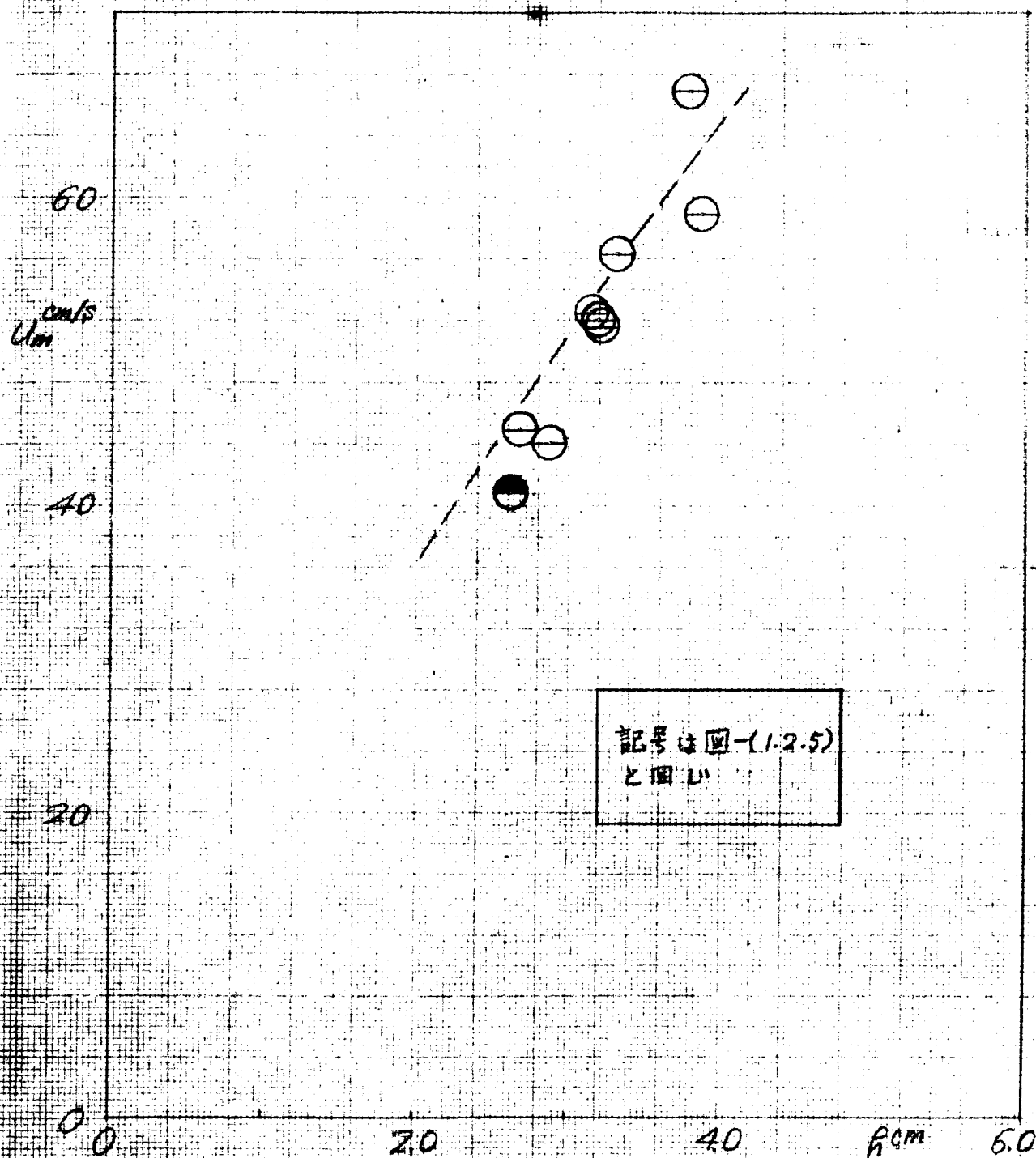


図-(1.2.23) 平均流速と水深の関係
実験 IX, $J_0 = 10.0 \times 10^{-3}$



圖(12.24) 流砂量と水頭の関係
実験砂IX

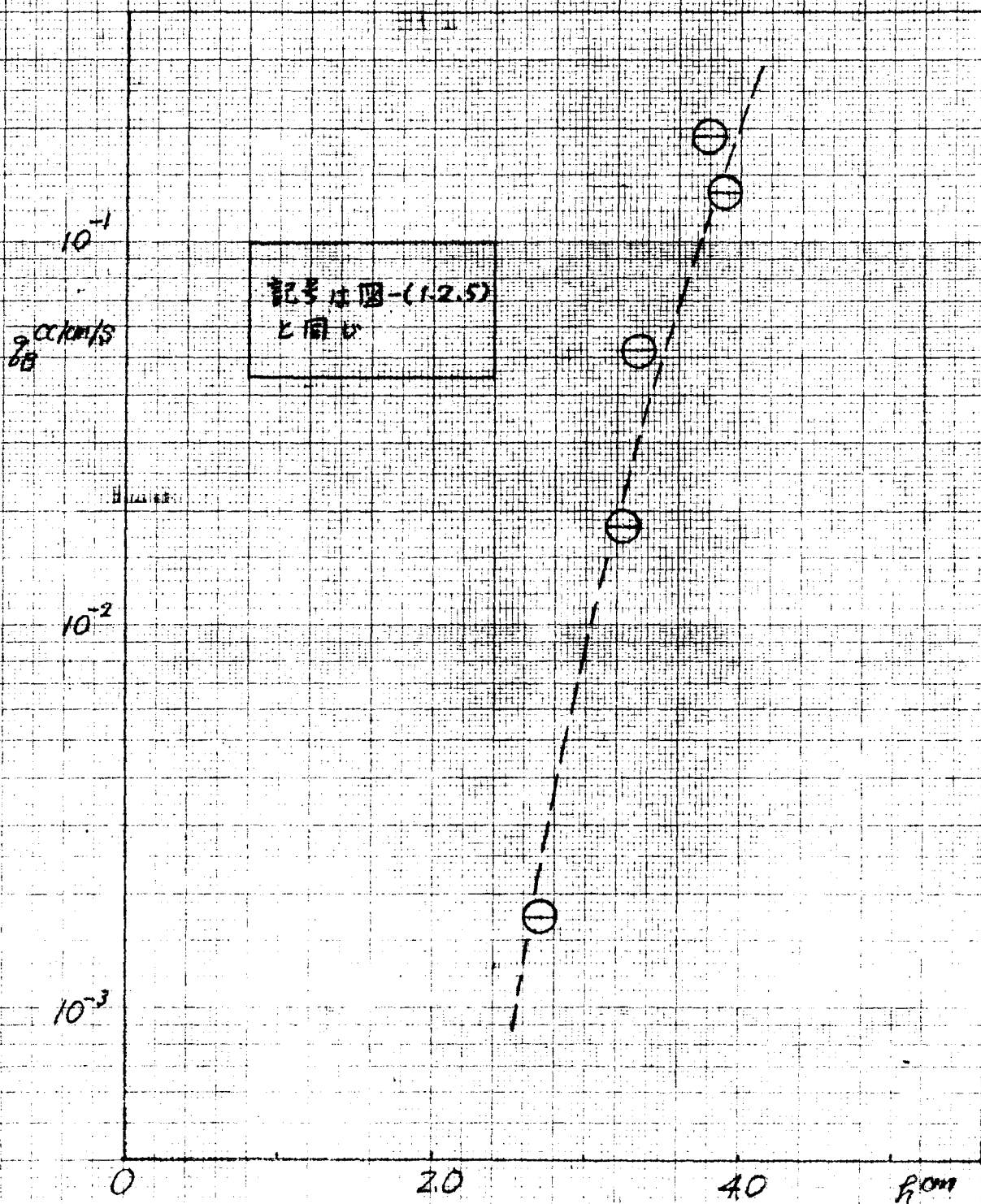


圖-(1.2.25) 中均流速，水深，流砂量の時間的変化
 実験砂 IX, $J_s = 10.0 \times 10^{-3}$, $Q = 4320 \text{ cc/s}$

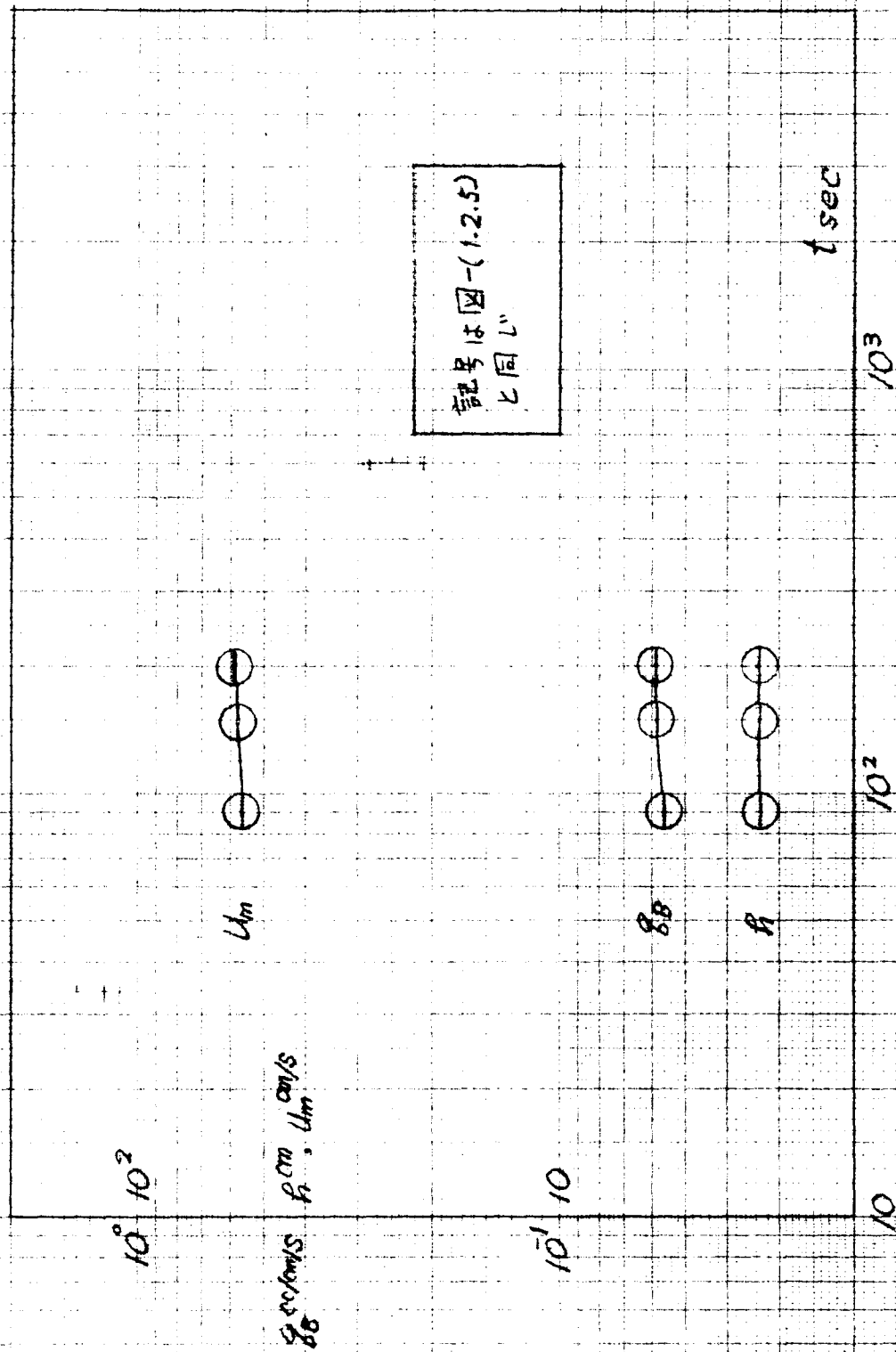


图-(1.2.26)

砂面變形模型图

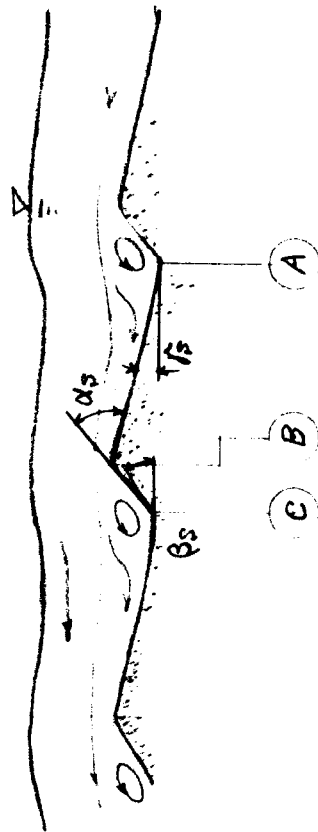


图-(1.2.27)

不連續面の不安定説明図

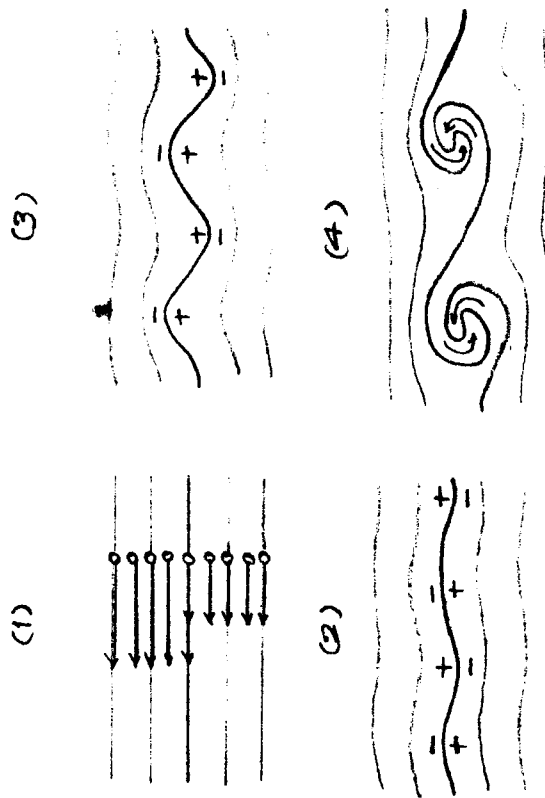


図2-(1, 2, 28)

砂面変形法はんの説明図

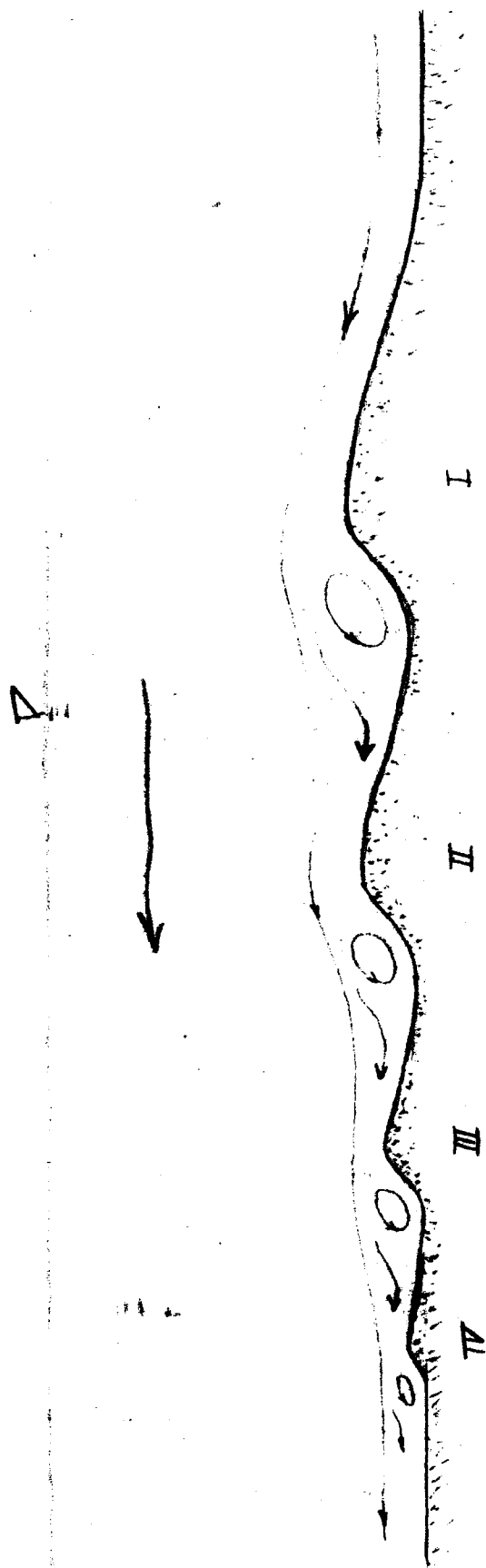


図-(1.2.29)
Antidunesの発達過程

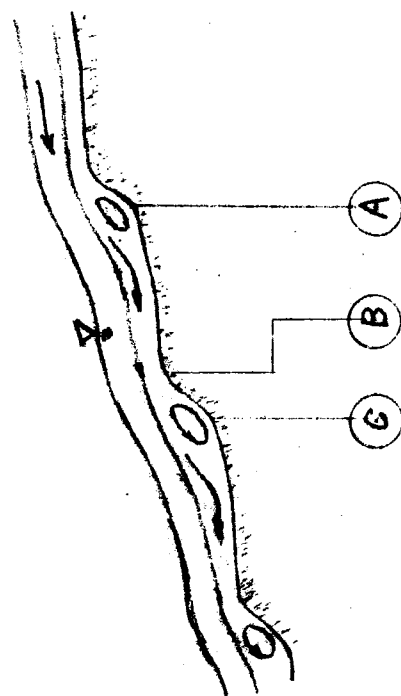


図-(1.2.30)
Antidunesの状態

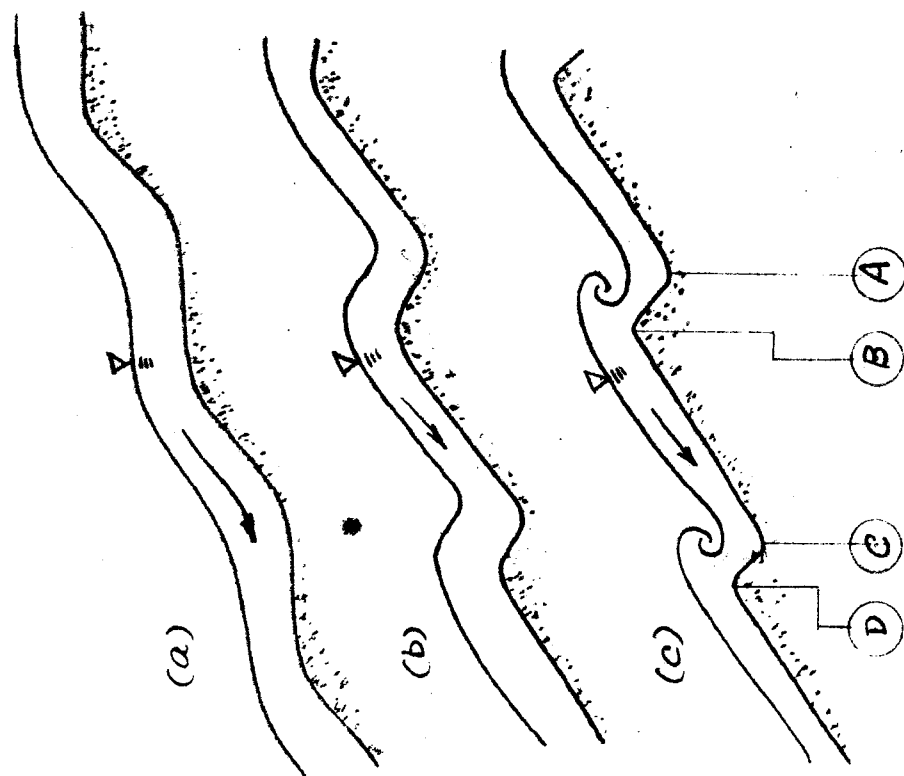


図-(1.2.31) 平均流速と水深の関係

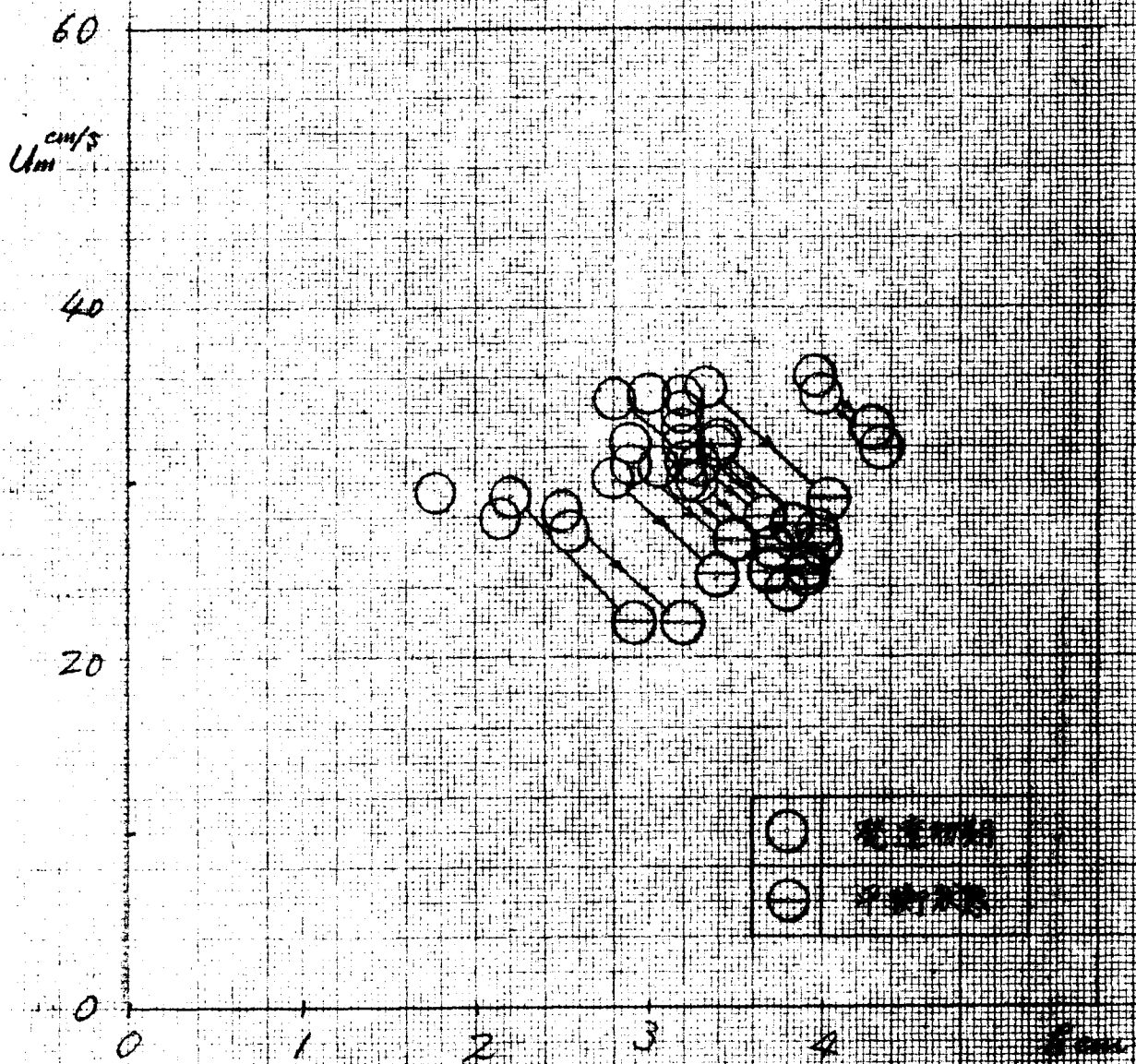
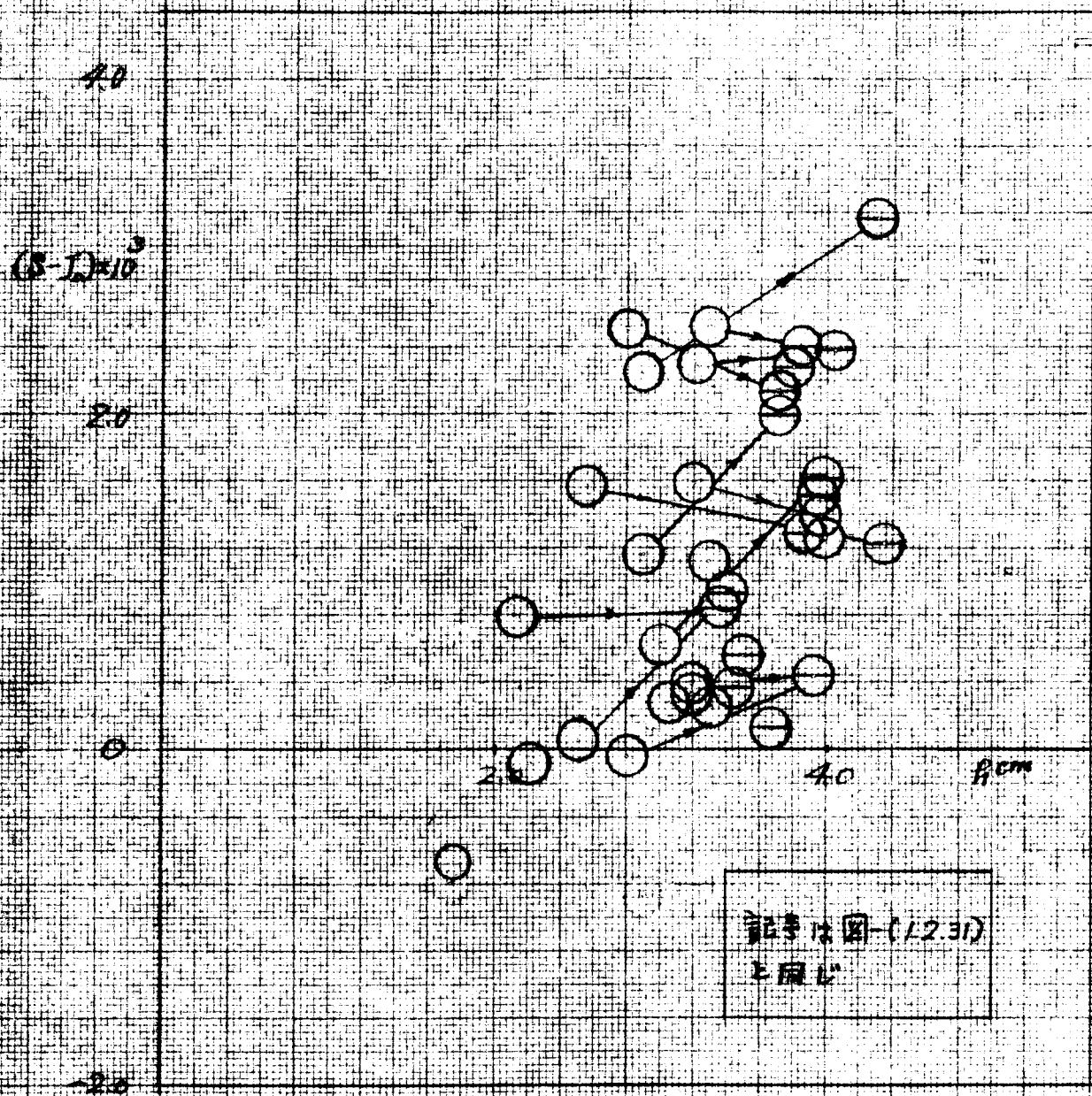


図-(1.2.32) 水面勾配と水深の関係



四-(1.2.32) 砂面傾角と水深の関係

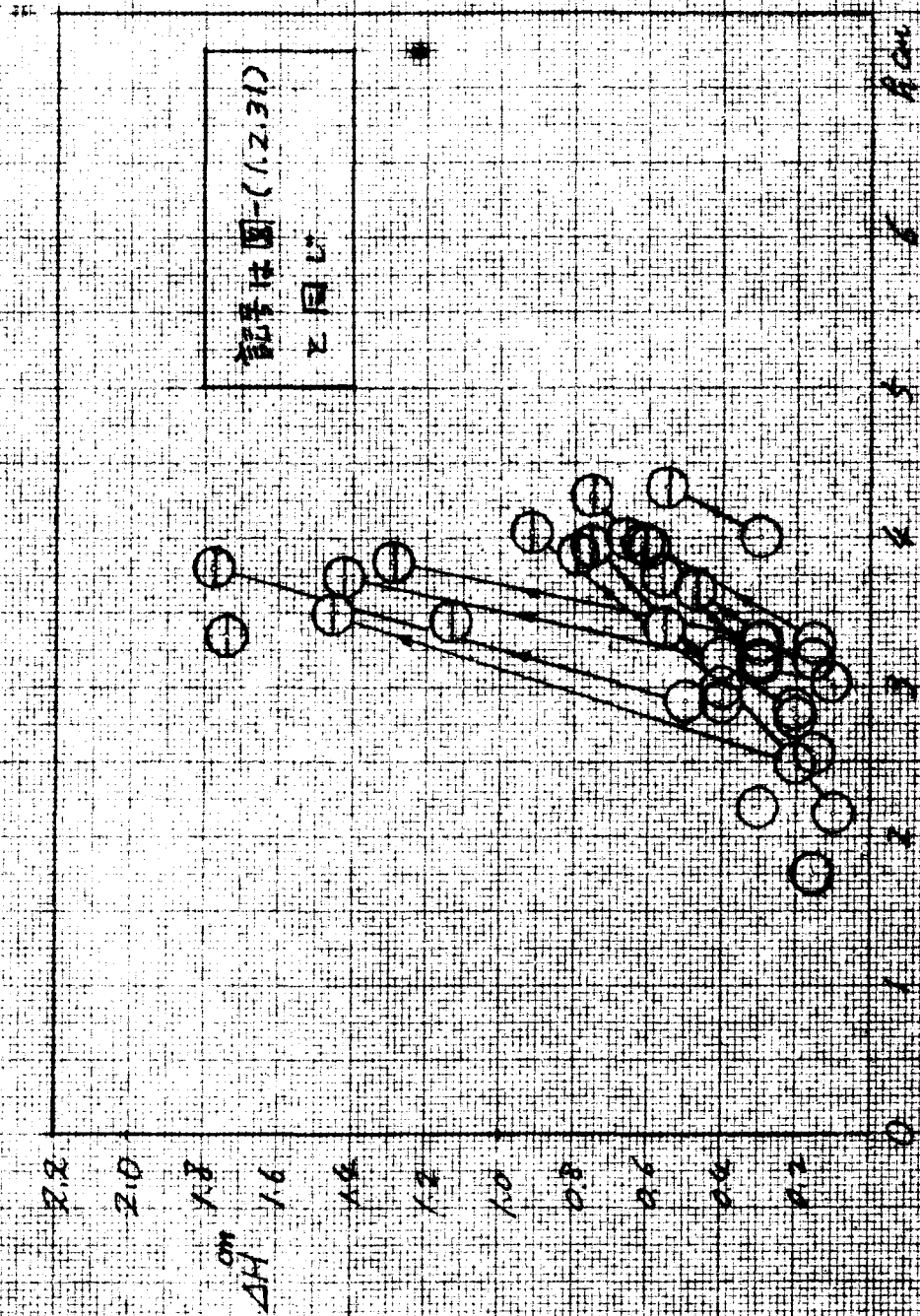
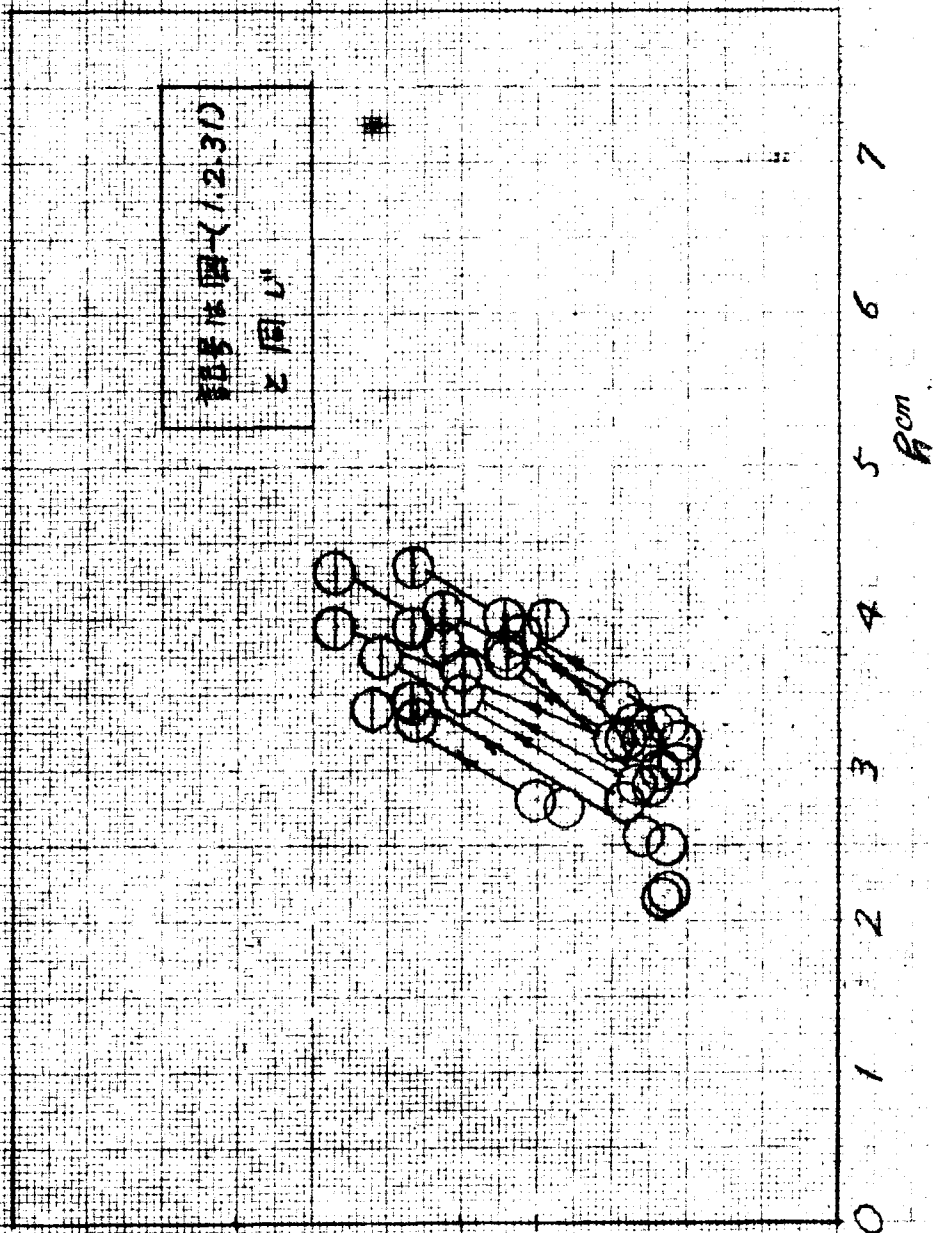


図-1(1.2.3.4) 断面形状と水深の関係



1.5

2.0

10

0 1 2 3 4 5 6 7
H (cm)

図 (1.2.30) 水素原子のエネルギー準位と水素原子の半径

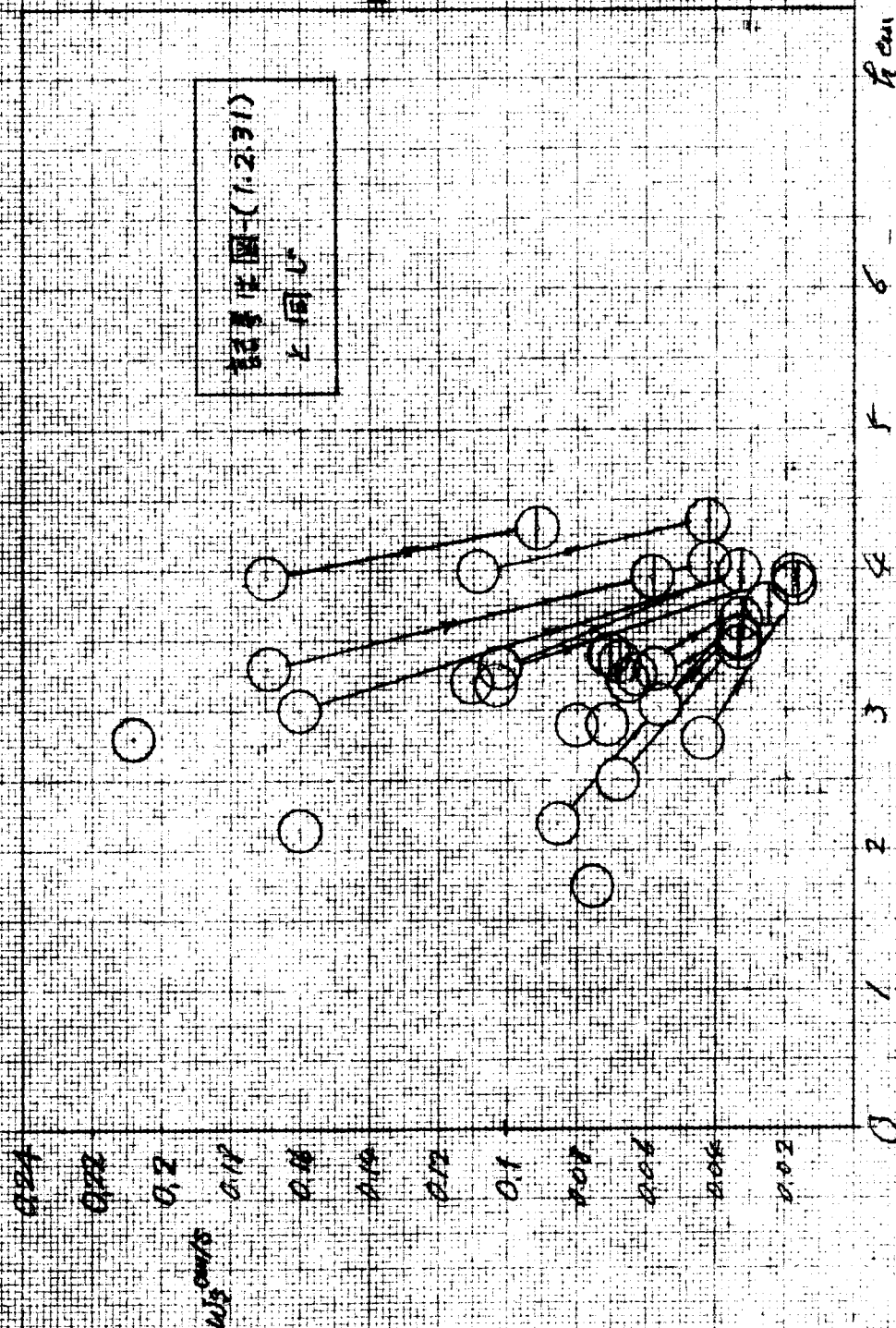


図1 (11.36) 燃焼加積曲線

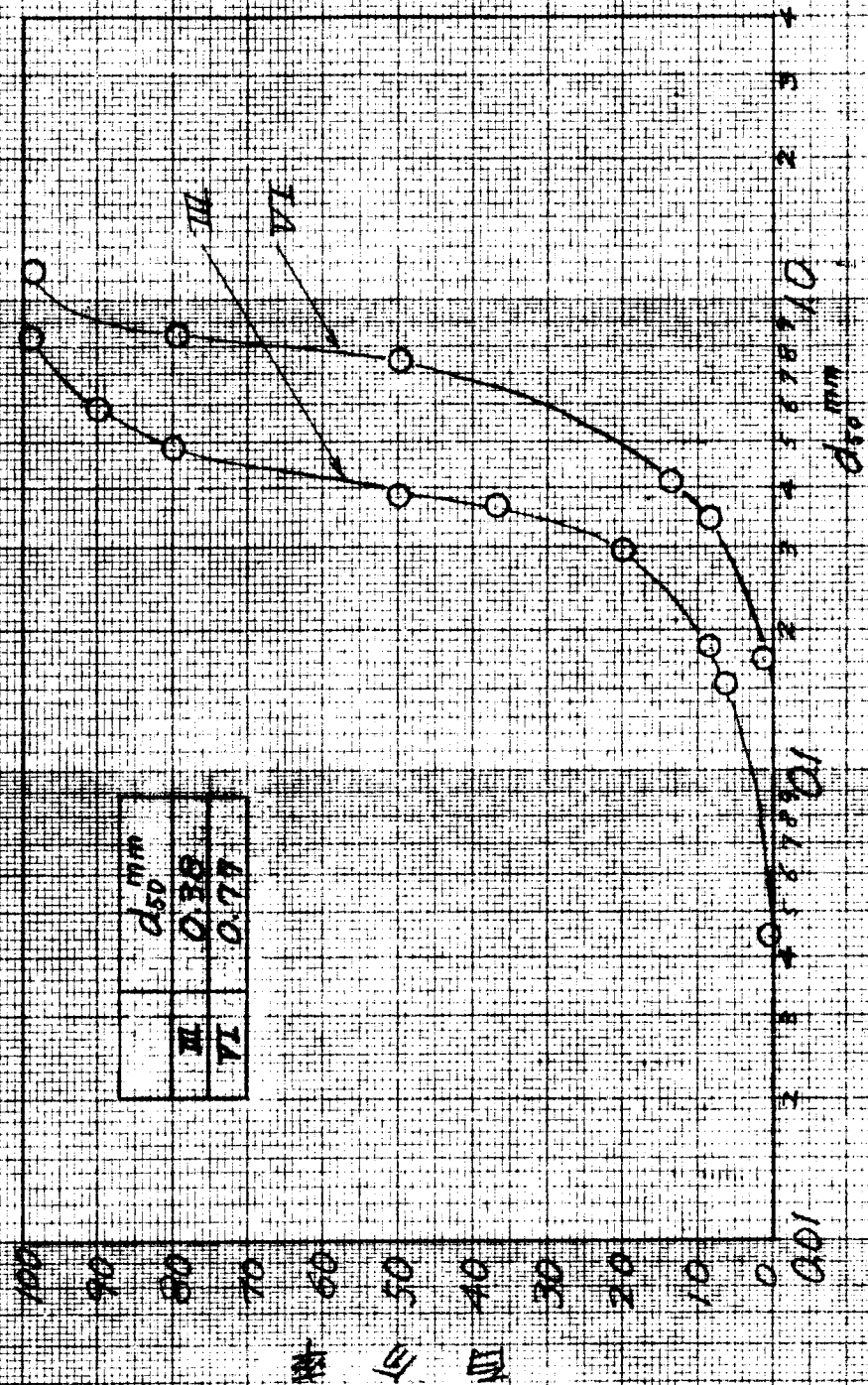


圖-(1.2.37) 實驗水路 (單位:mm)

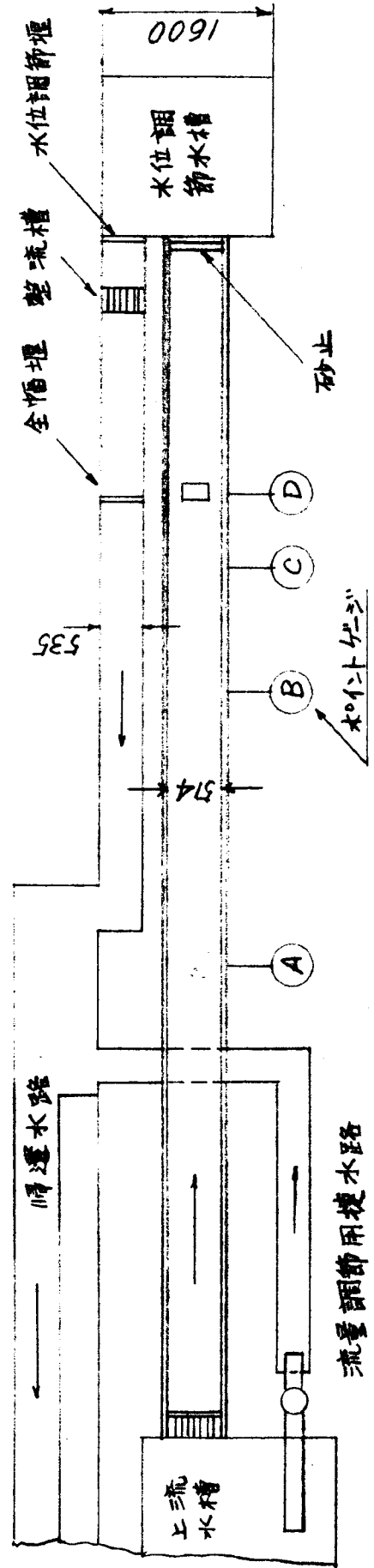
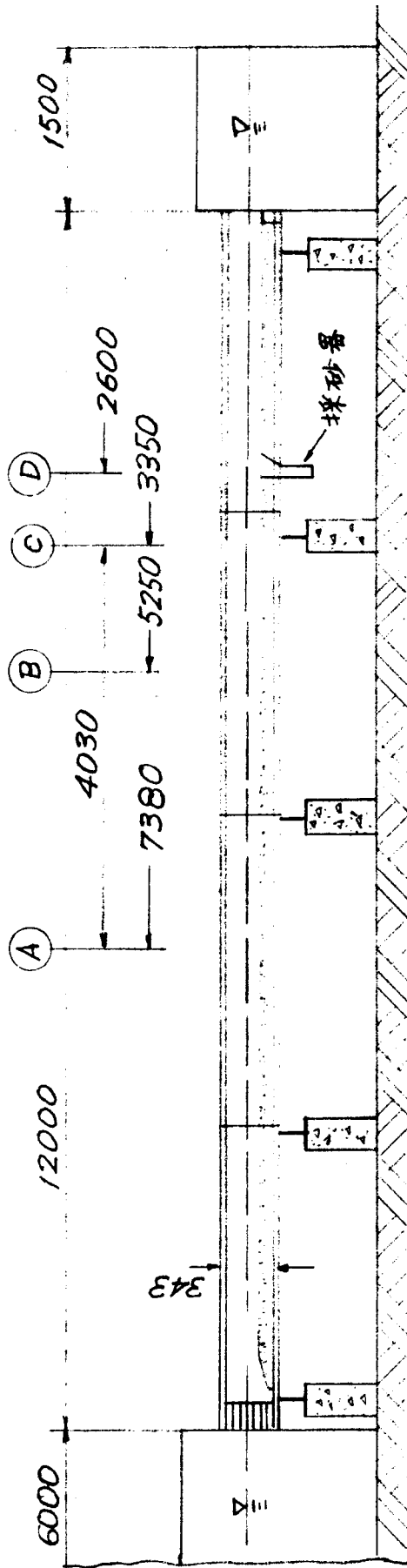


图-(1.2.38) 抹砂装置
(单位: mm)

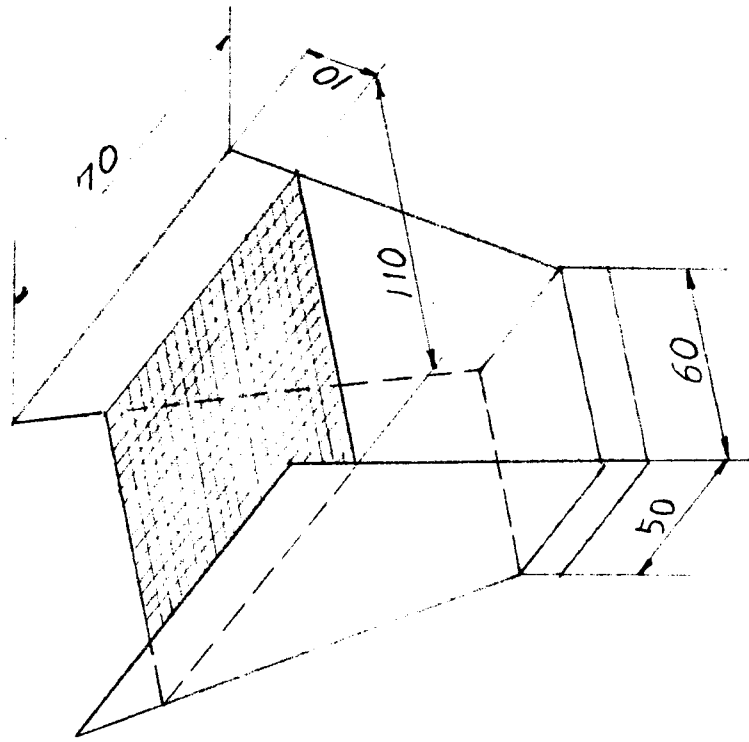
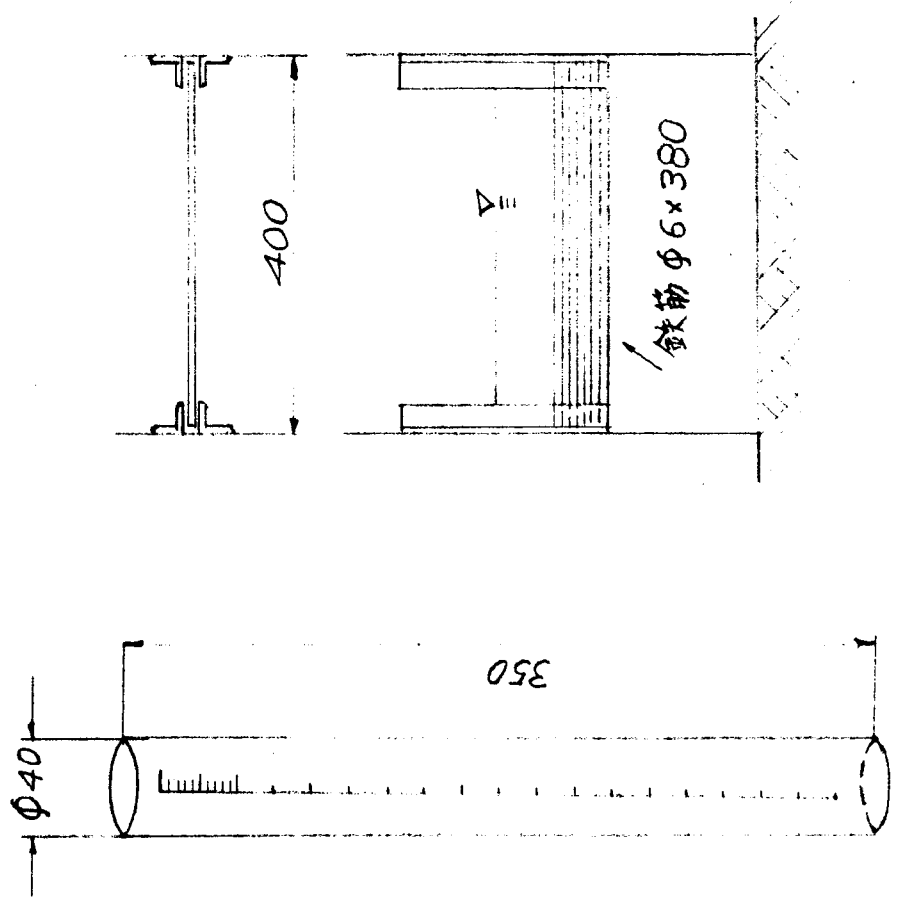


图-(1.2.39) 水位調節堰
(单位: mm)



四-(12.40) 砂面變形實測圖

實驗砂Ⅲ
 $Q = 4478 \text{ cc/s}$
 $(h_{\max})_{\text{mean}} = 4.6 \text{ cm}$
 $(h_{\min})_{\text{mean}} = 2.7 \text{ cm}$
 $\Delta H = 1.9 \text{ cm}$

$$S = 5.26 \times 10^{-3}$$

$\frac{V}{\Delta t}$

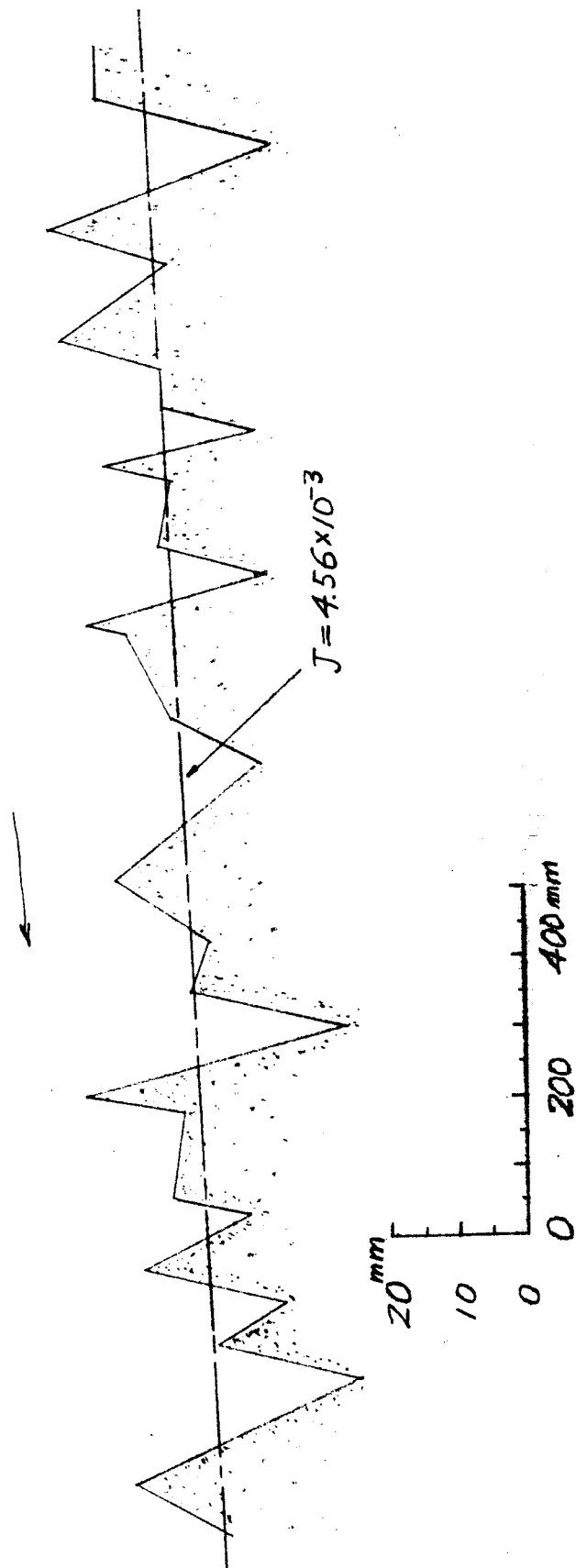


圖-1.2.41 砂面高測定裝置

- (A) 砂間波音計
(B) DS6-R Bridge head, 50cm 摩定調節回路
(C) DS6-P ボンカ音動歪計 700791473A

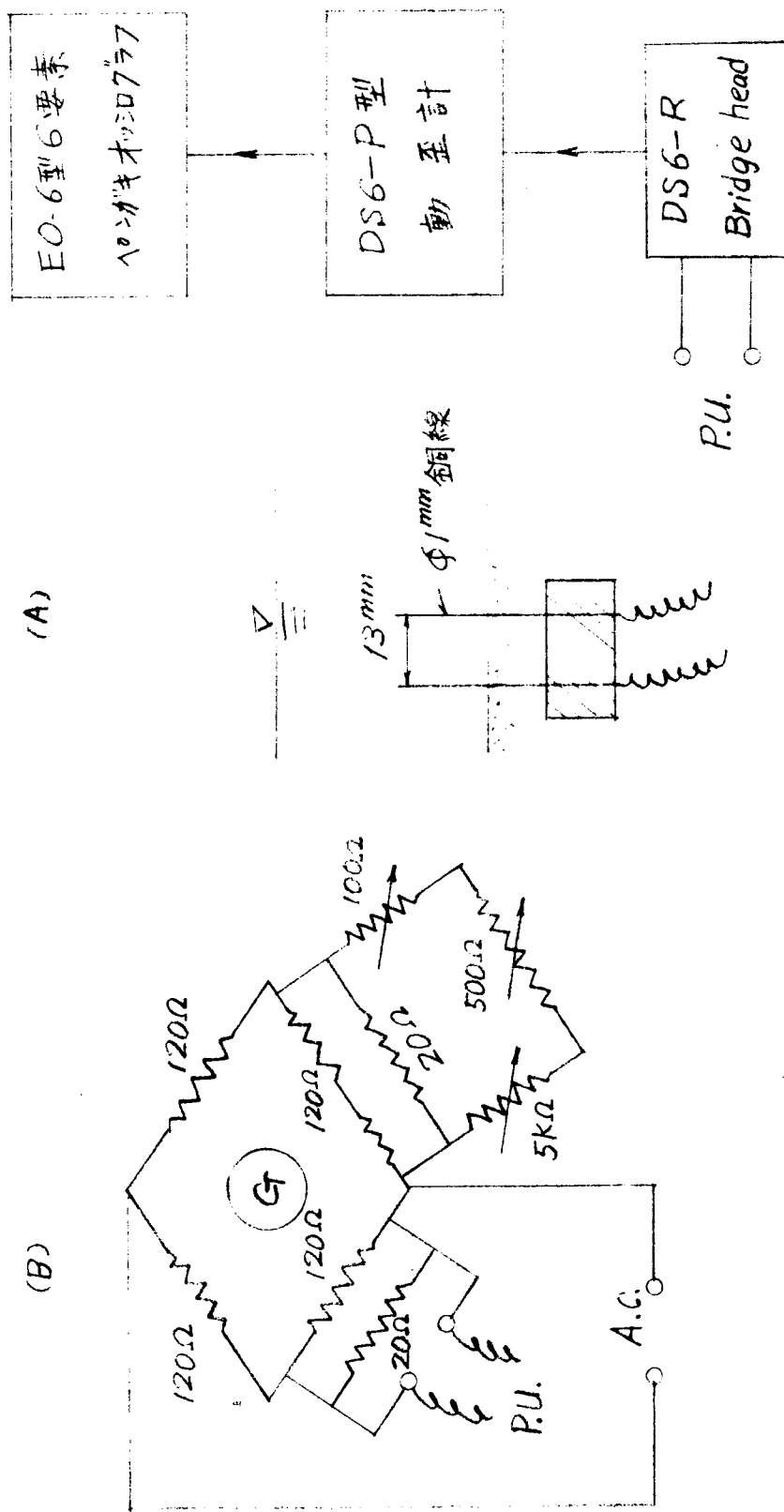


図-(1.2.42) 砂面高の時間的变化 (オシログラフの記録)

実験砂Ⅲ

$Q = 4478 \text{ cc/s}$

$(h_{\max})_{\text{mean}} = 4.6 \text{ cm}$

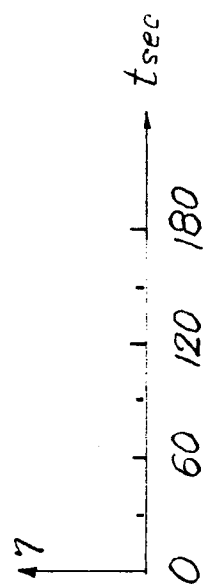
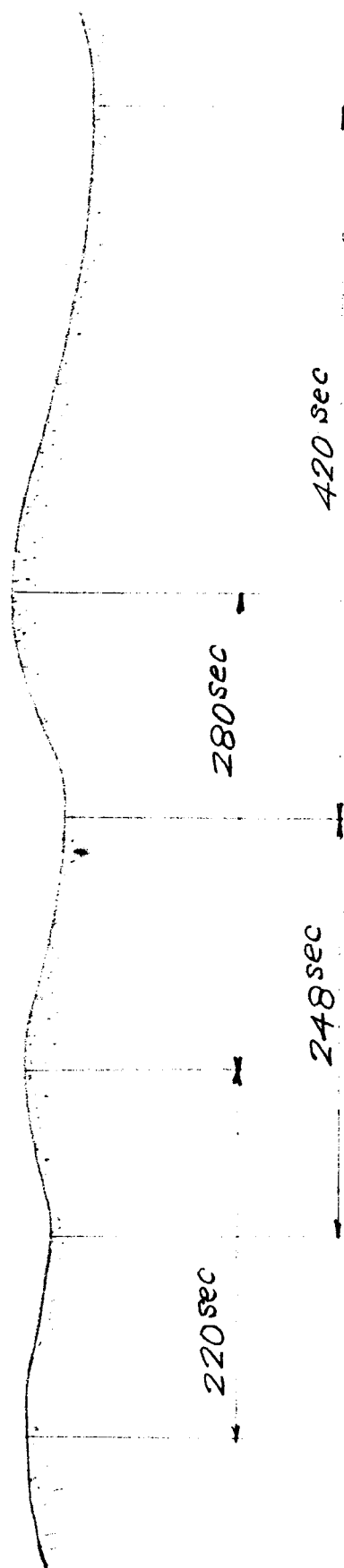
$(h_{\min})_{\text{mean}} = 2.7 \text{ cm}$

$\Delta H = 1.90 \text{ cm}$

$T = 348 \text{ sec}$

$\lambda_s = 16.7 \text{ cm}$

$w_s = 0.048 \text{ cm/s}$



四-(1.2.43) 砂面形状实测图 (縮尺: 1/3)

実験砂
 $Q = 4478 \text{ cm/s}$
 $(h_{\max})_{\text{mean}} = 4.6 \text{ cm}$
 $(h_{\min})_{\text{mean}} = 2.7 \text{ cm}$
 $\Delta H = 1.90 \text{ cm}$
 $\lambda_s = 16.70 \text{ cm}$
 $w_s = 0.048 \text{ cm/s}$

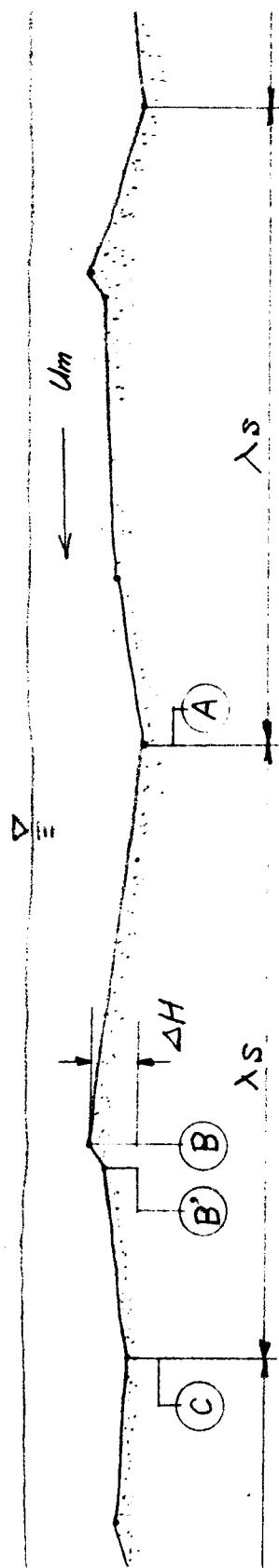
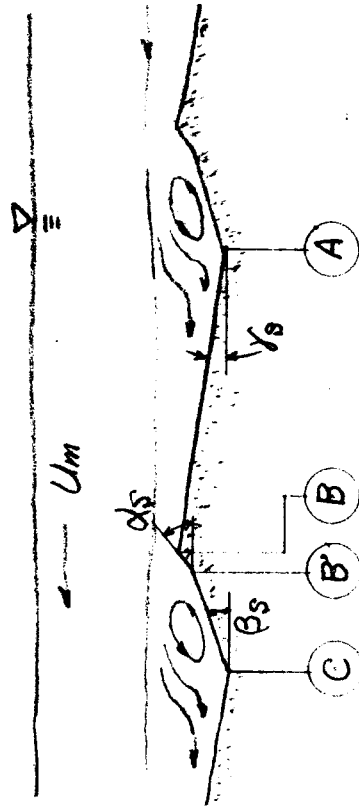


図-(1.2.44) 砂面形状模型図
其の一

(A)



(B)

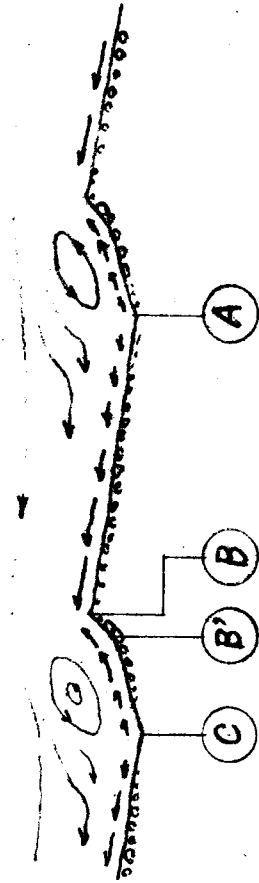
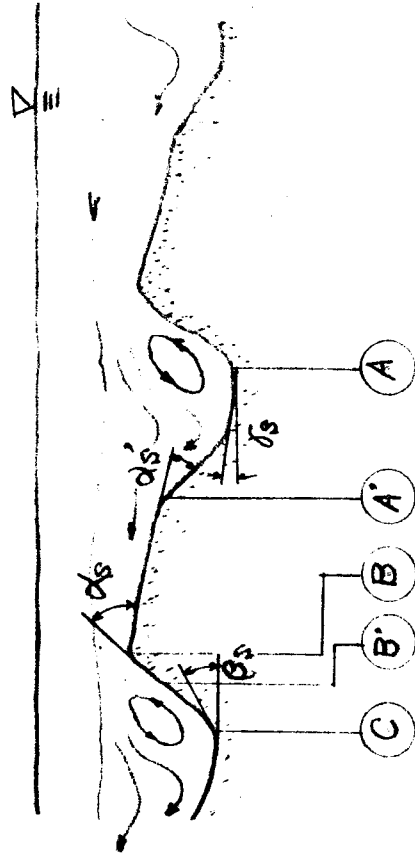
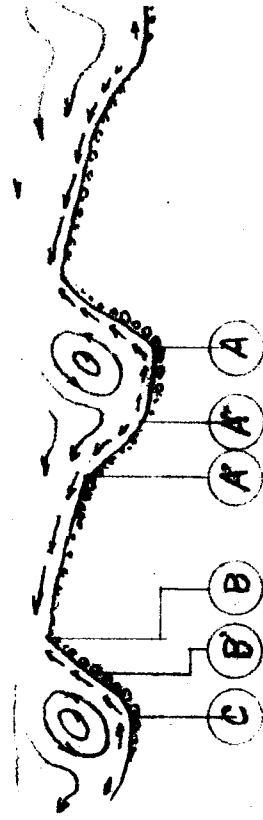


図-(1.2.45) 砂面形状模型図
其の二

(A)



(B)



図(1.2.46) 平均流速と水深との関係
実験砂Ⅲ

○	平面河床 第Ⅰ
●	平面河床 第Ⅱ
⊖	平面河床 第Ⅲ
⊕	砂運への遷移河床
⊕	砂速河床

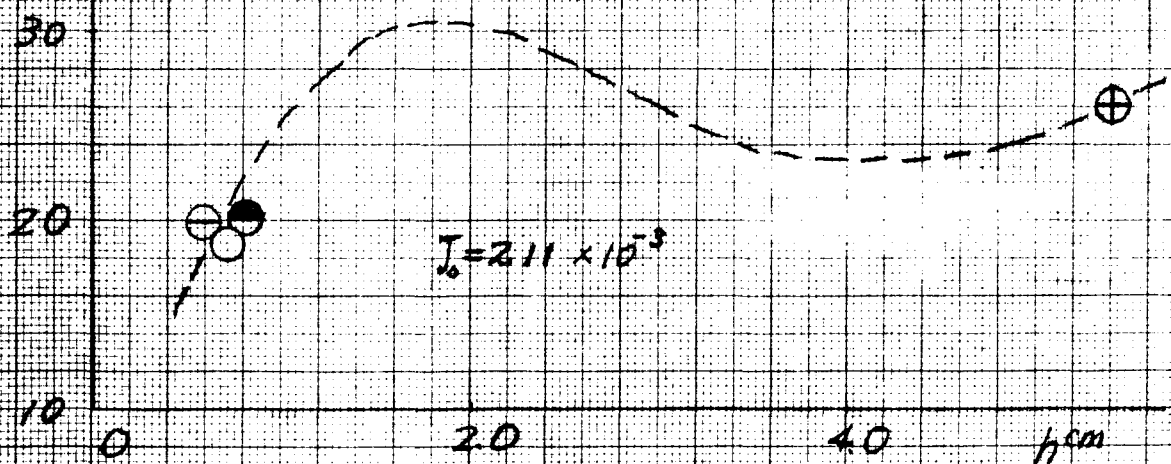
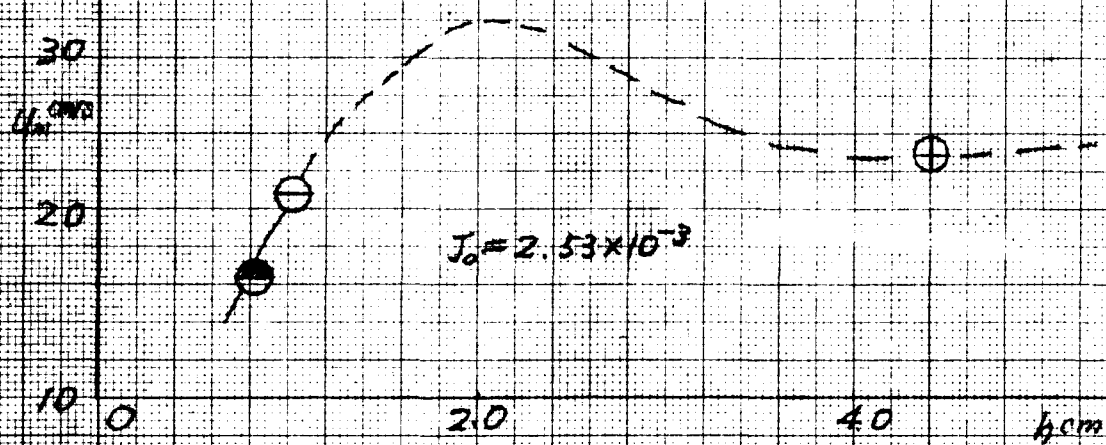
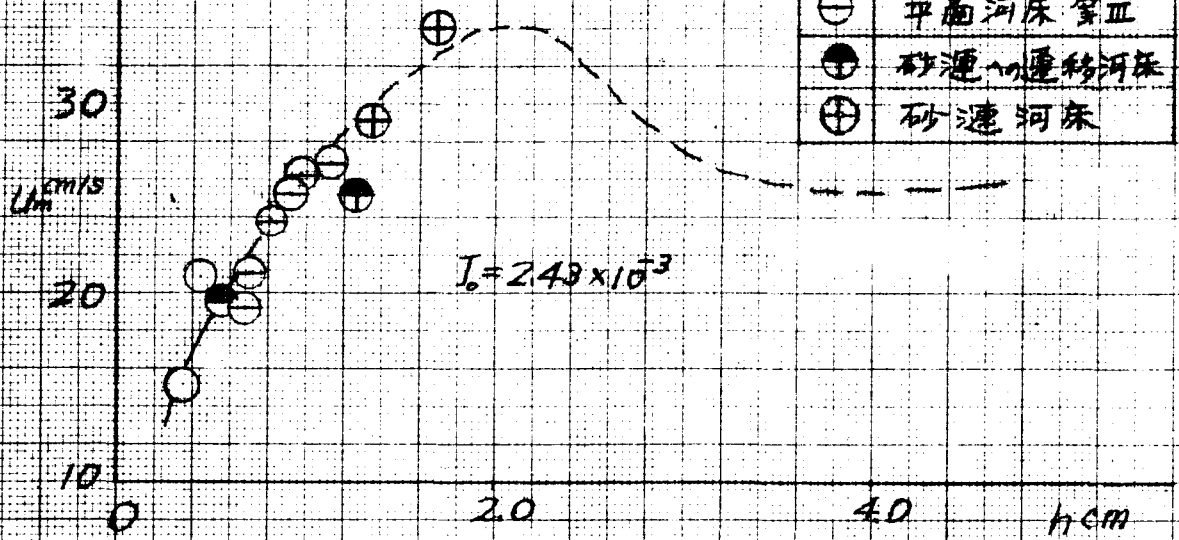
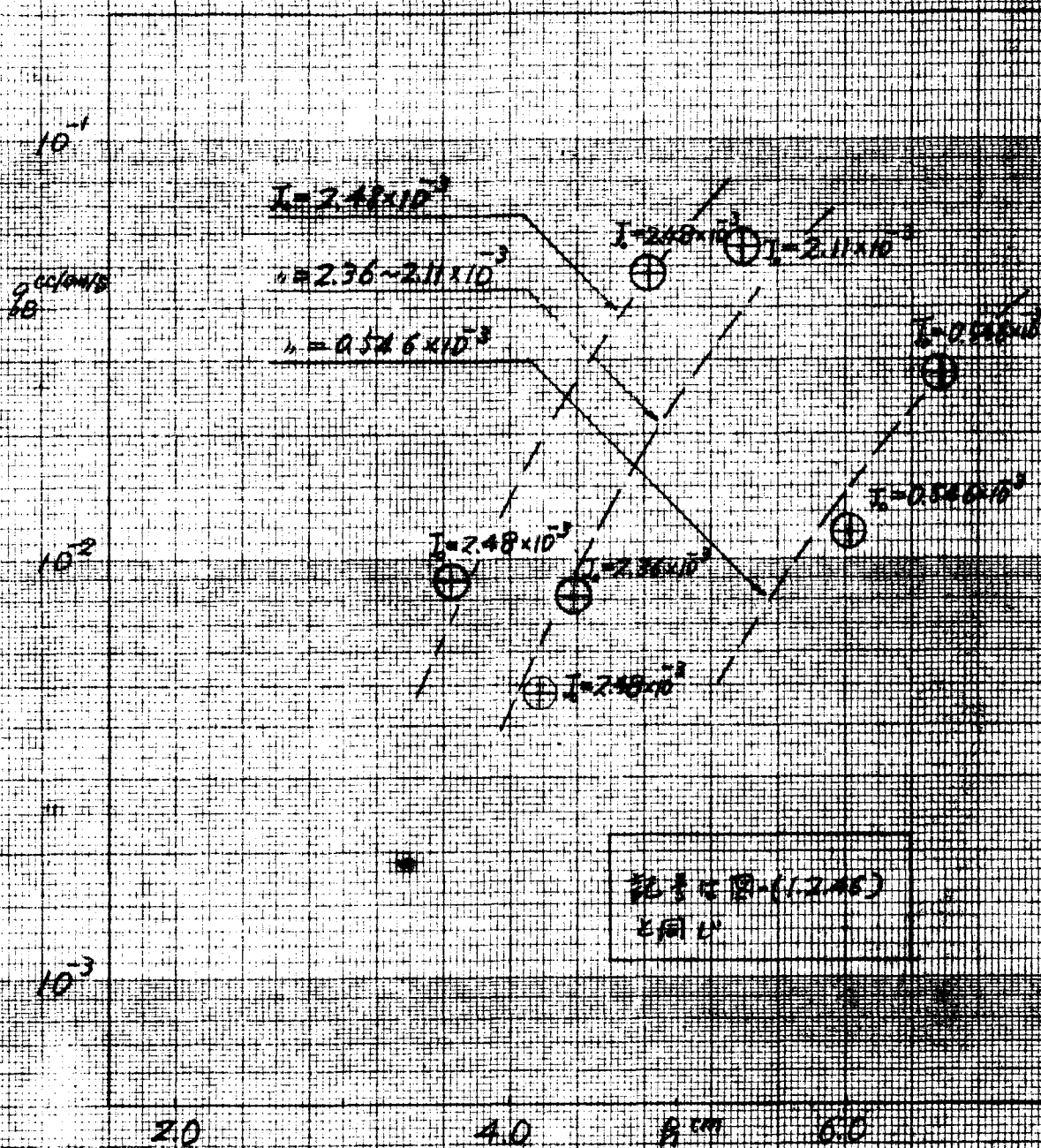


図-(12.47) 精砂量と水環の關係
買取砂量



図(1.2.48) 水面勾配と水深との関係
実験砂Ⅲ

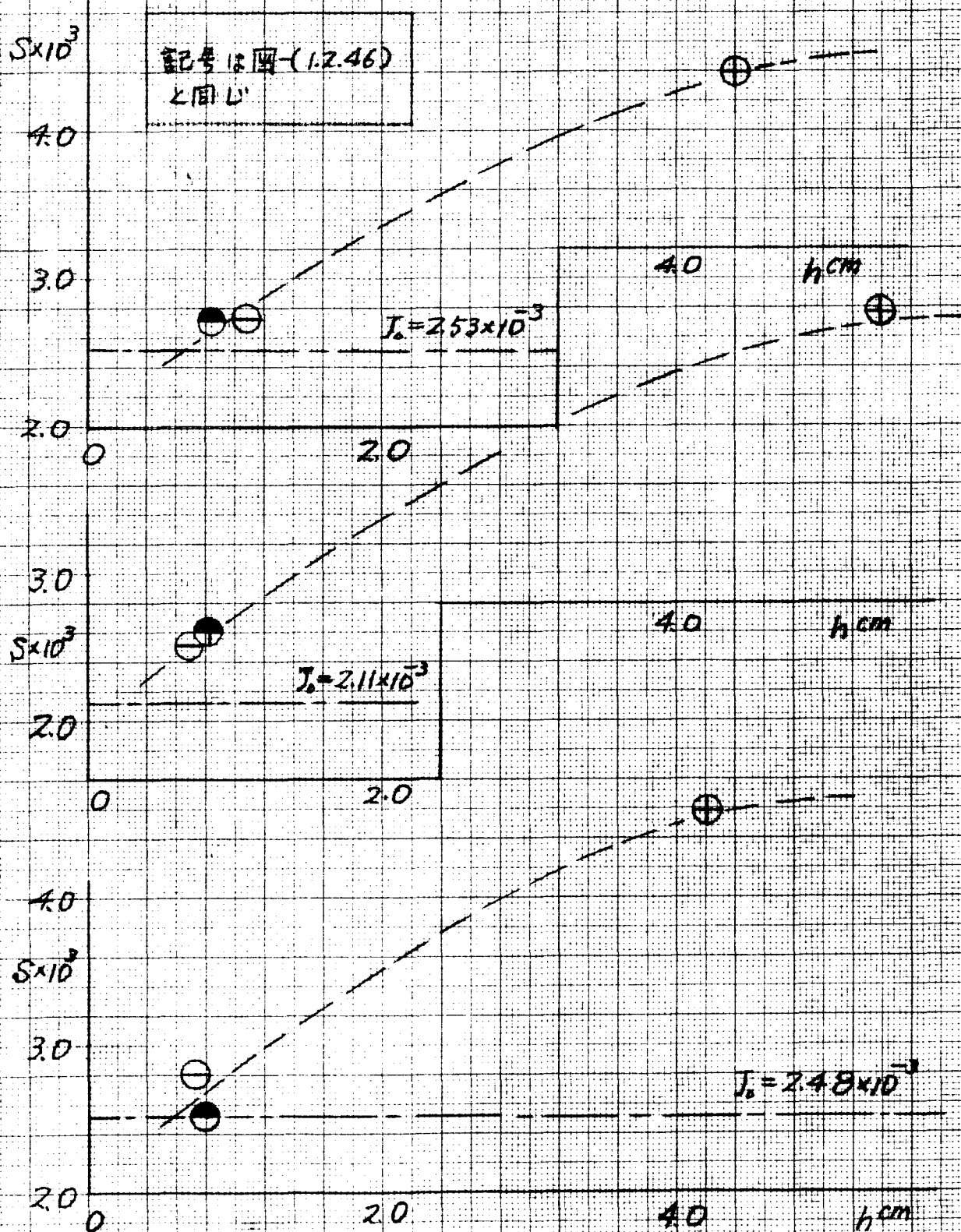


図-12.49) 水面勾配と砂面勾配の関係
実験砂皿

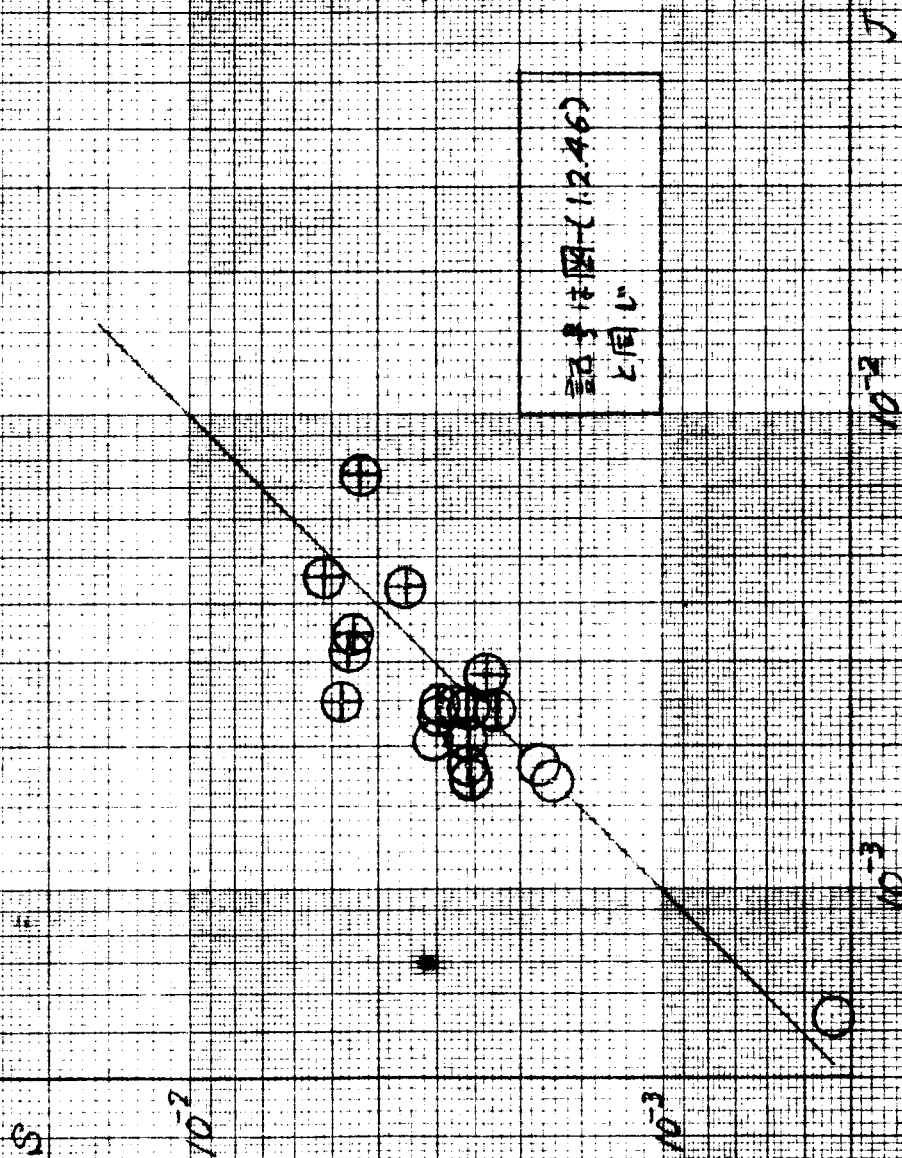
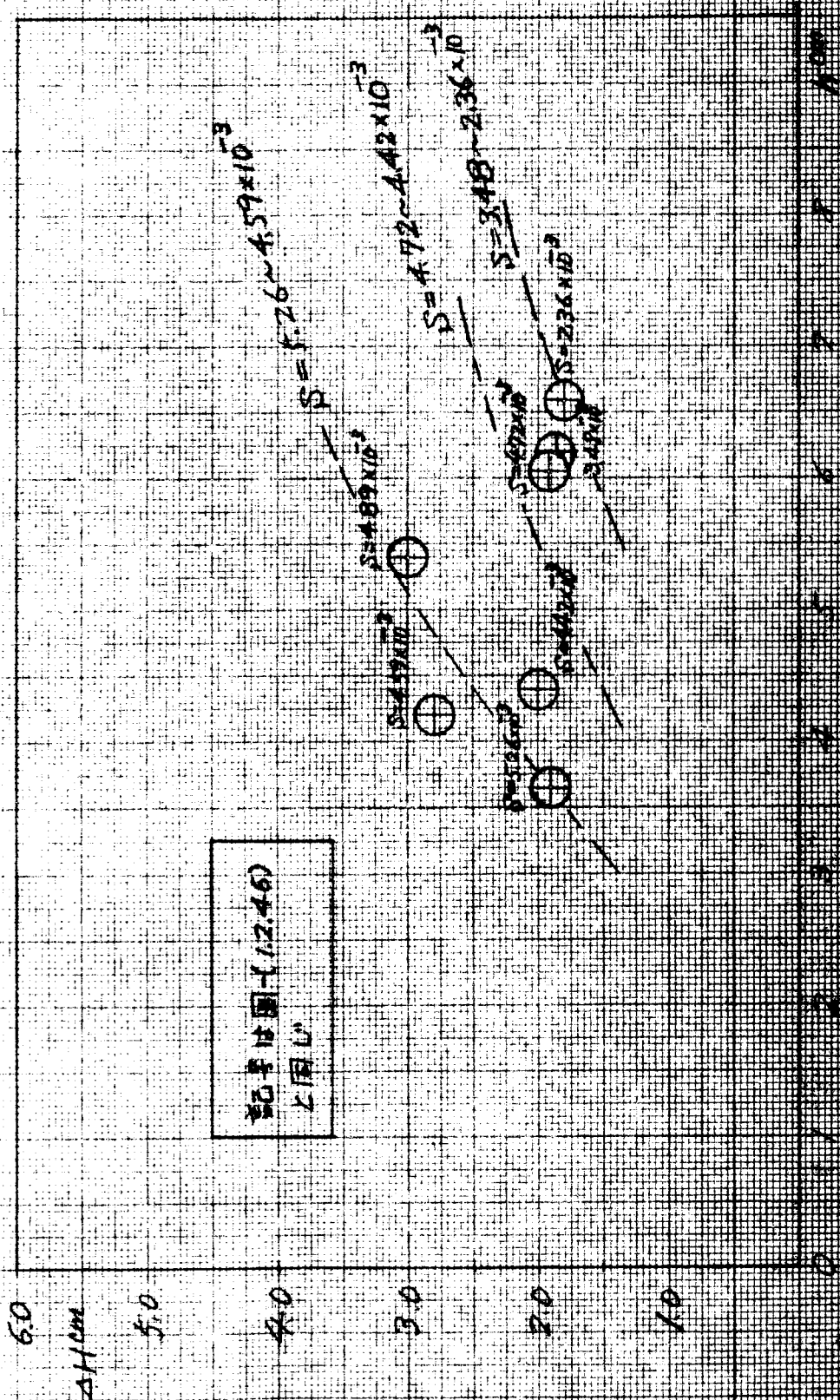
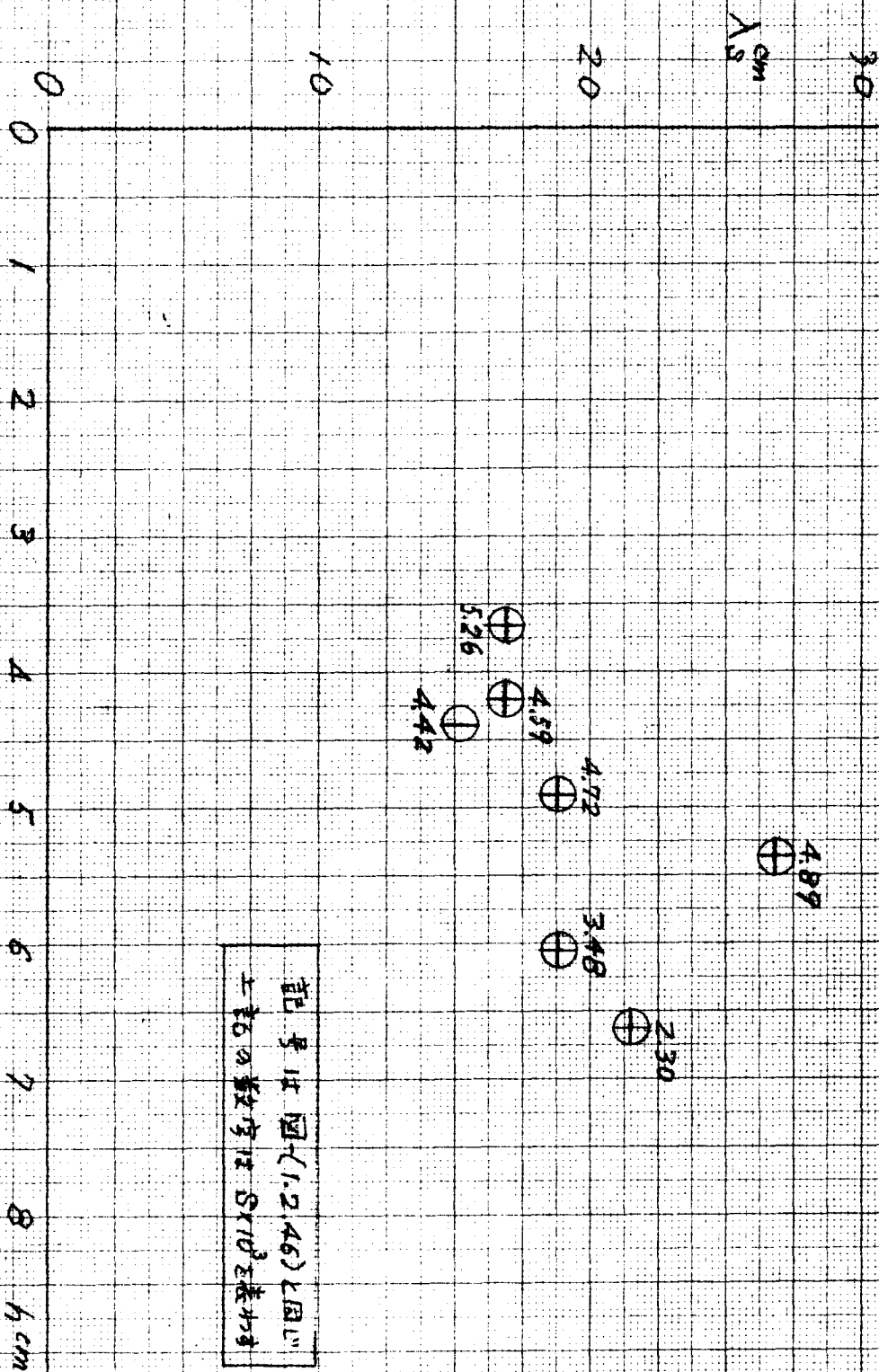


図-(1.2.50) 砂面積高と水深の関係
実験砂皿

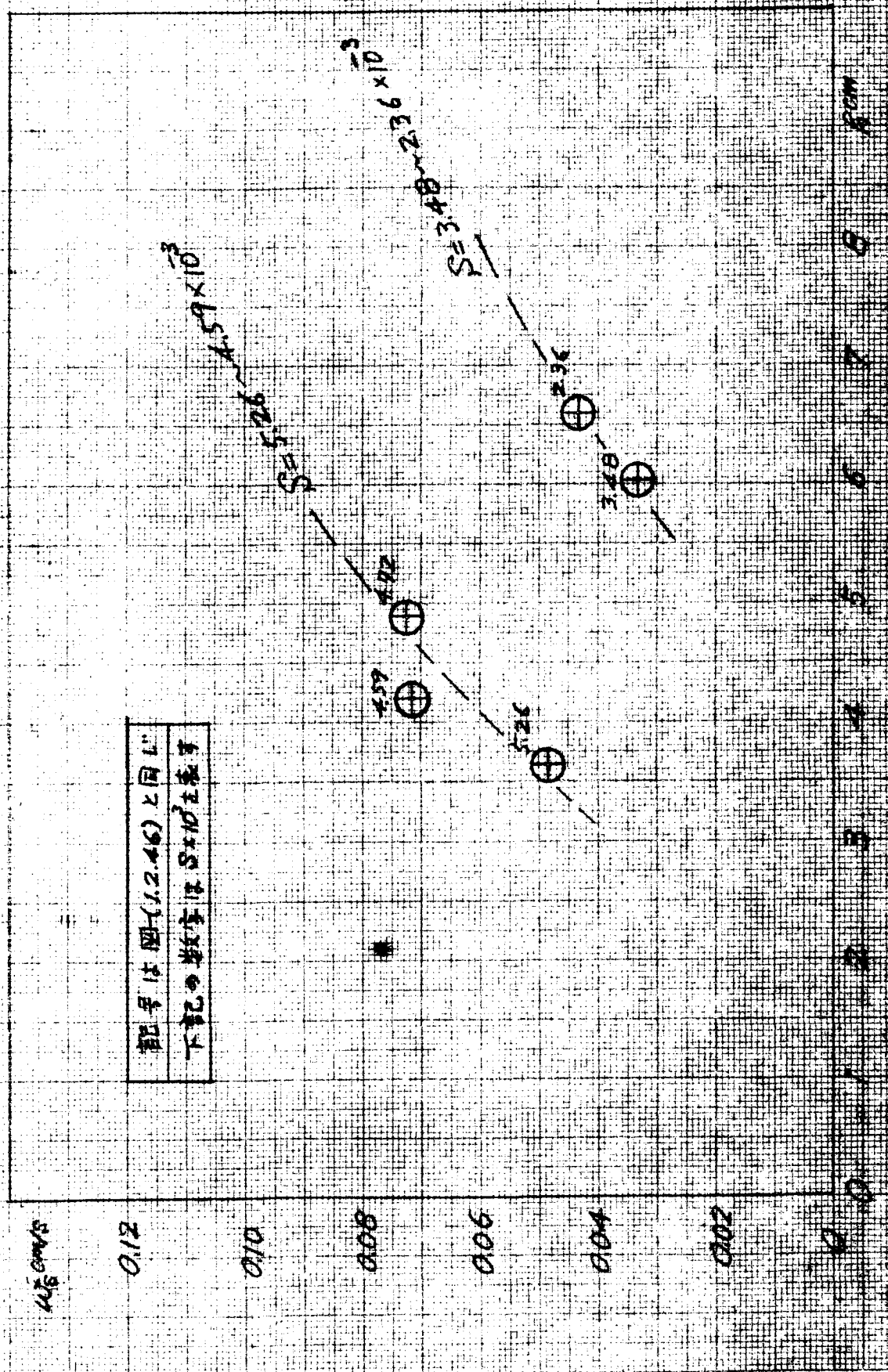


図(1.2.51) 砂面波長と水深の関係
実験砂面



記号は図(1.2.46)と同し
上記の数値は 5×10^3 を表す

図-(1.2.52) 砂面波形の伝播速度と水深との関係
実験砂Ⅲ



記号は図-(1.2.46)と同じ
下記の数字は $S \times 10^3$ を表す

図-(1.2.53) 砂面形状の実験図 (縮尺: 1/3)

実験砂面

$$Q = 10800 \text{ cc/s}$$

$$(h_{\max})_{\text{mean}} = 5.06 \text{ cm}$$

$$(h_{\min})_{\text{mean}} = 4.65 \text{ cm}$$

$$\Delta H = 0.5 \text{ cm}$$

$$\lambda_s = 60.3 \text{ cm}$$

$$w_s = 0.134 \text{ cm/s}$$

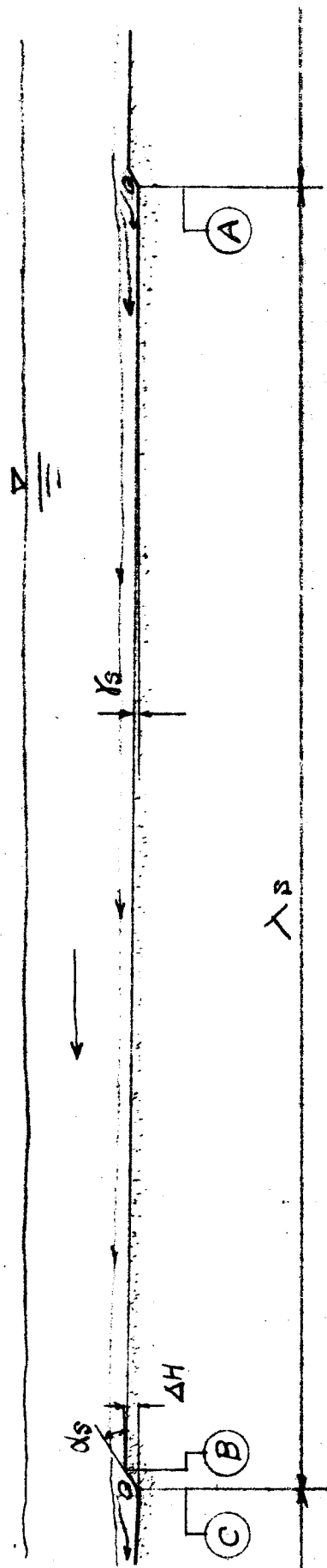


図-(12.54)(a) 平均流速と水深の関係
実験砂VI, $I_d = 2.0 \times 10^{-3}$

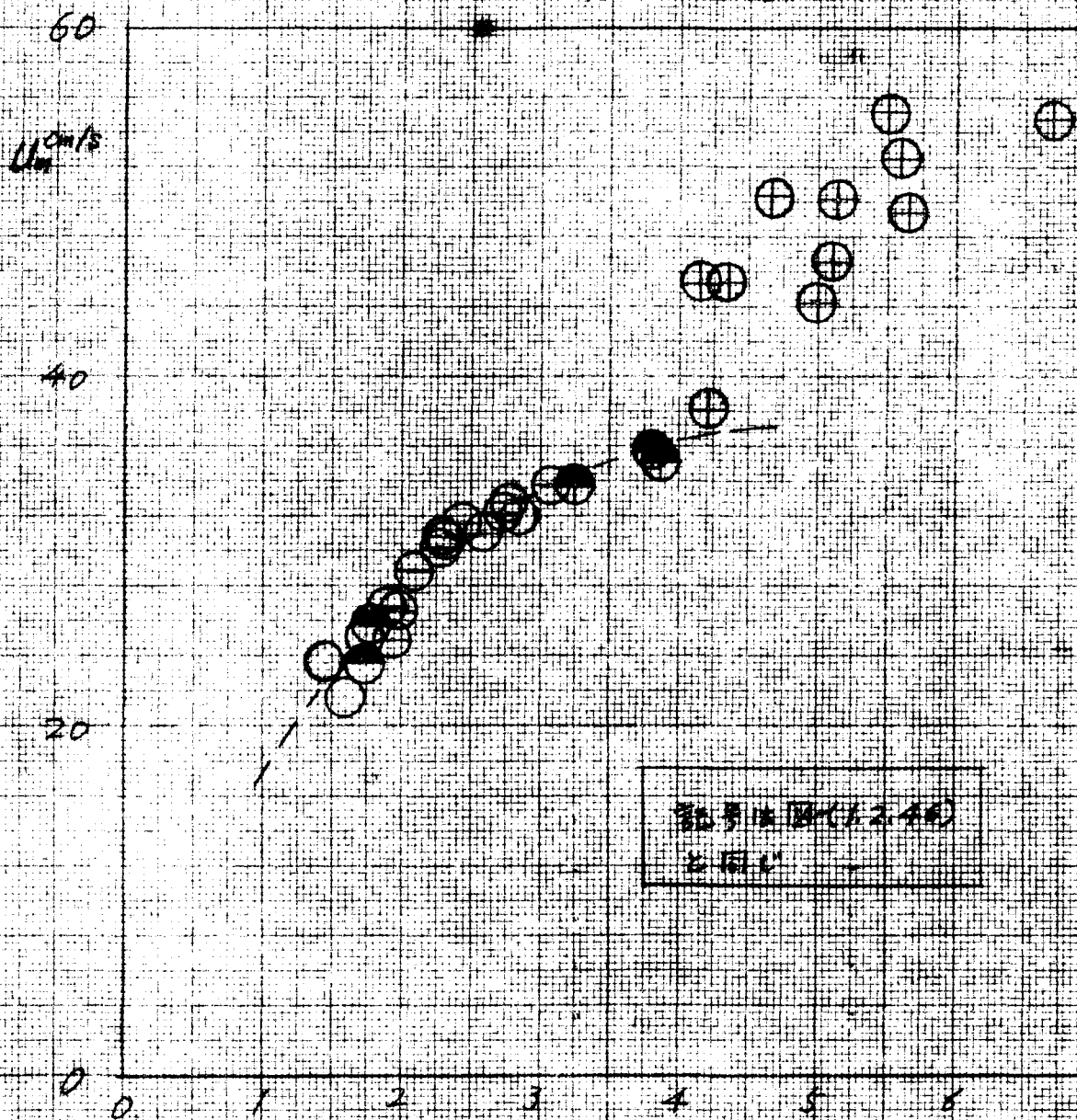


図-(1.2.54)(b) 平均流速と水深の関係
 実験砂PI, $I_0 = 1.43 \times 10^{-3}$

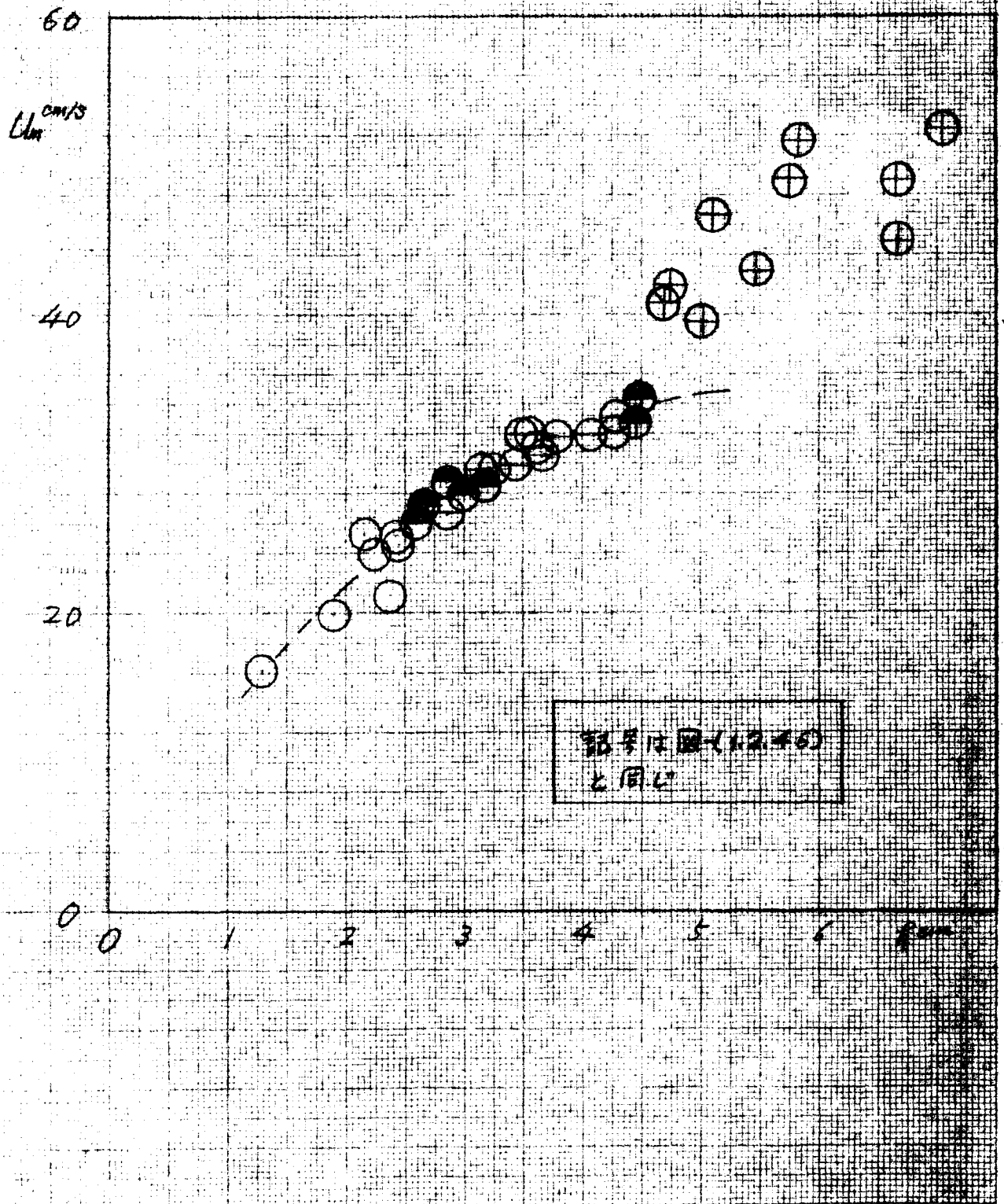


図-(1.2.54)(c) 平均流速と水深の関係
実験砂江, $J_0 = 10 \times 10^{-3}$

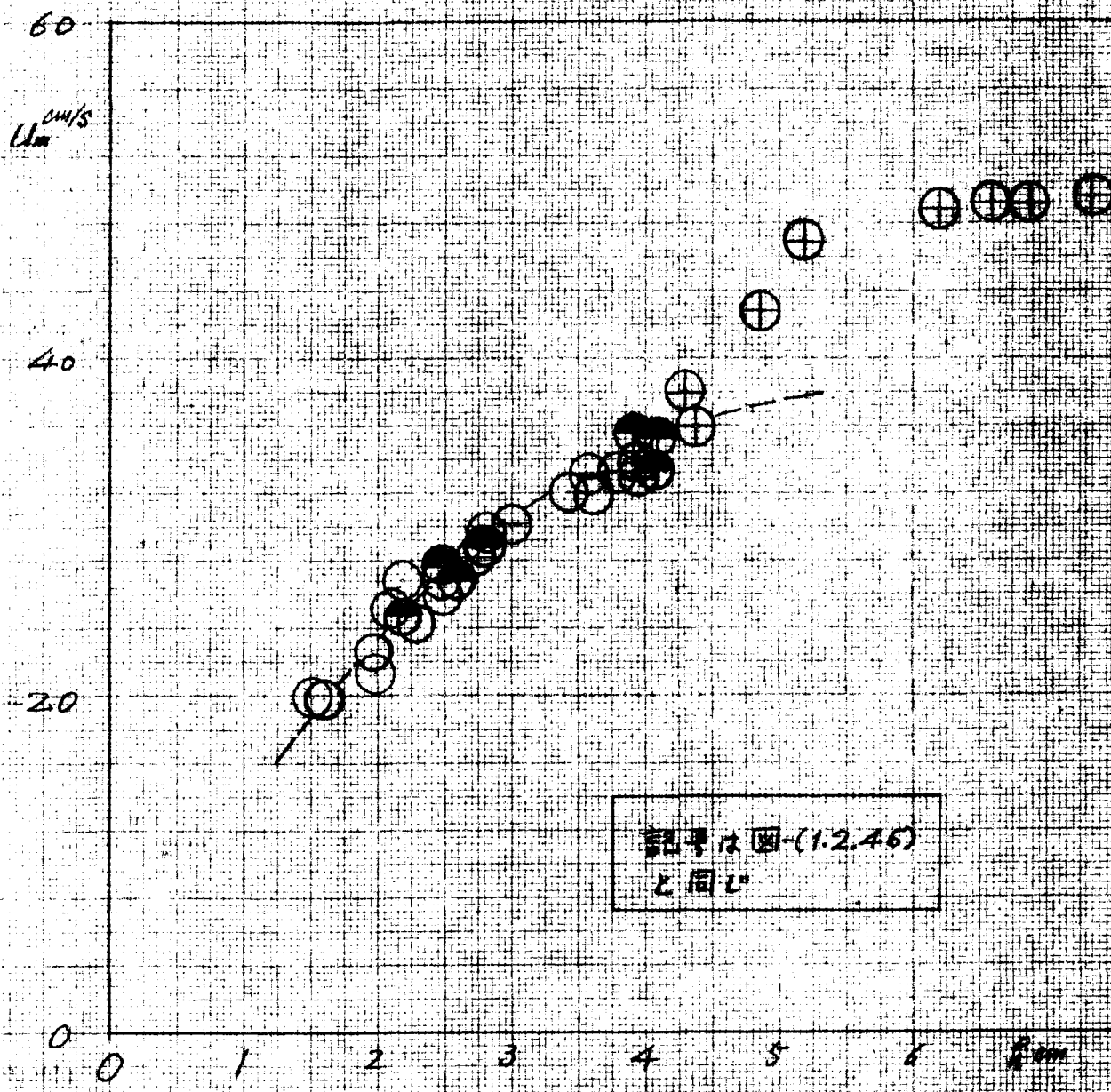


図-(1.2.55) 汚濁量と水深の関係
実験砂Ⅵ

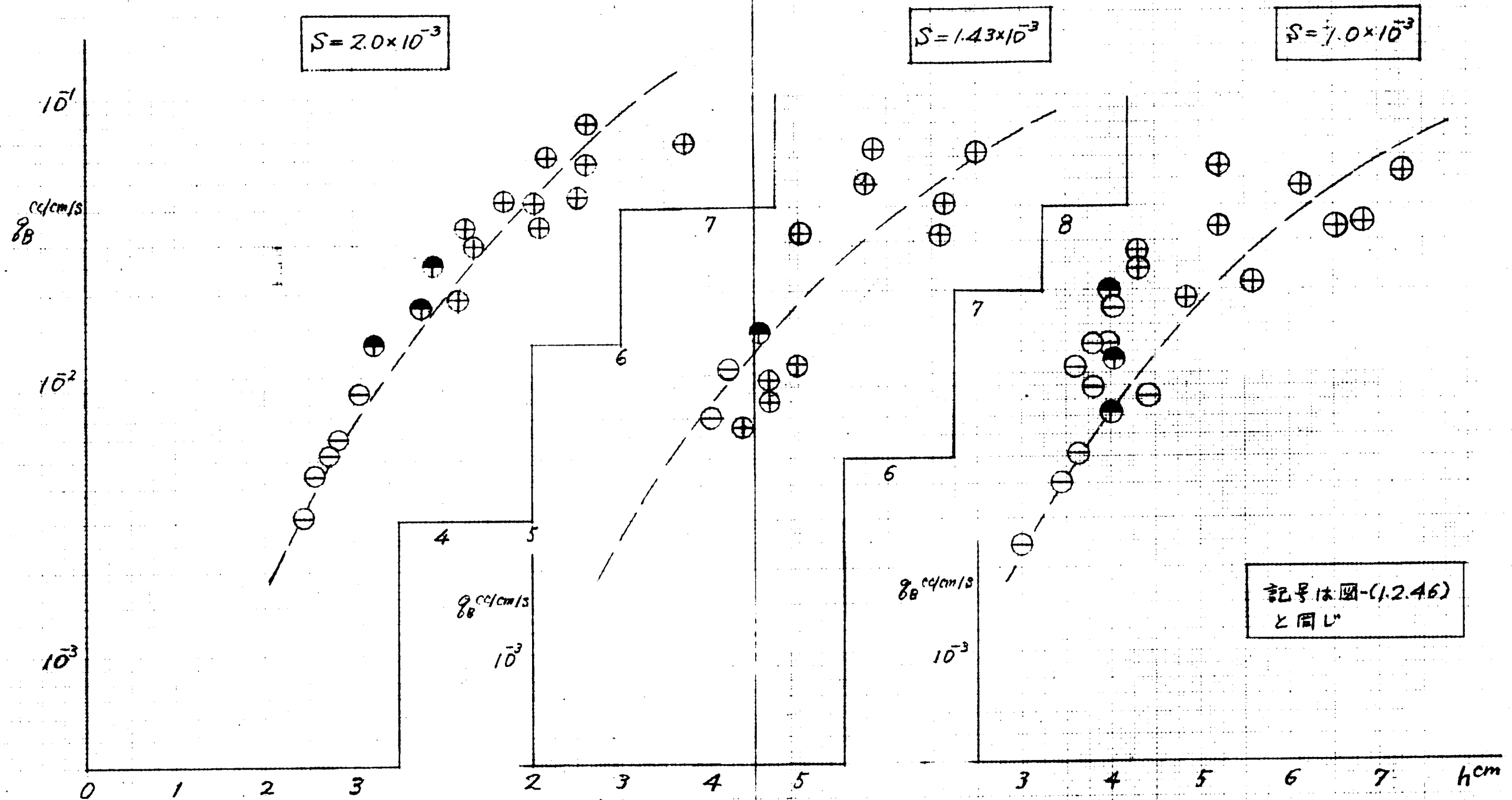


図-(1.2.56) 水面勾配と水深の関係
実験砂丘

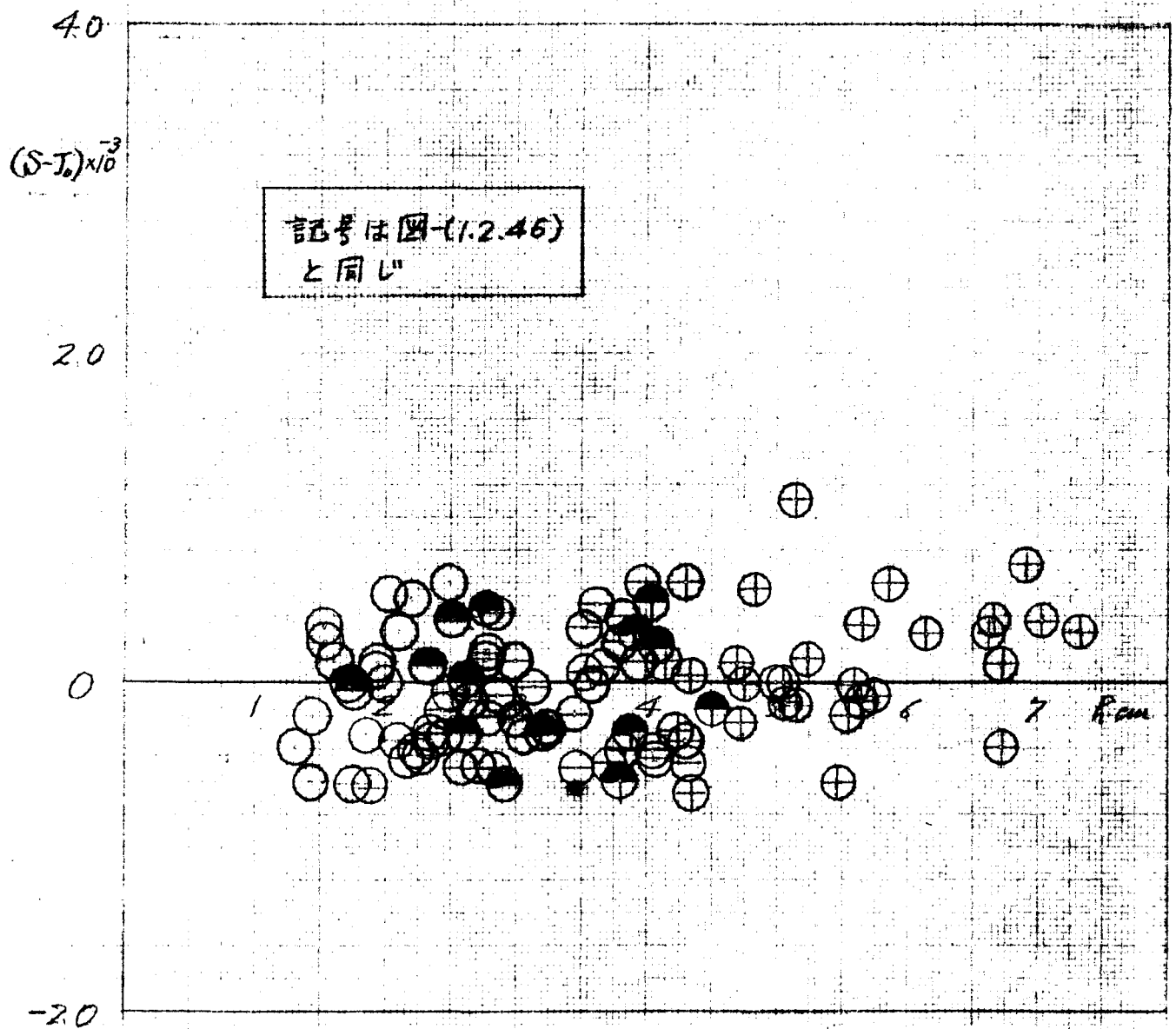


図-(1.2.57) 砂面被高と水深の関係、実験砂丘

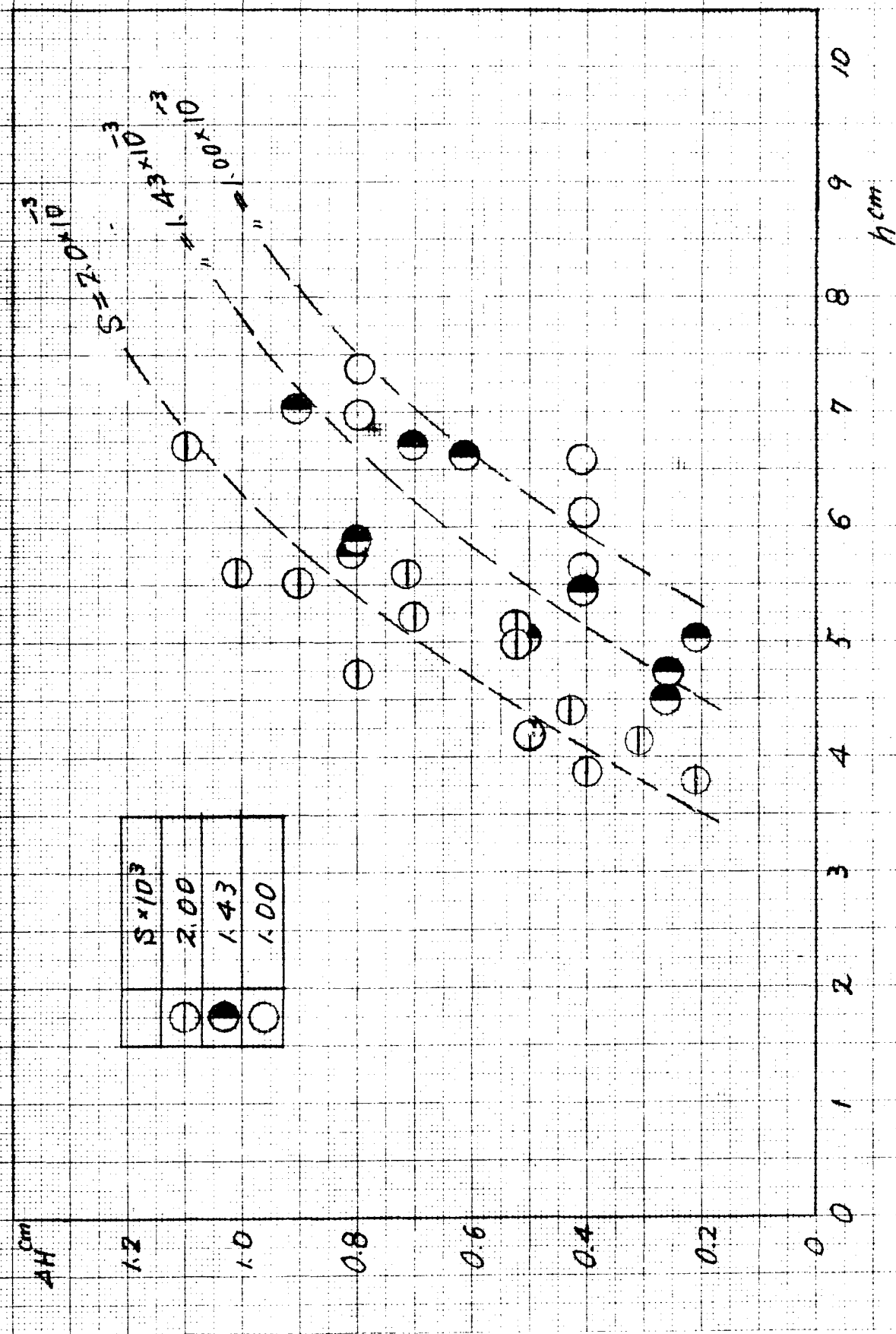


図-(1.2.58) 砂面延長と水深との関係
実験砂VI

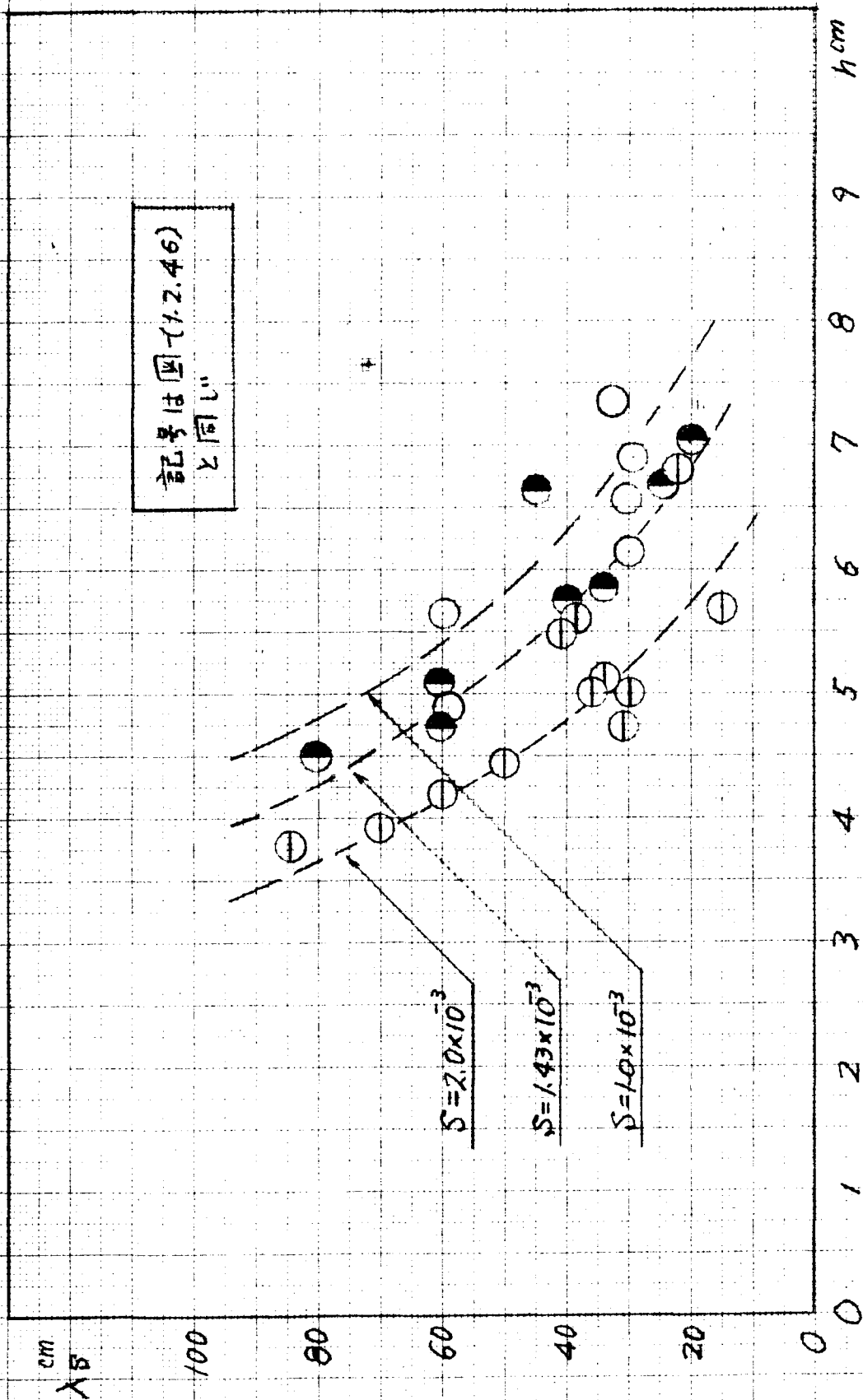


図-(1.2.59) 砂面波形の伝播速度と水深の関係
実験砂PI

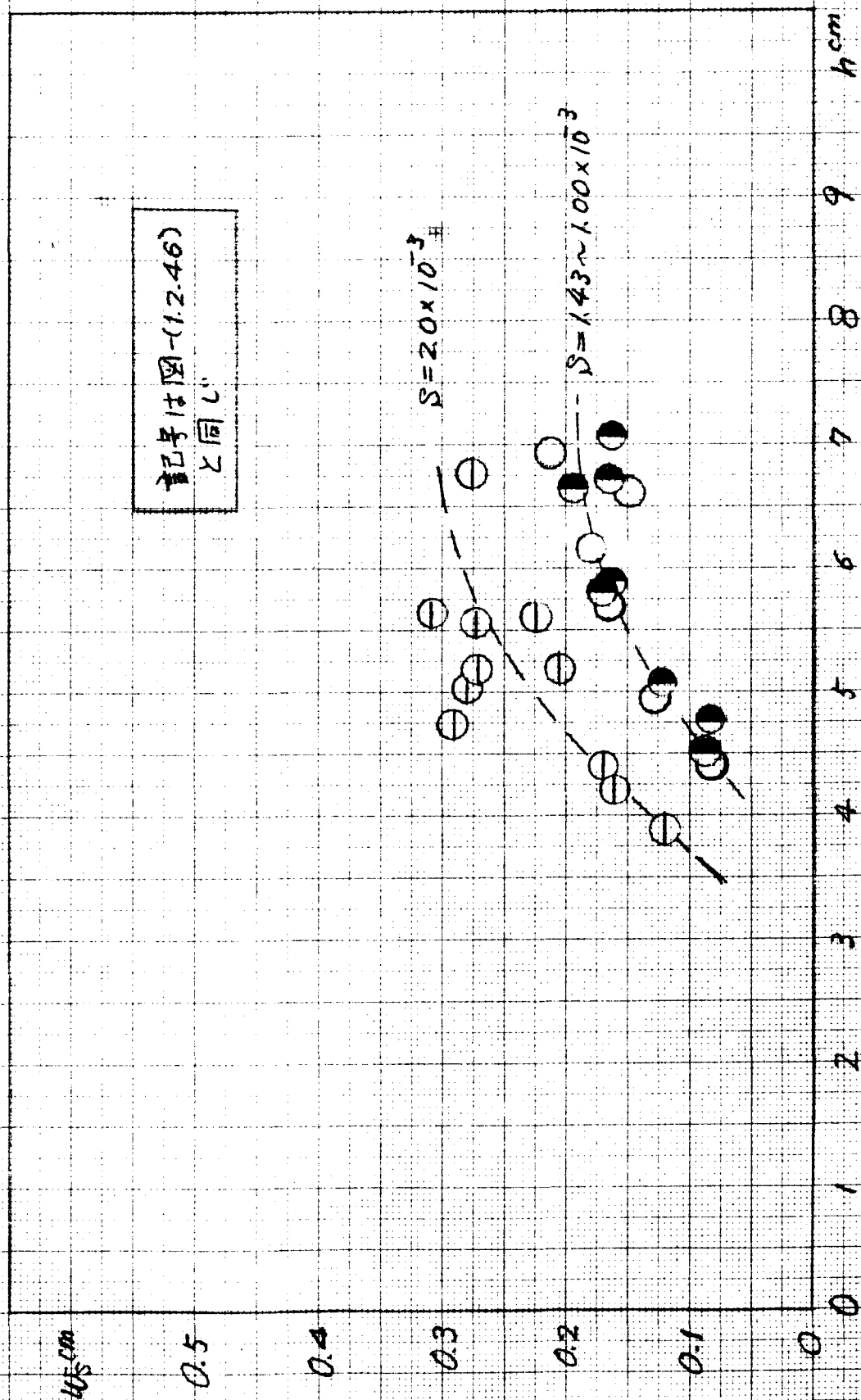


图-(1.2.60) 实验水路 (单位: mm)

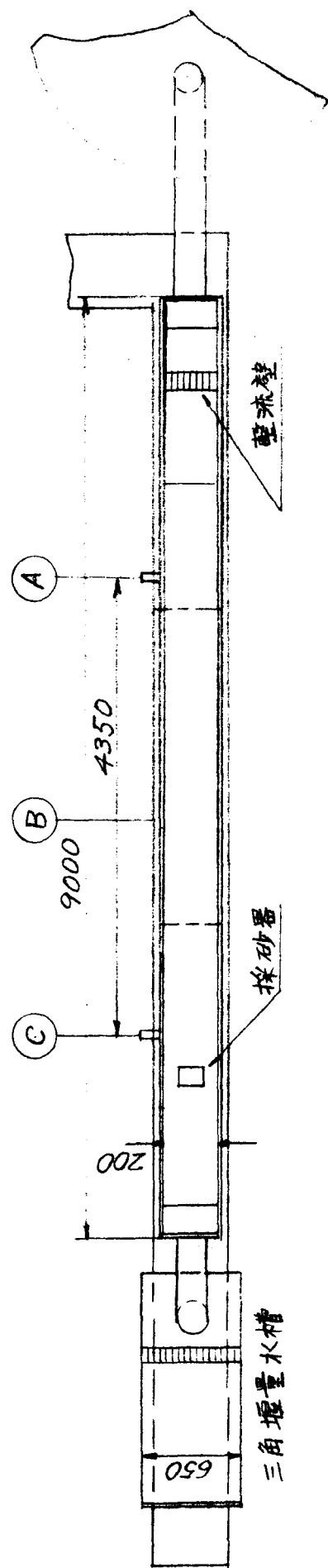
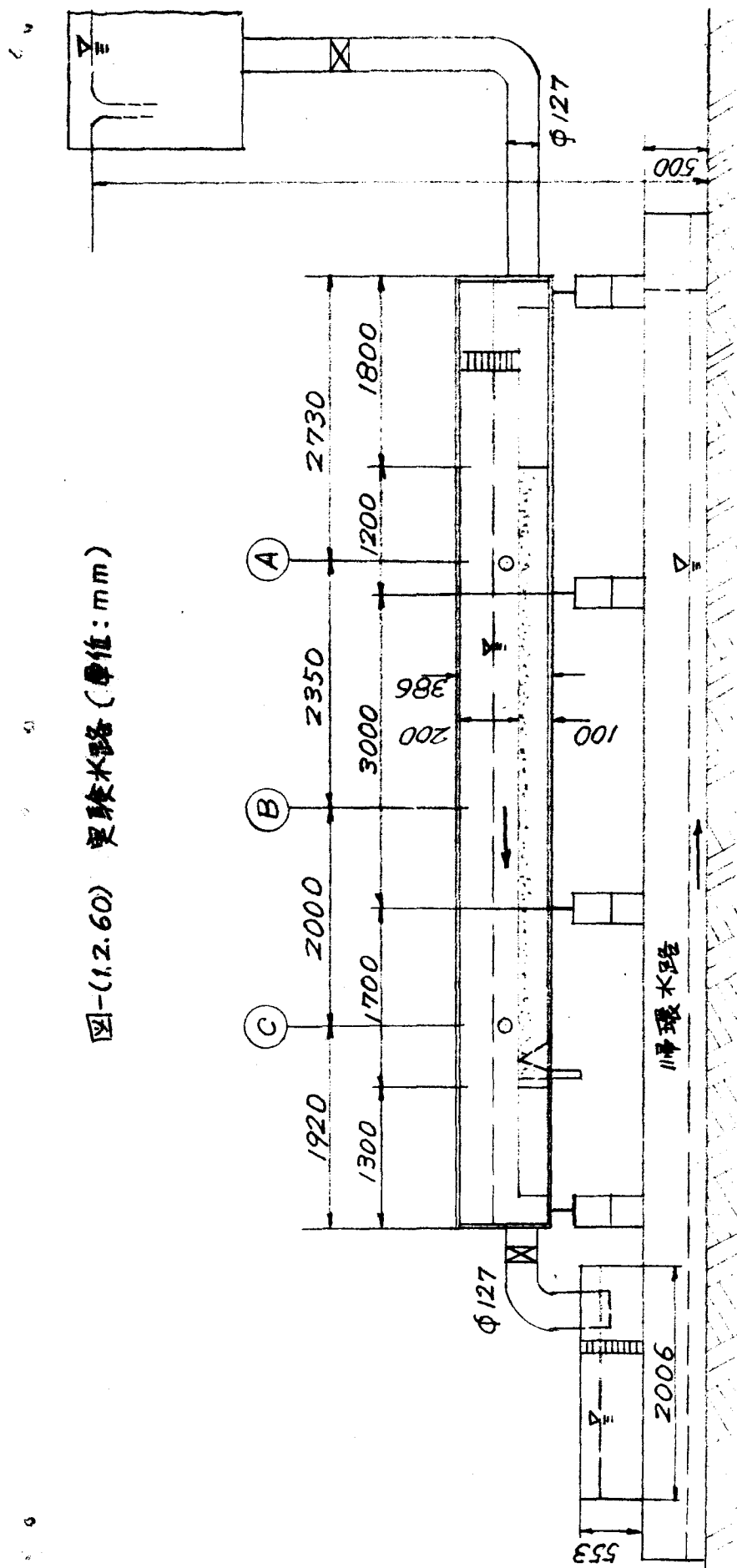


図-(1.2.61) 平均流速と水深の関係
実験砂工

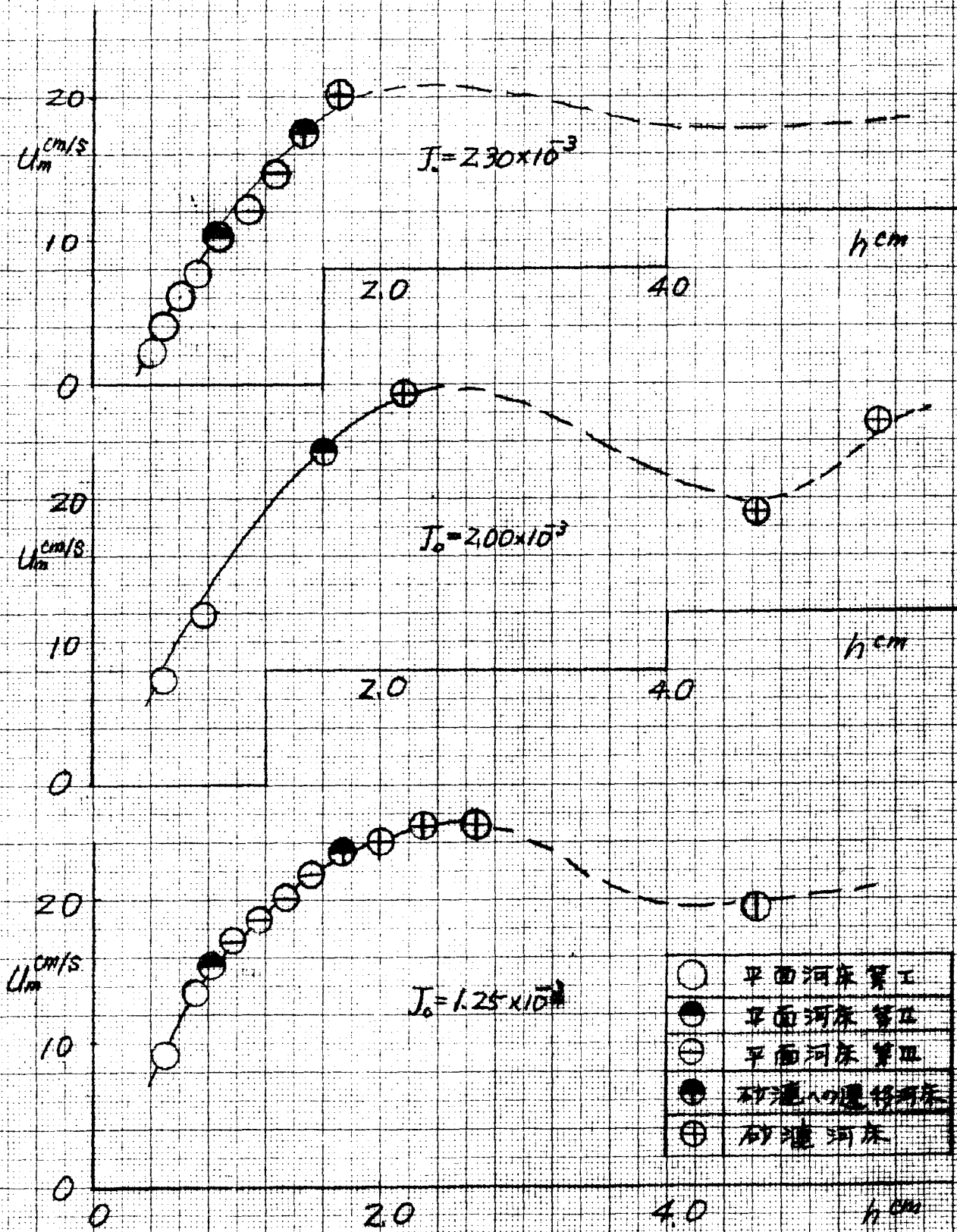
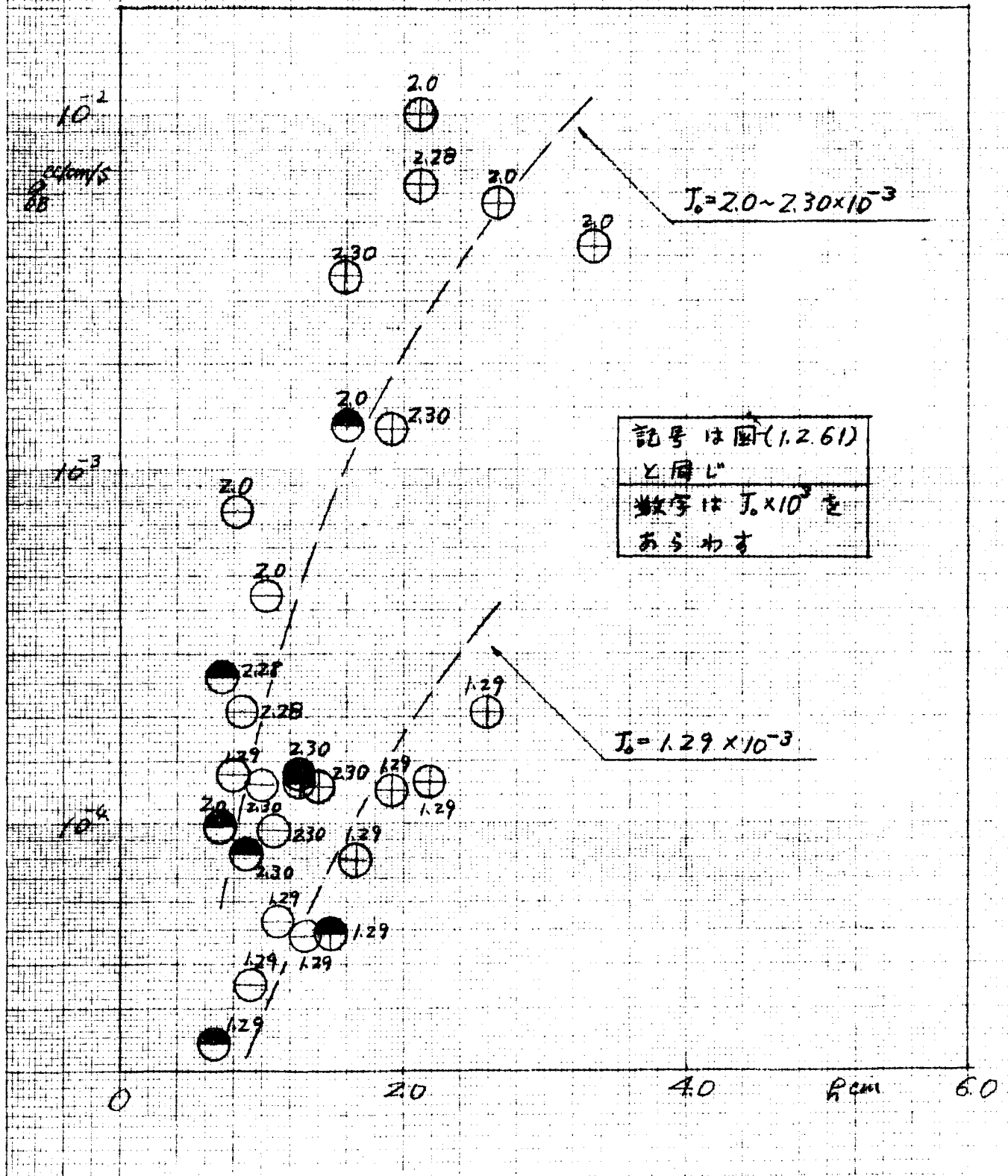


図-(1.2.62) 流砂量と水深の関係
実験砂Ⅰ



図(1.2.63) 水面勾配と水深の関係
実験砂 I

記号は図(1.2.61)
と同じ

$S \times 10^3$

4.0

3.0

2.0

1.0

0

2.0

4.0

h, cm

$J_0 = 2.0 \times 10^{-3}$

$S \times 10^3$

2.0

1.0

0

0

2.0

4.0

h, cm

$J_1 = 1.25 \times 10^{-3}$

図-(1.2.64) 水面勾配と砂面勾配の関係
実験砂 I

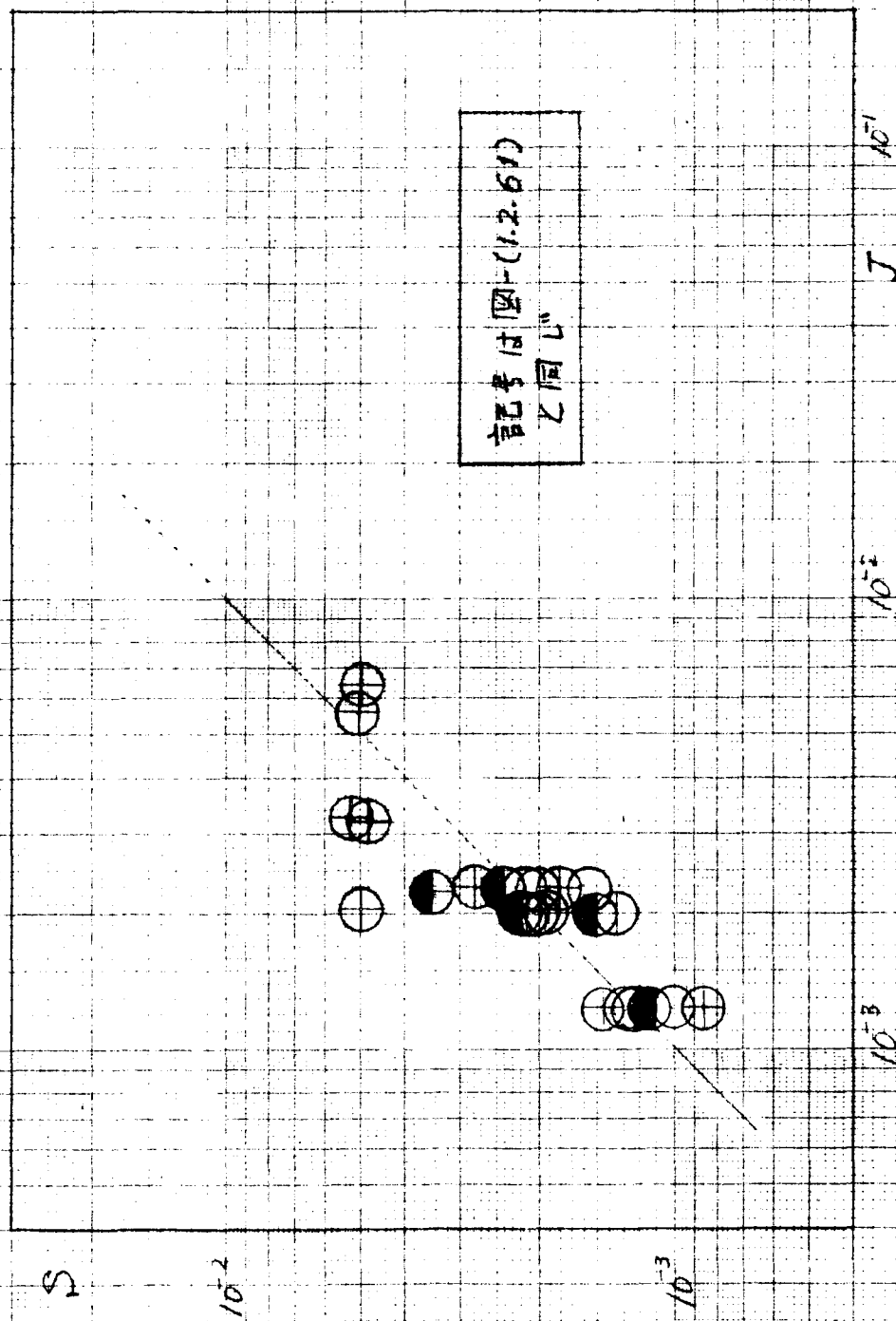


図-(12.65) 砂面波高と水深の関係
実験砂工

波高は図-(12.61)と同じ
波数は $S \times 10^3$ を表わす

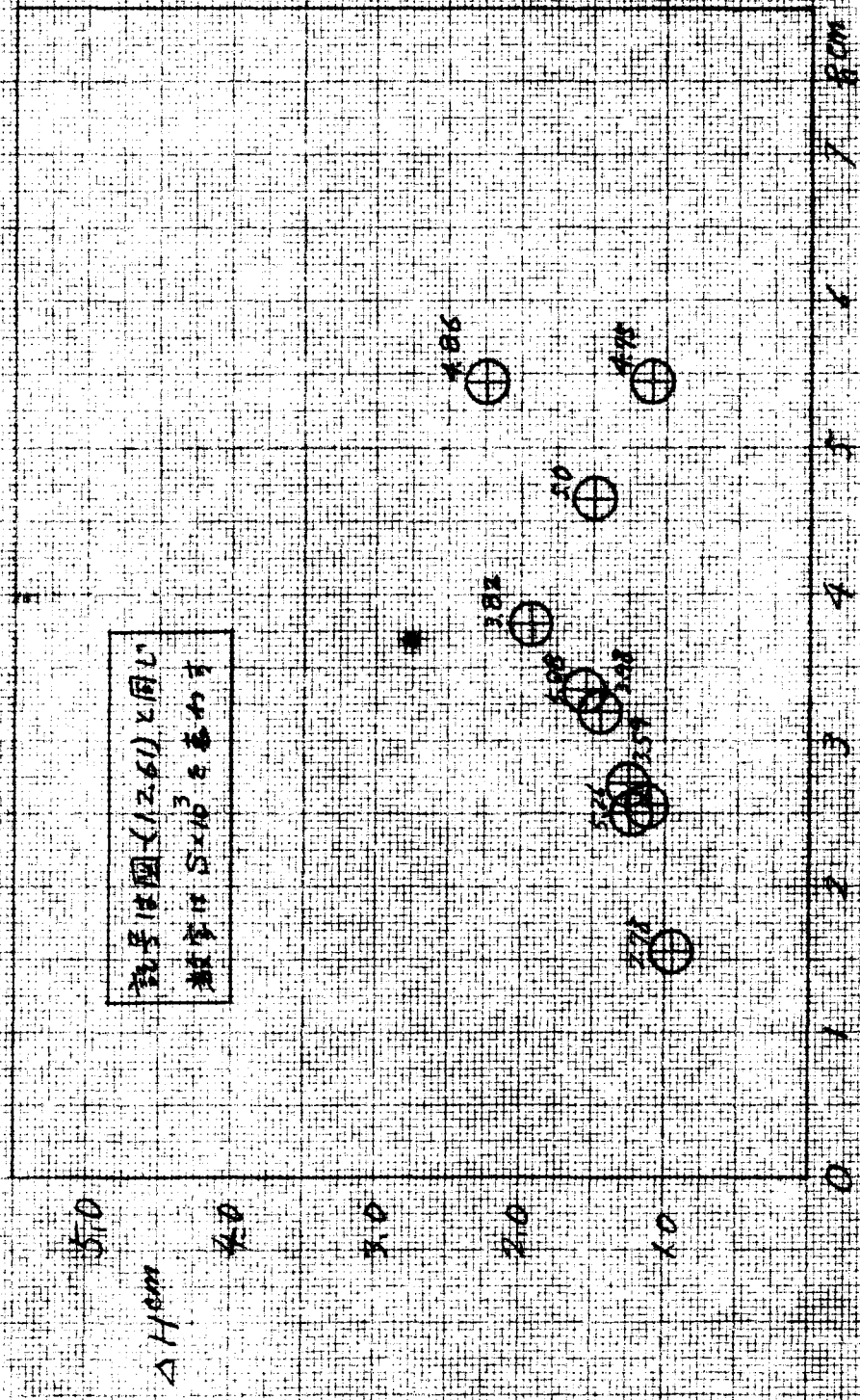


図-(1.2.66) 砂面被覆と水深の関係
実験砂工

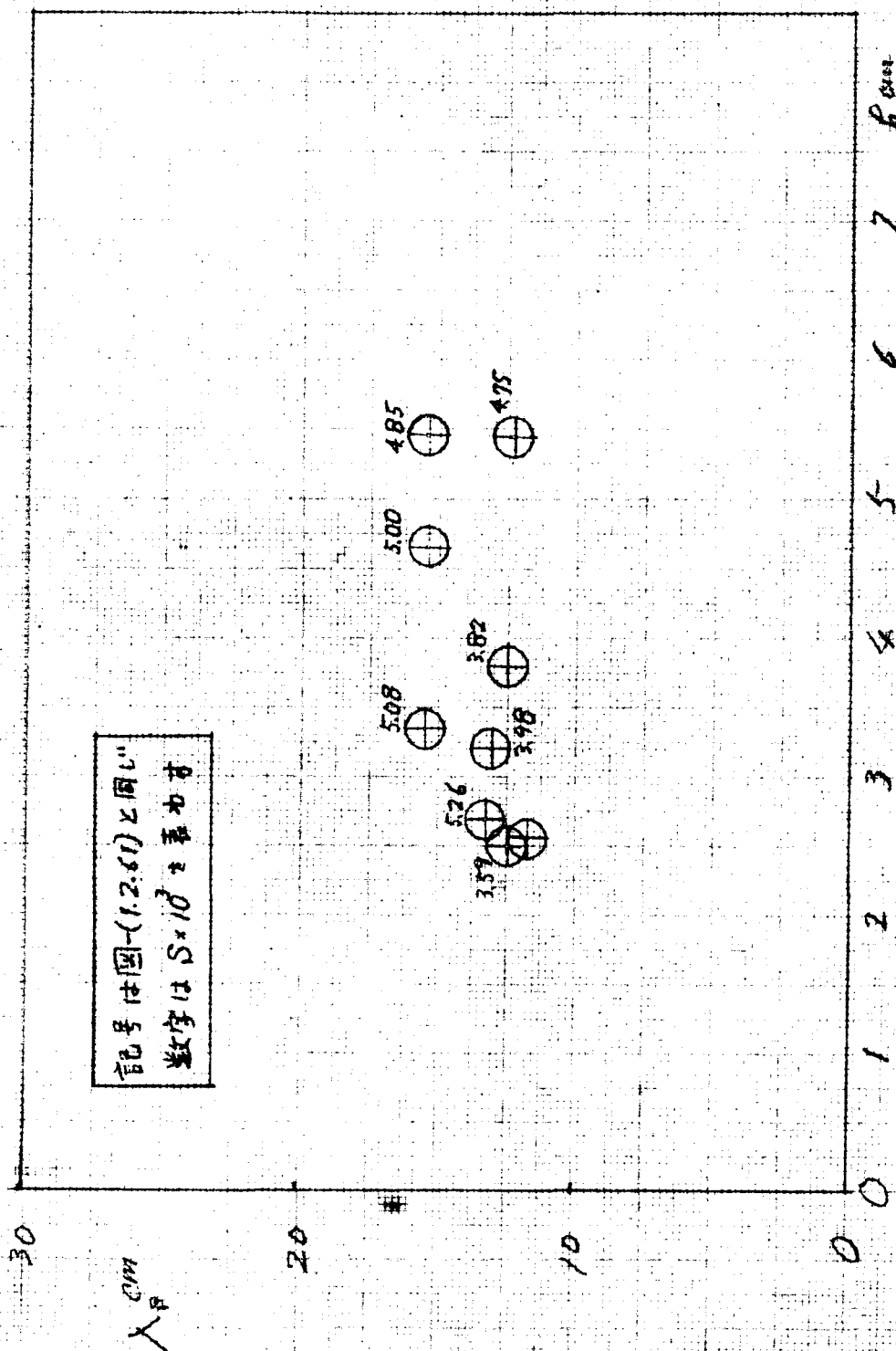


図-(1.2.67) 砂面波砂の伝播速度と水深の関係
実験砂工

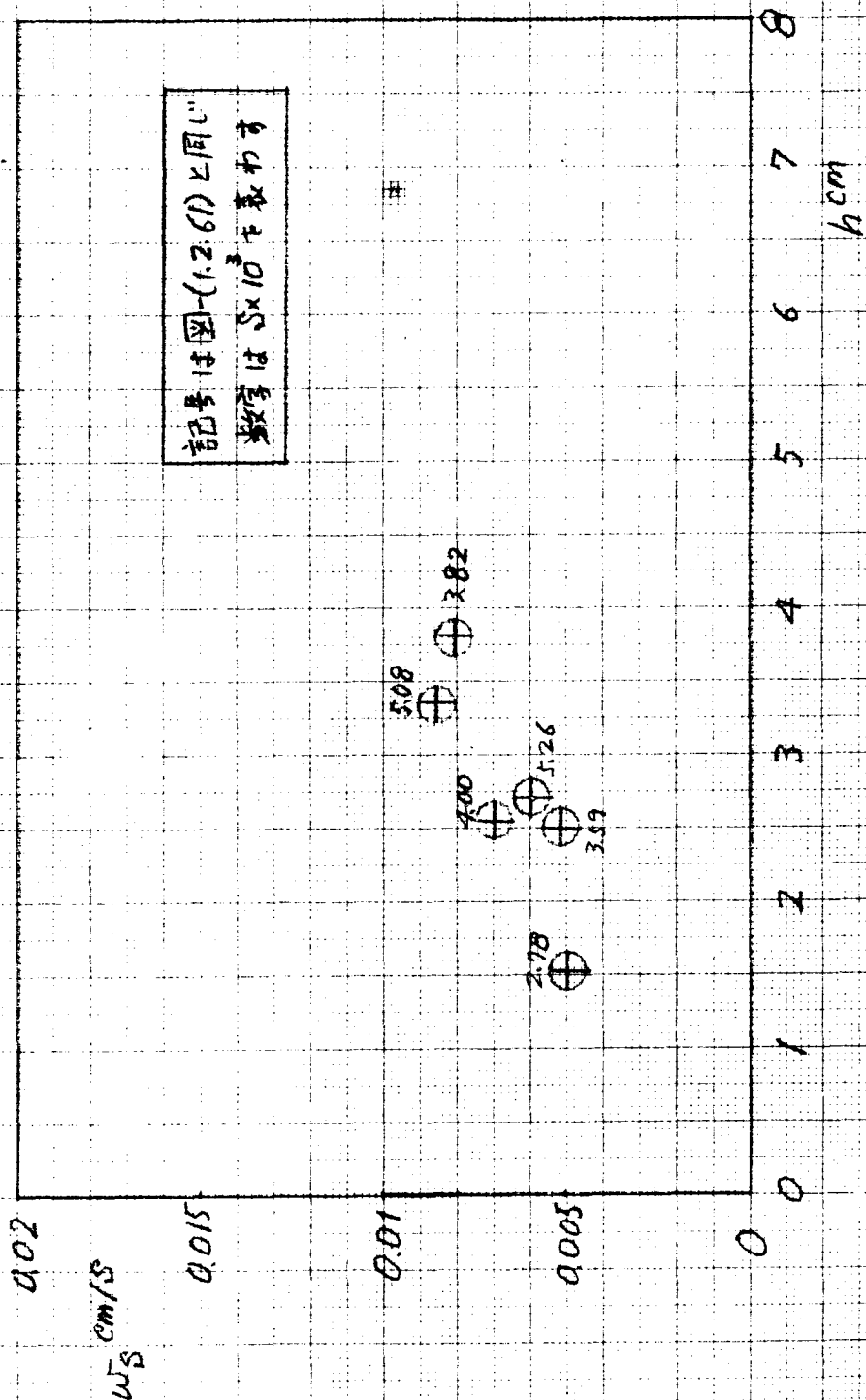


図-(12.68) 水梁, 水面勾配, 砂面勾配の時間的变化
 実験砂 I, $Q=378 \text{ cc/s}$

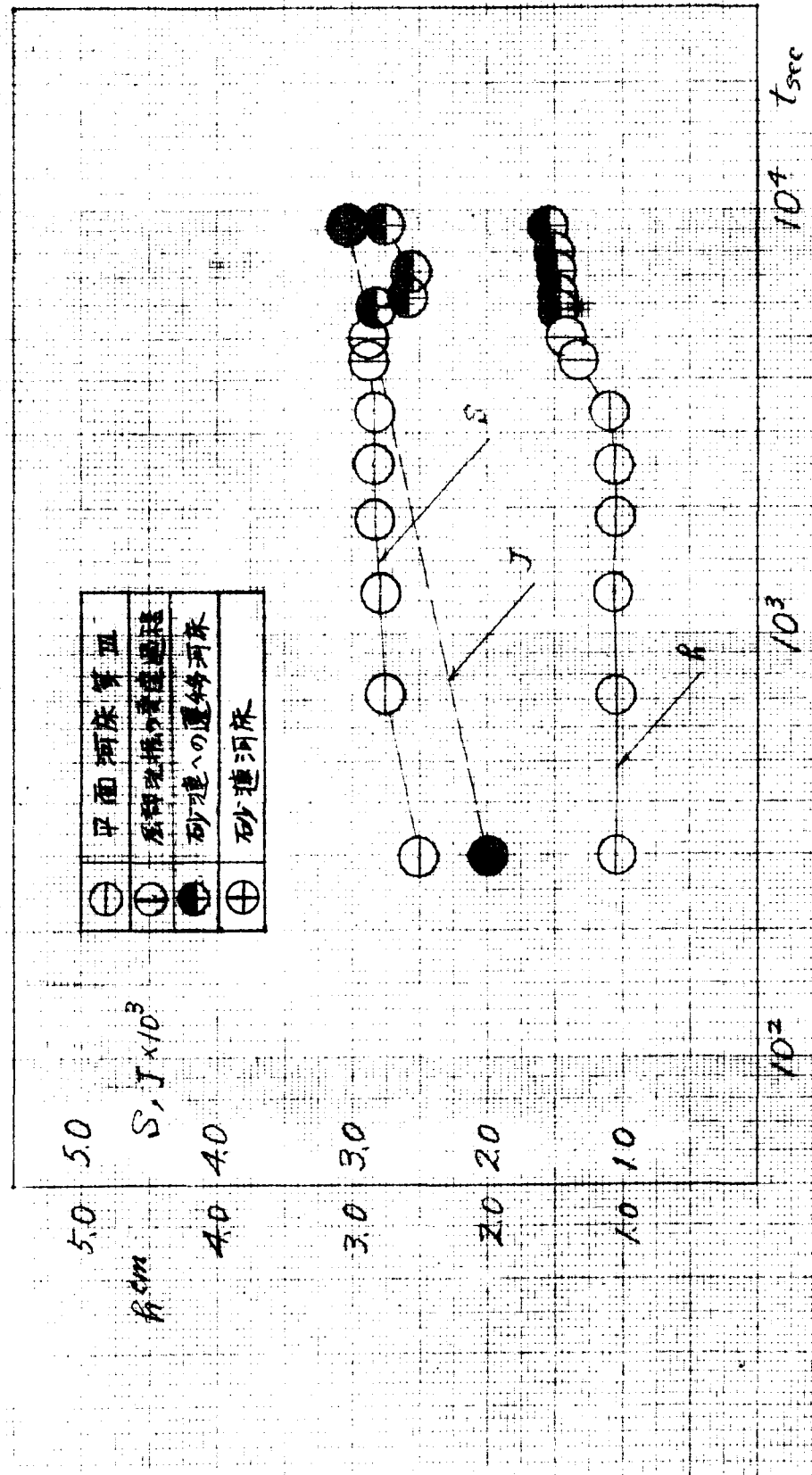


図-(12.69) 塊重量、平均流速の時間的変化
実験砂 I, $Q=378 \text{ cc/s}$

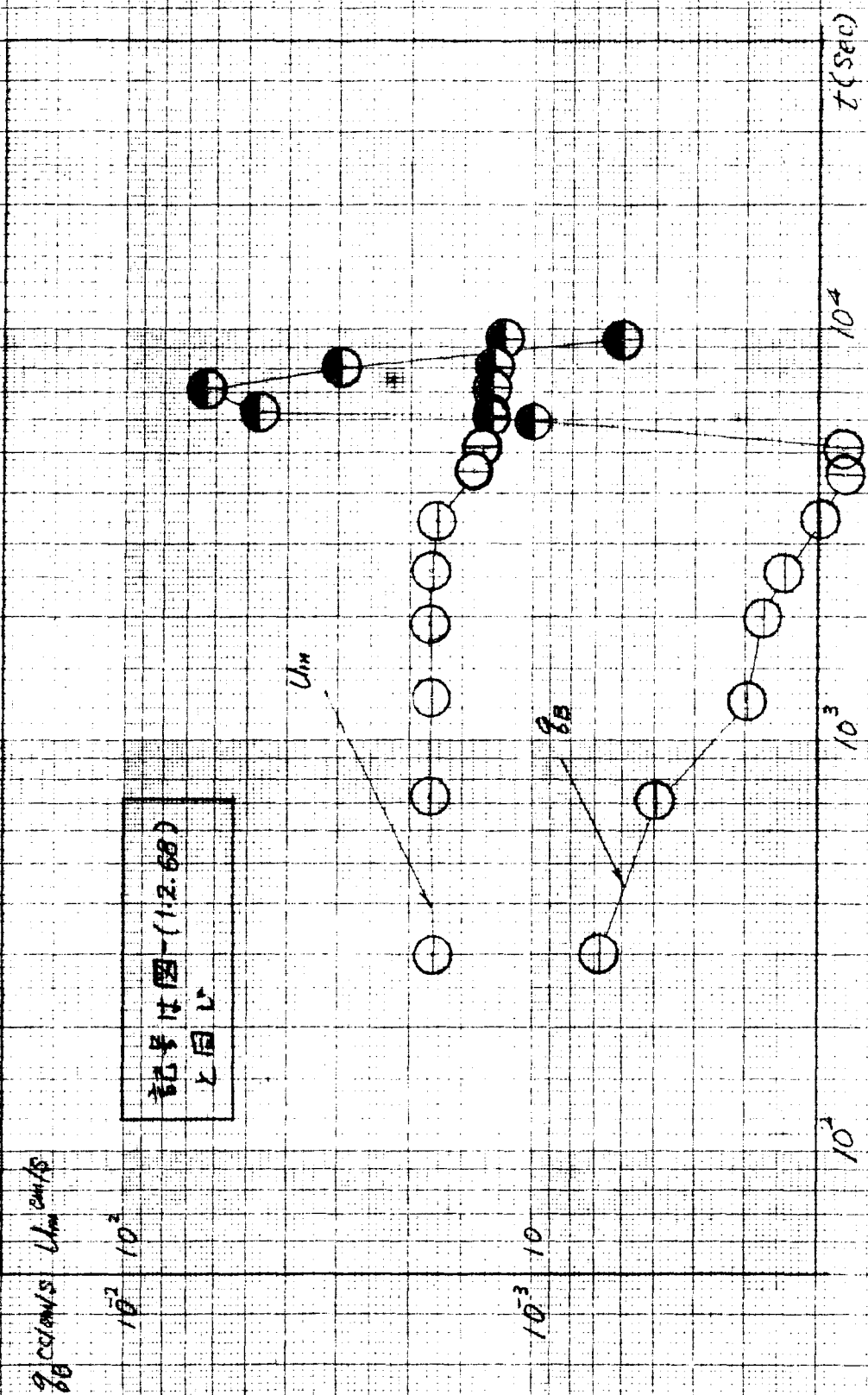


図-(1.2.7d) 砂面波形の波長，波高，伝播速度の時間的変化
実験砂 I, $Q=378 \text{ cm/s}$

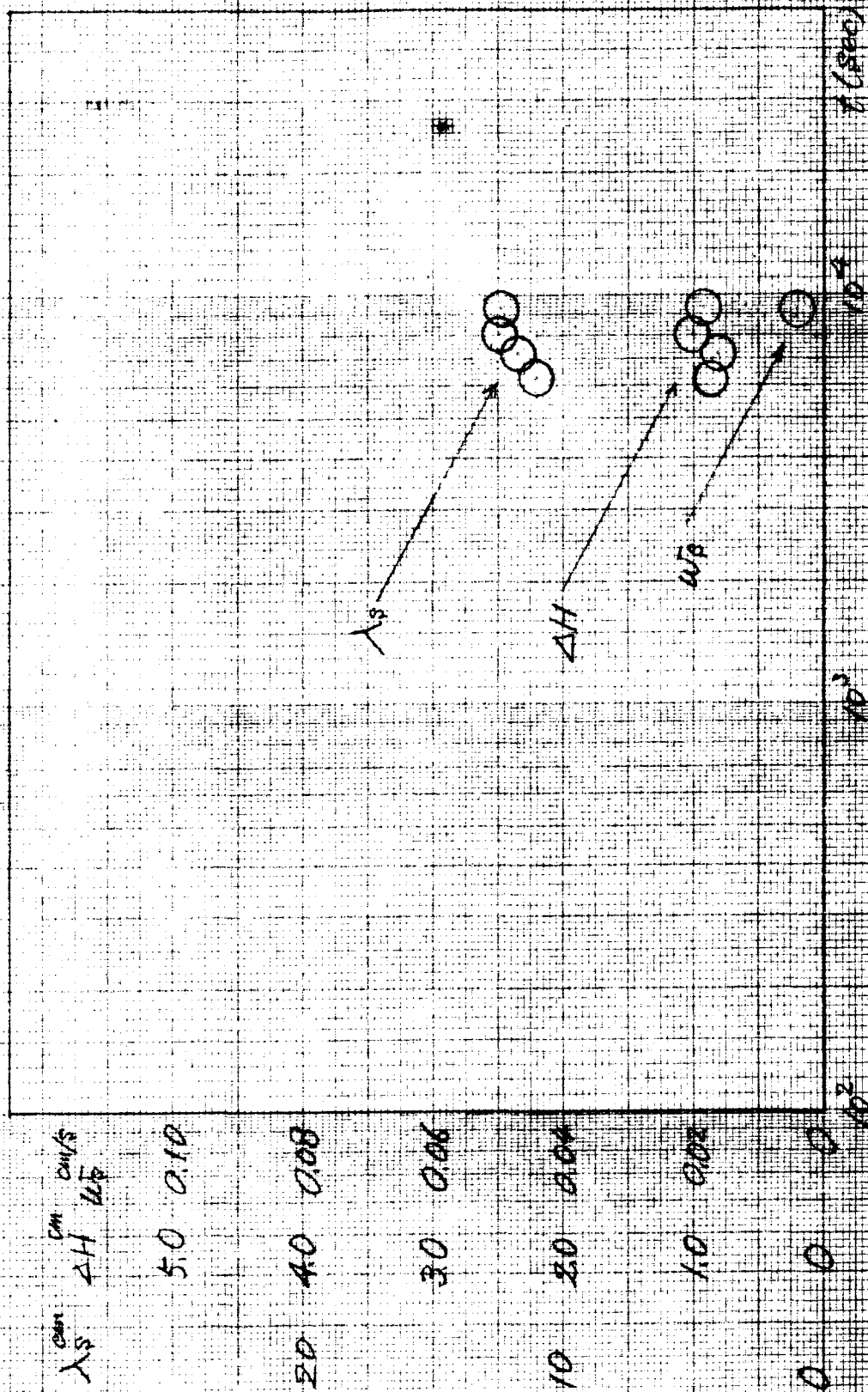


図-(1.2.71) 水深，水面勾配，砂面勾配の時間的変化
実験砂Ⅰ， $Q=1570 \text{ cc/s}$

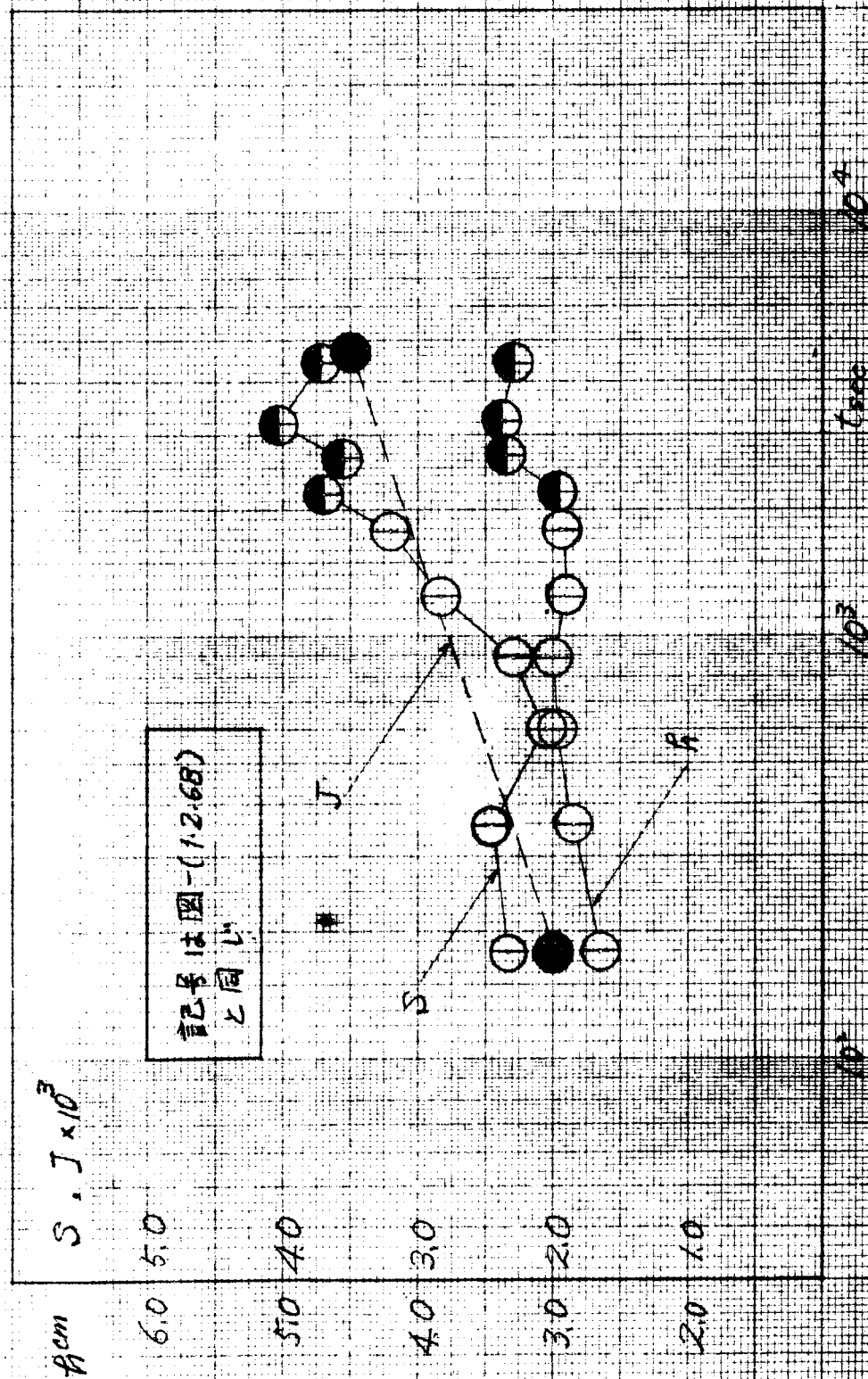


図-(12.72) 赤砂量, 平均流速の時間的变化
実験砂 I, $Q = 1570 \text{ cc/s}$

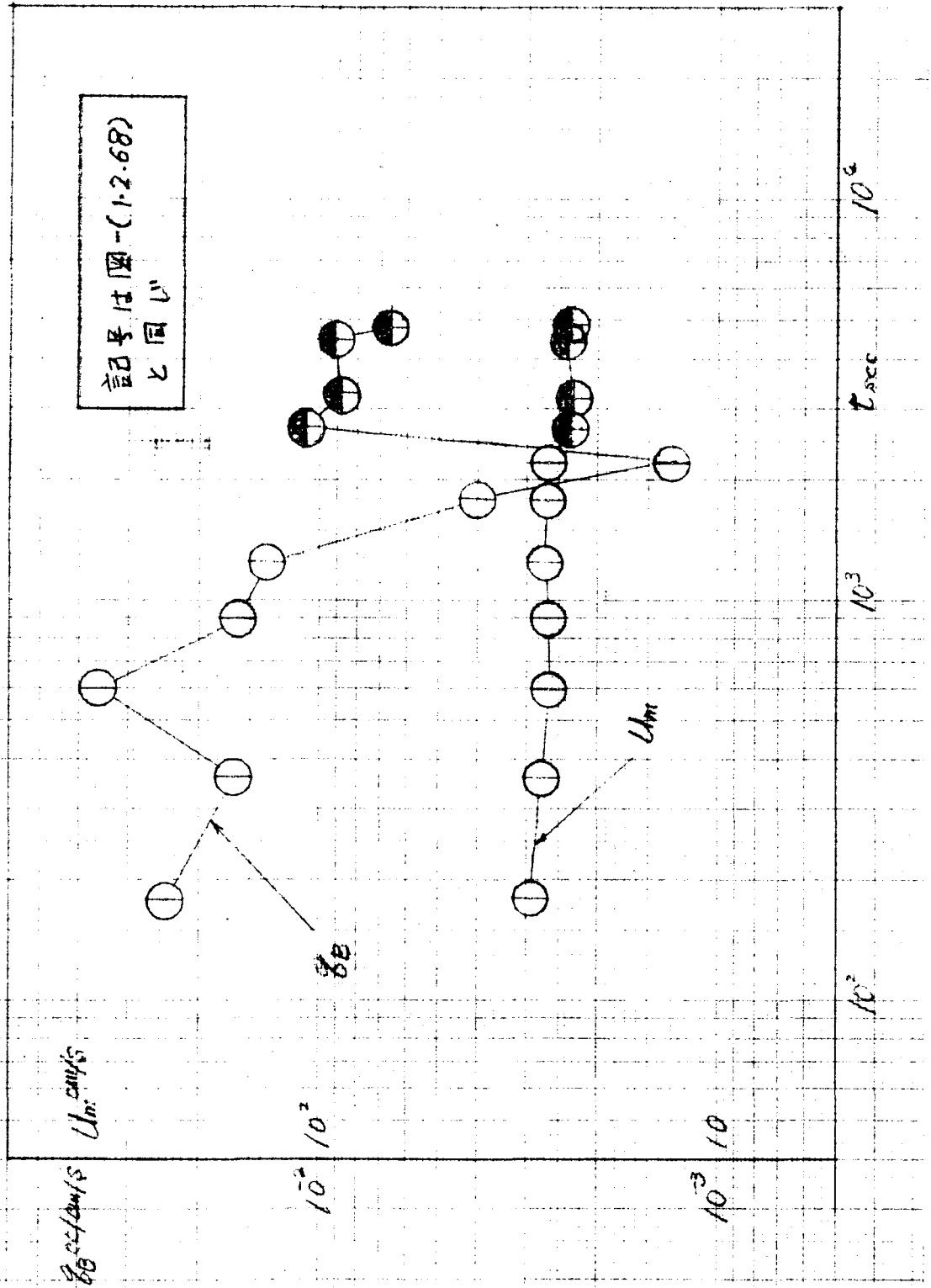


図-1(1.2.73) 砂面波形の波長，振幅，位相速度の時間的変化
実験砂 I, $Q=1570 \text{ cc/s}$

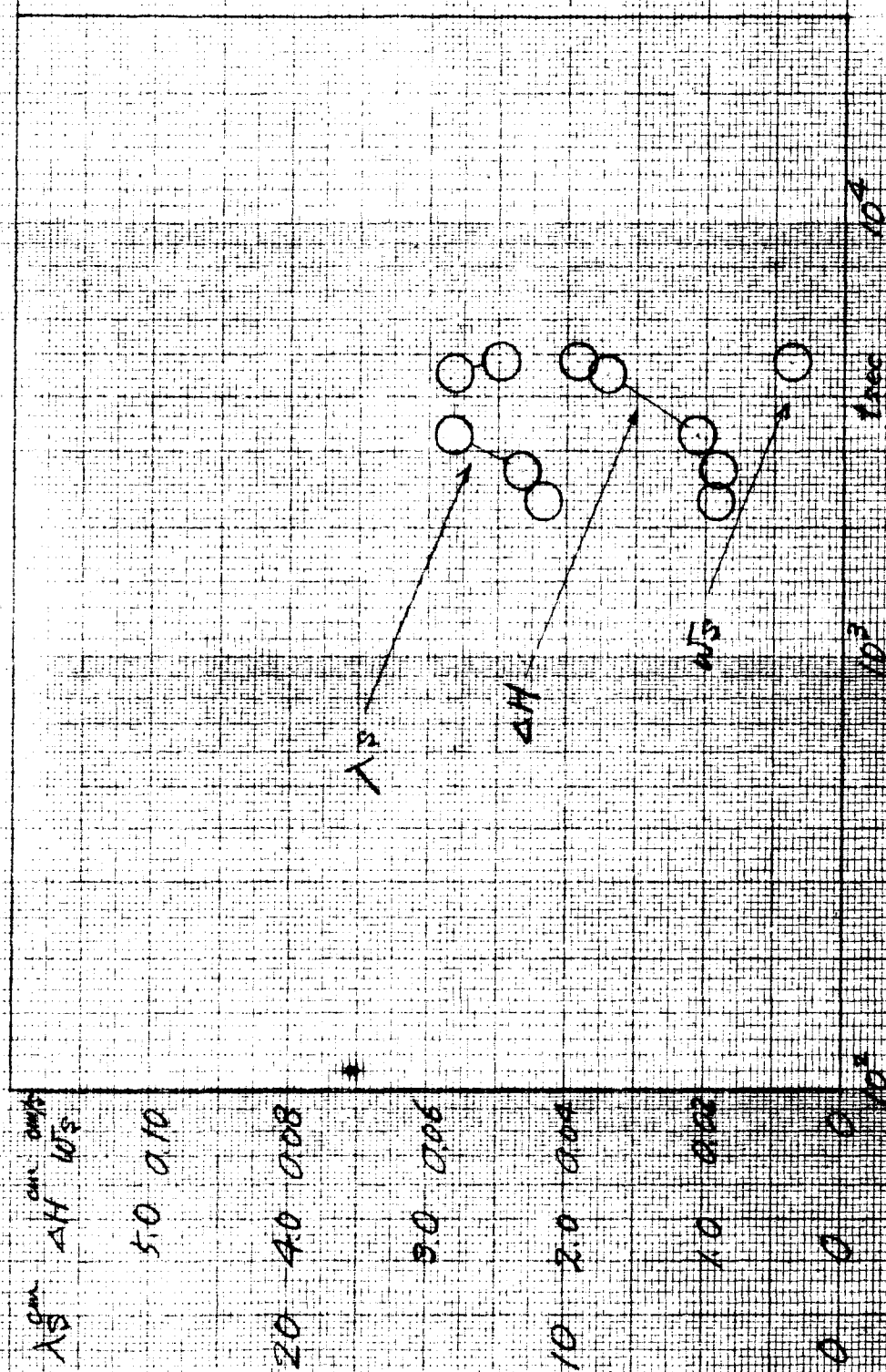
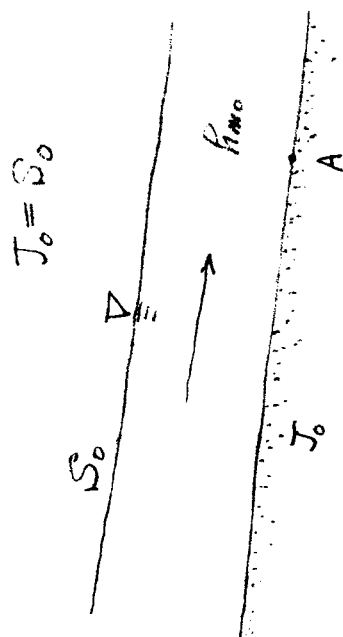
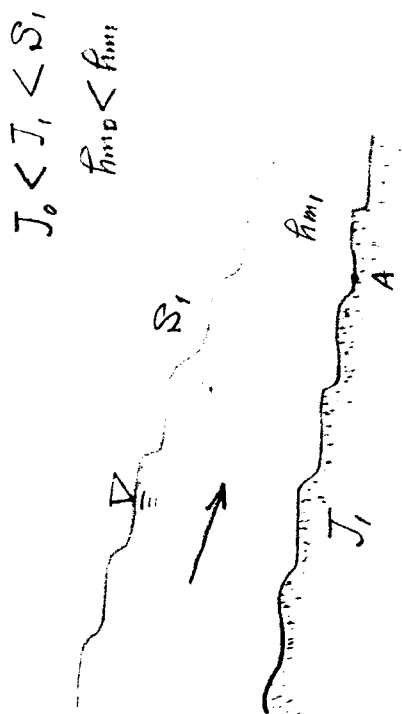


図-(1.2.74) 砂面波形の推移の説明図

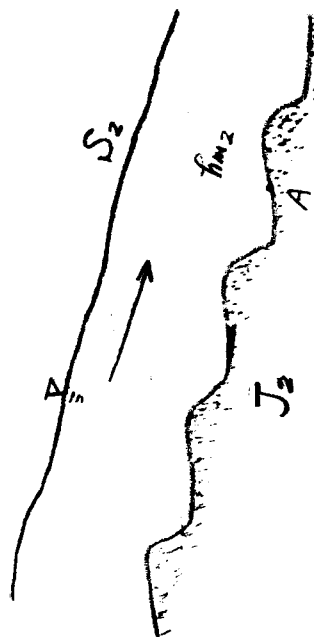
(1)



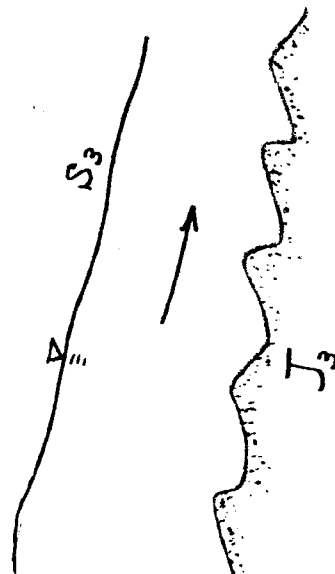
(2)



(3)

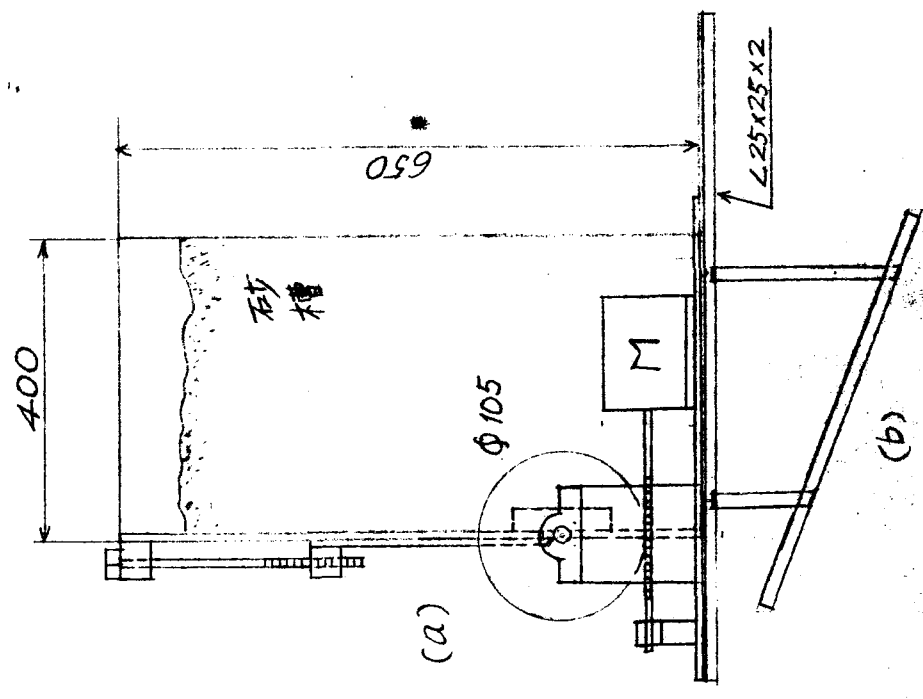


(4)



圖一(1.2.75) 給砂裝置 (單位: mm, 縮尺 1/10)

(A) 側面圖



(B) 正面圖

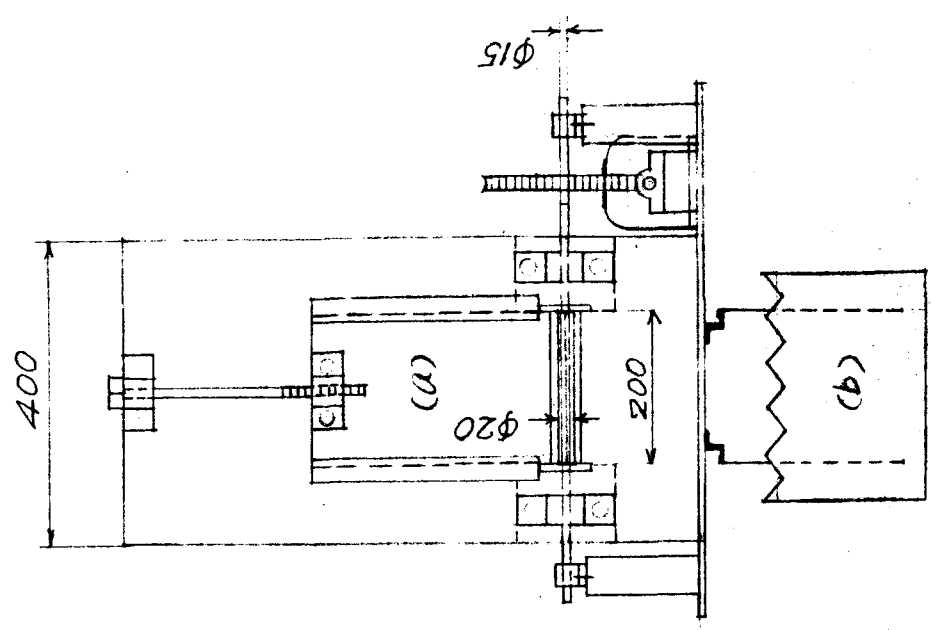


図-(1.2.76) 平均水深と水深の関係
実験-a, 実験砂Ⅱ

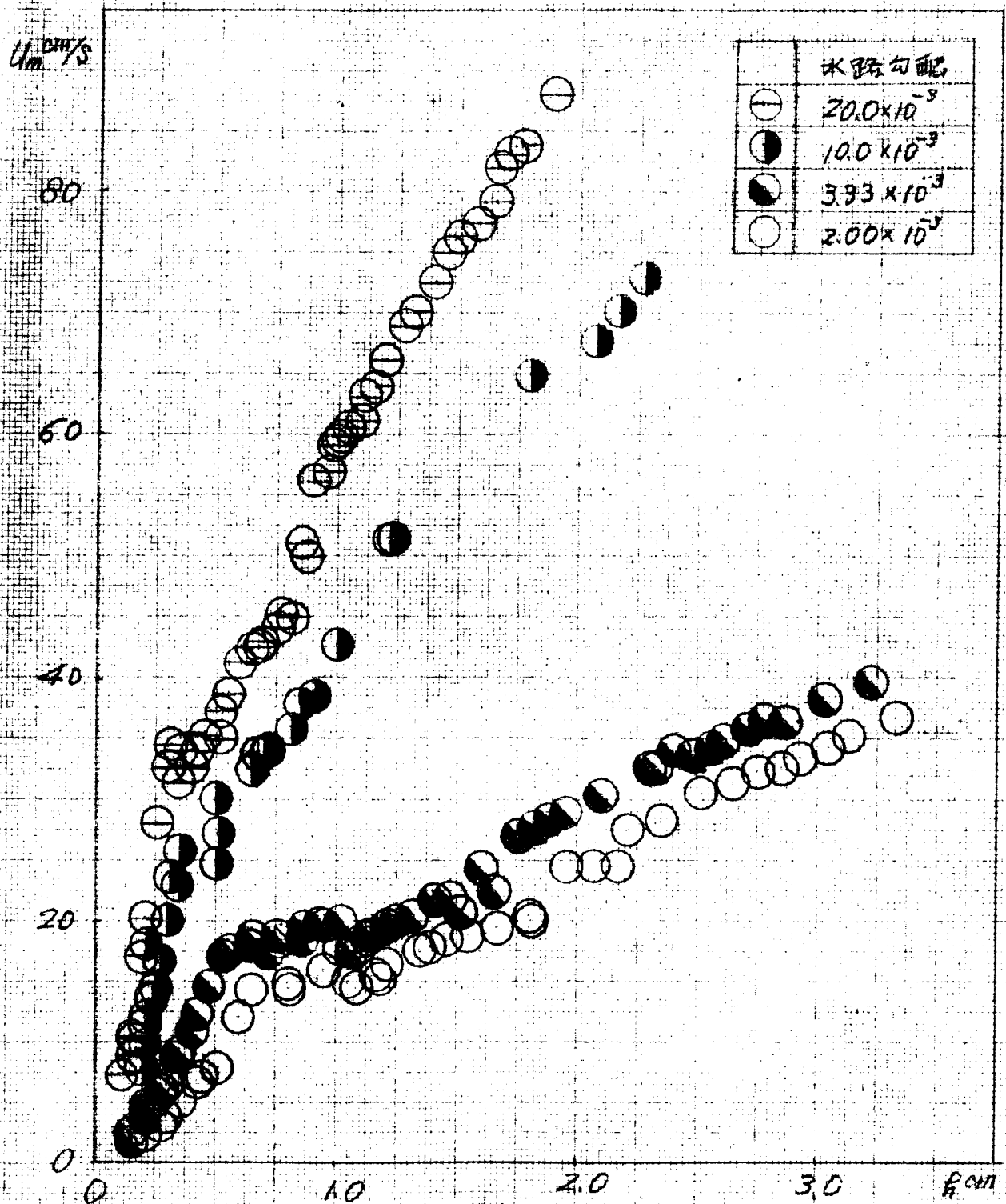
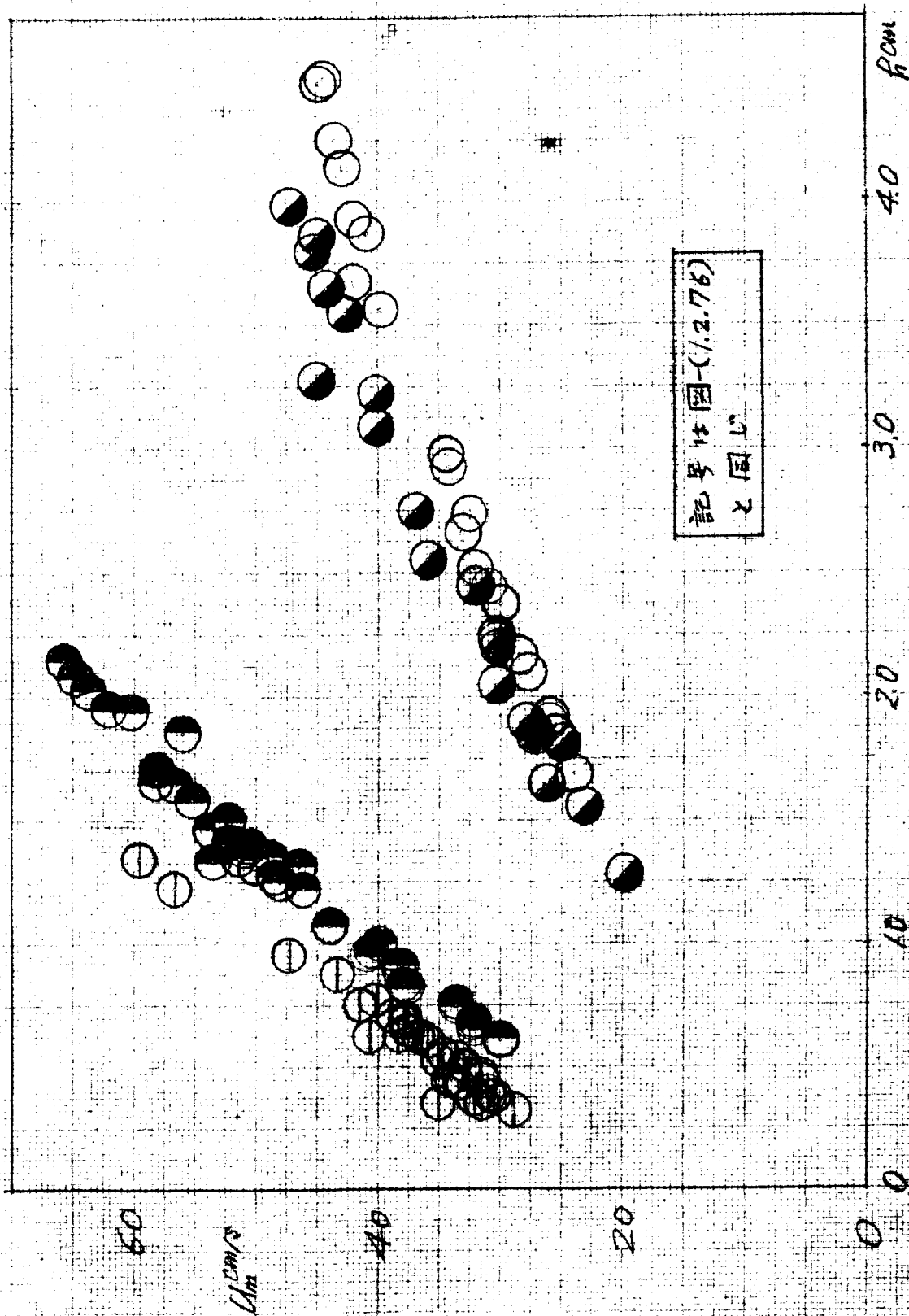


図-(1.2.77) 平均流速と水深の関係
 実験値, 実験値 II



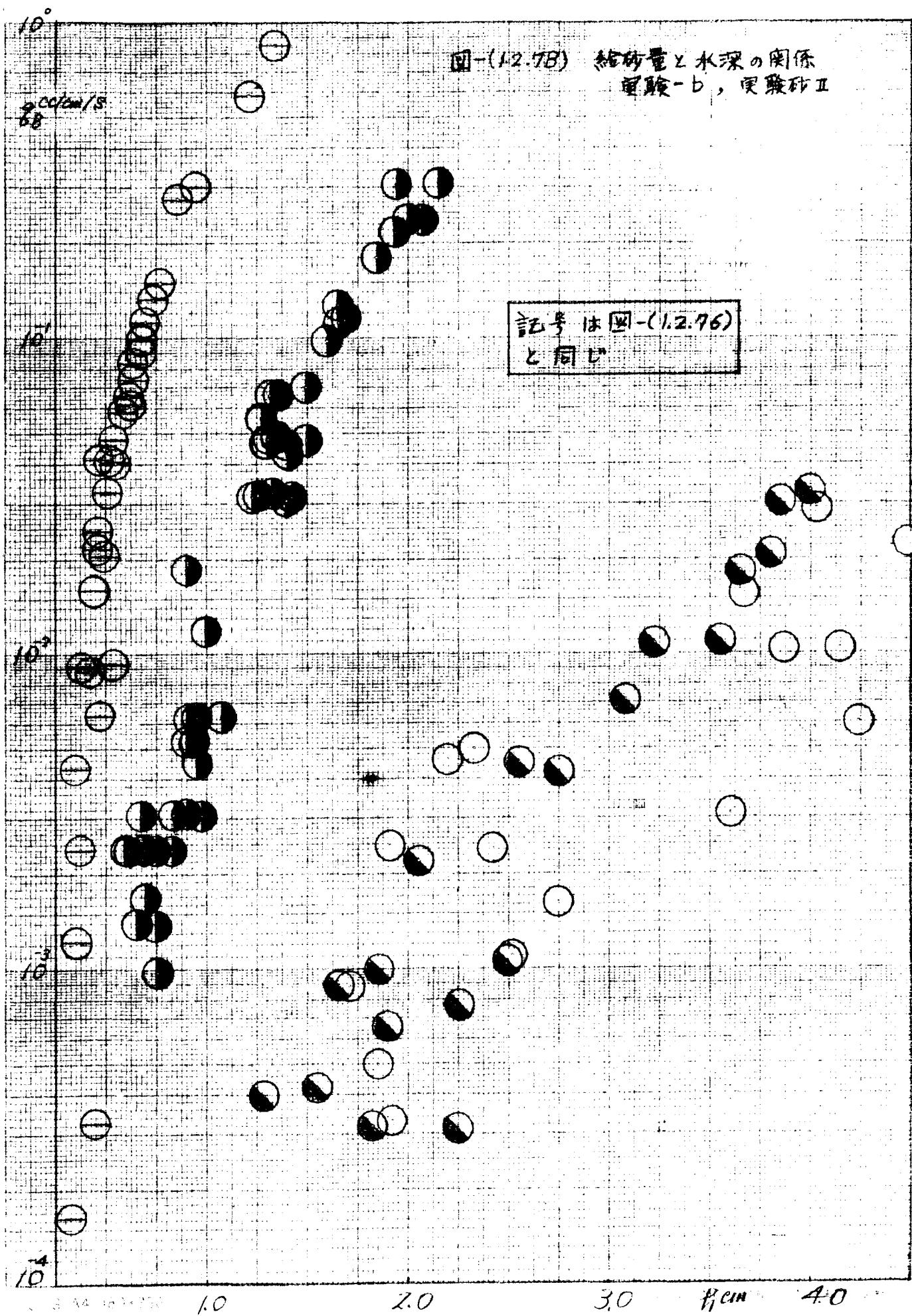


図-(1.2.78) 堆積量と水深の関係
実験-b, 実験砂Ⅱ

图-(1.2.79) 实验水路 (单位: mm)

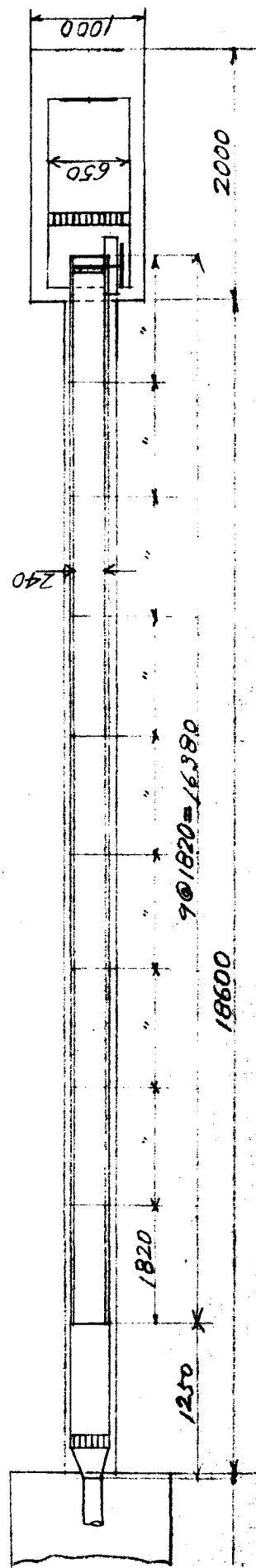
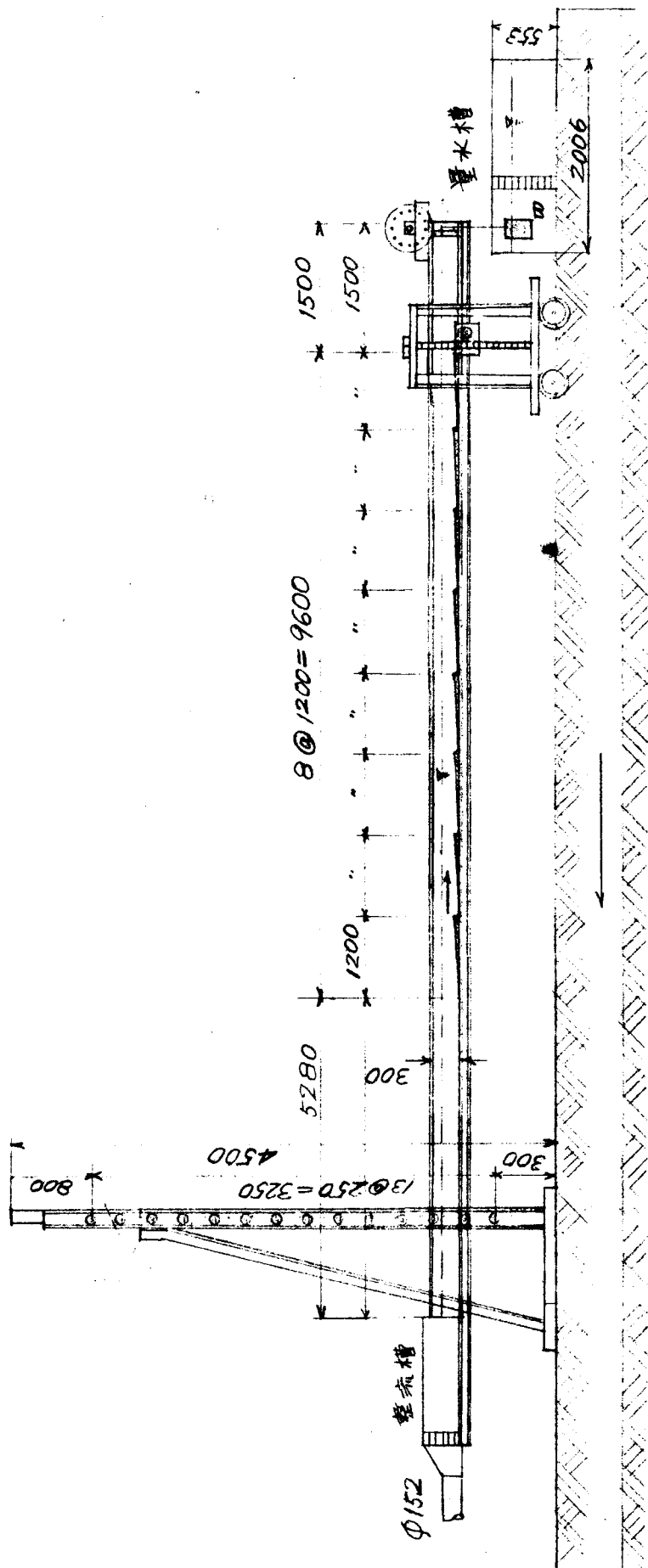


図-(1.2.80) 水压計 (単位:mm)

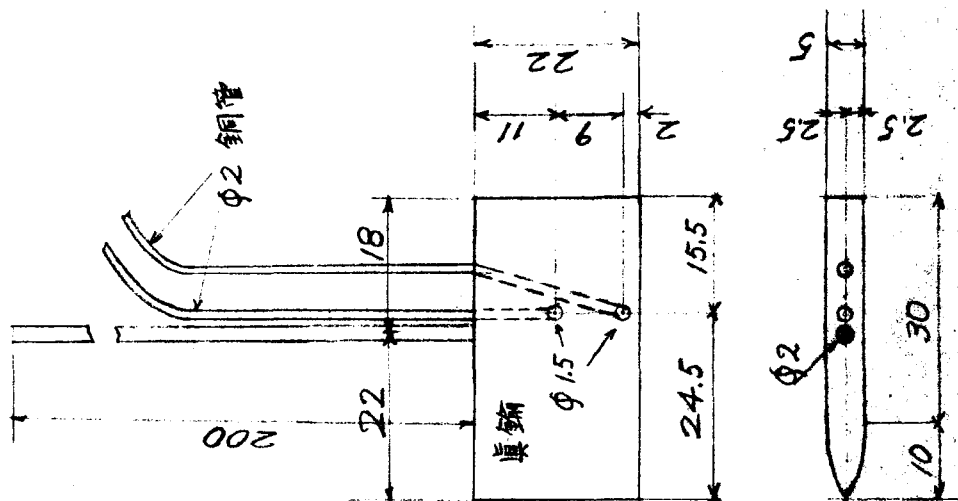


図-(1.2.81) (単位:mm)

流速および水压測定装置

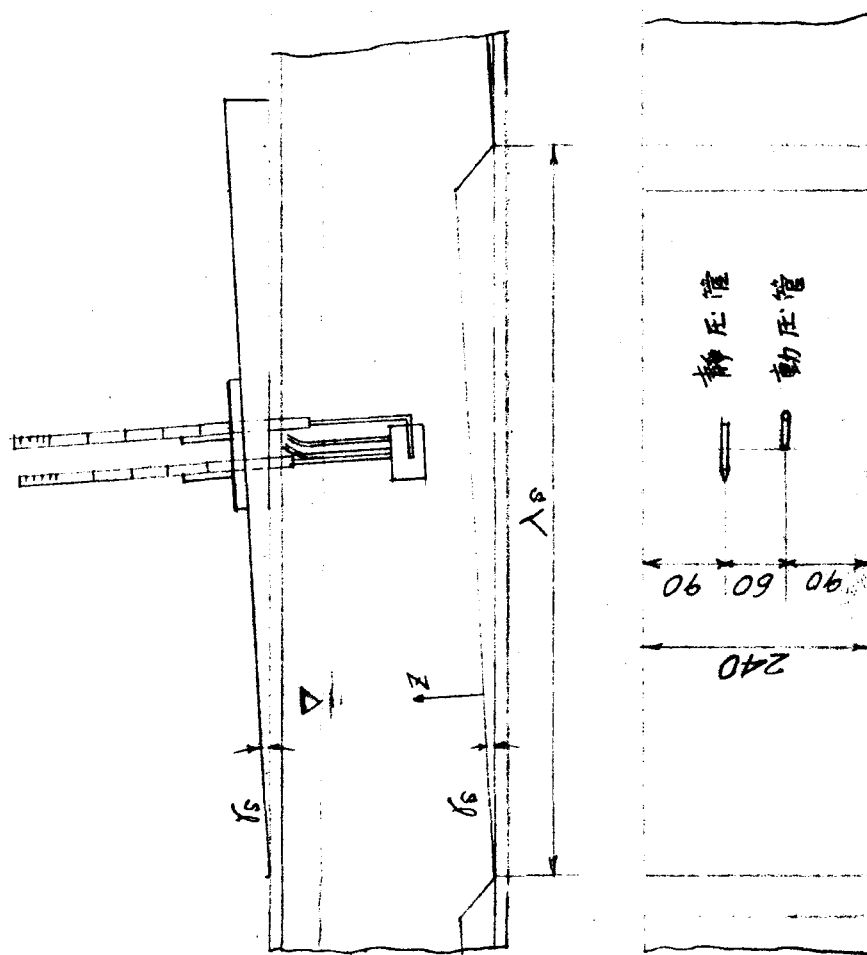


図-(1.2.82) 流速分布の場所的変化
模型M

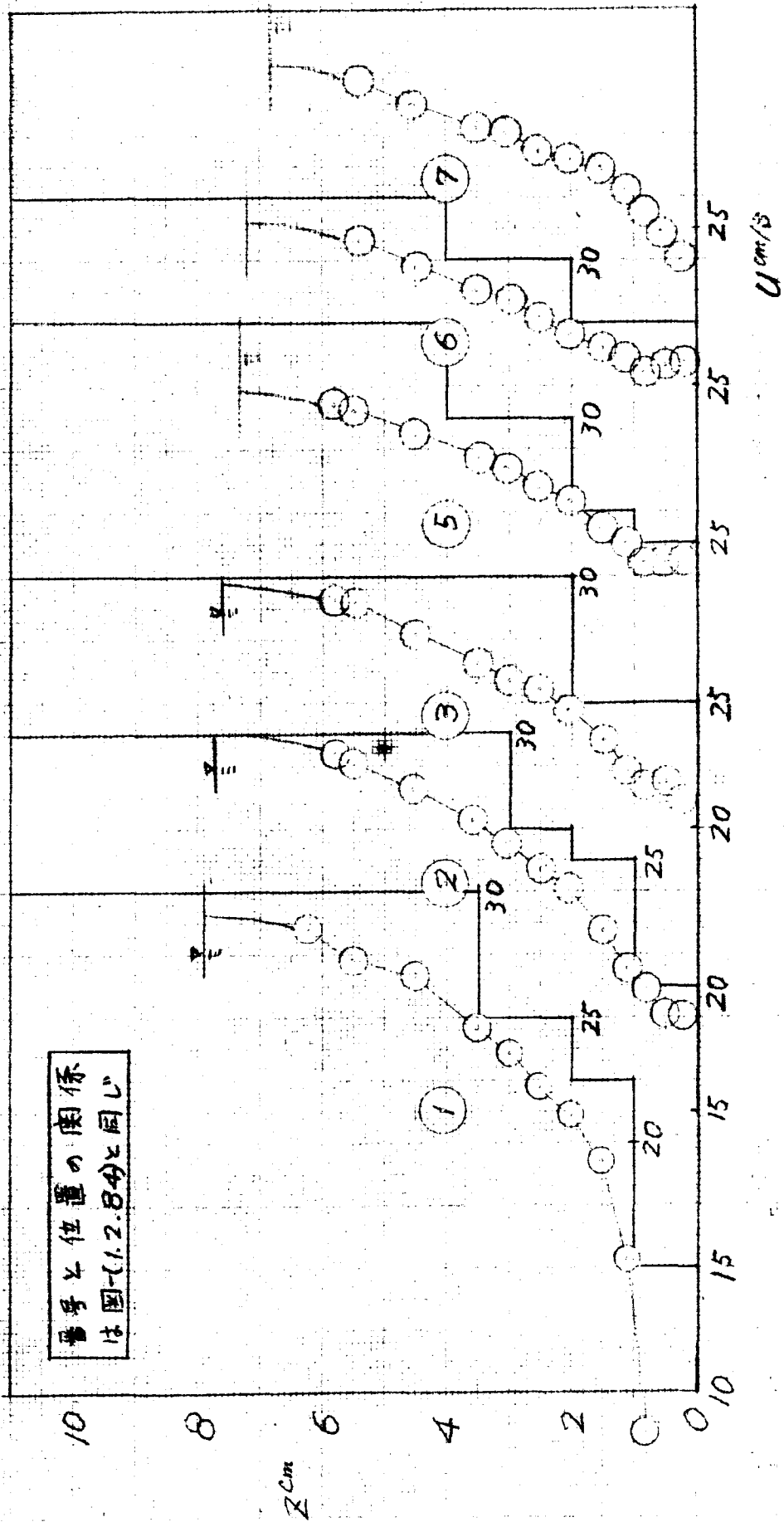


圖-(12.83) 水圧分布の場所的变化
模型M

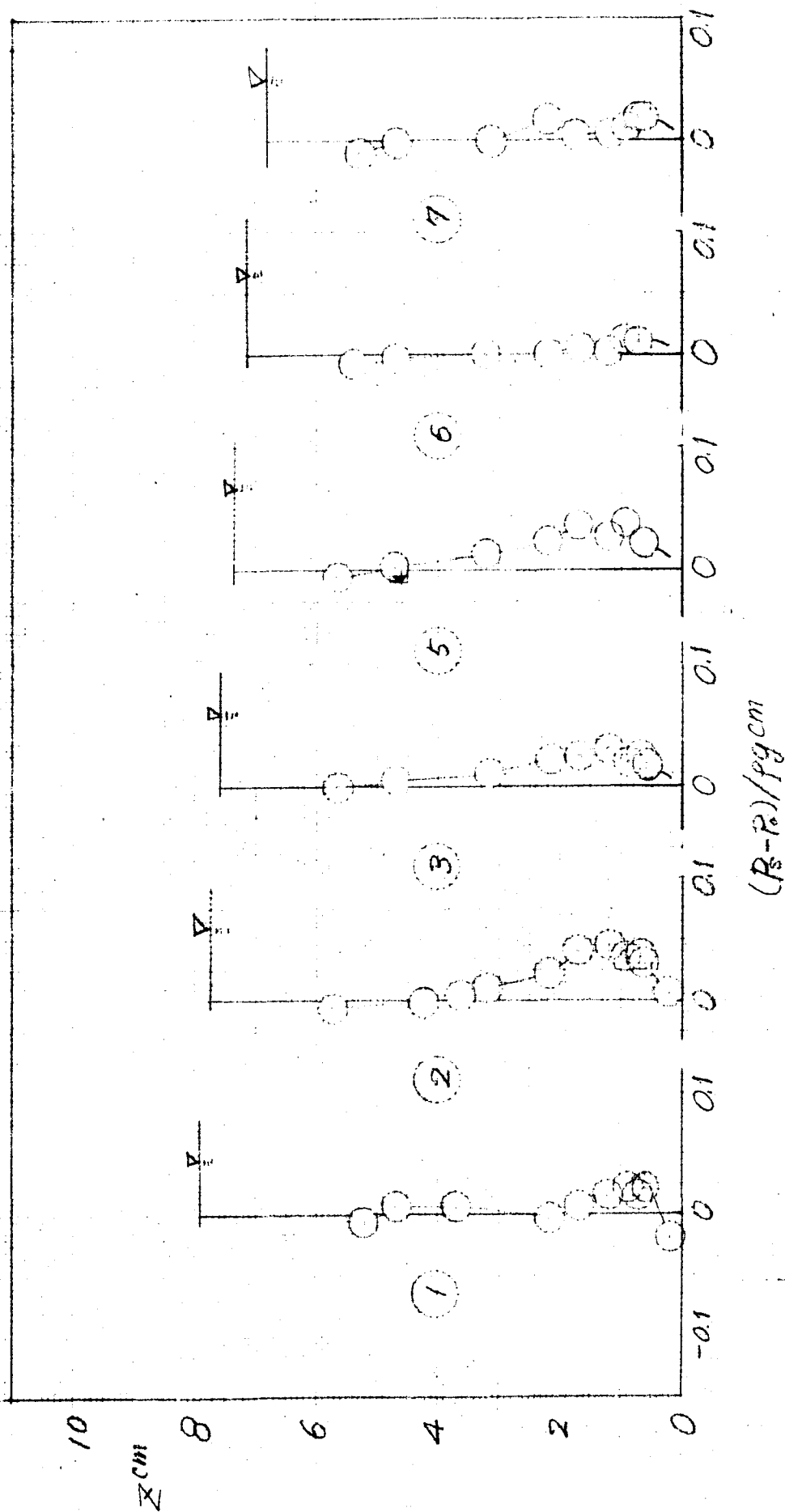


図-(12.8-f) 流速分布の場所的变化
模型M

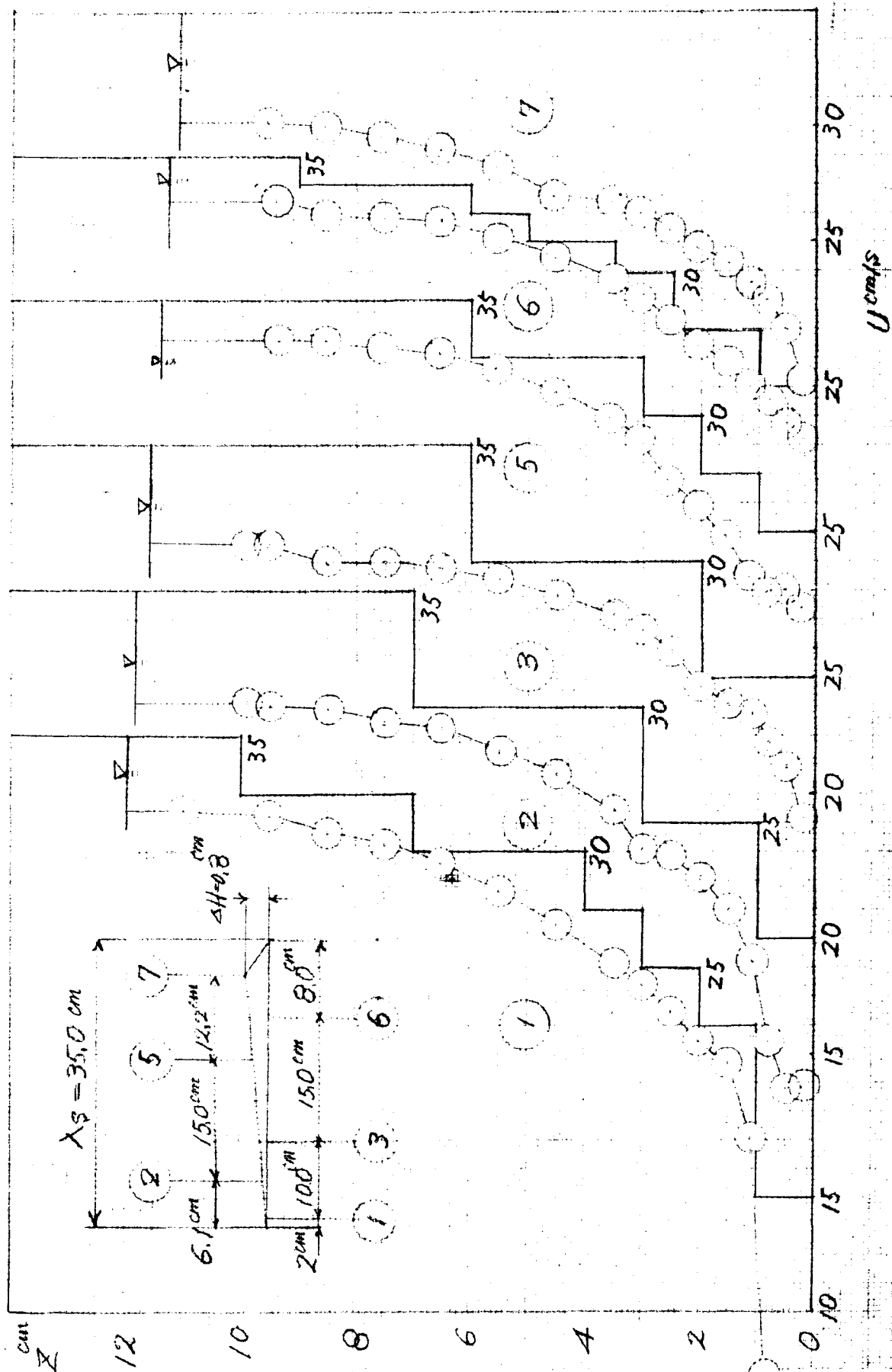


图-(1.2.85) 水压分布の場所的变化
模型 M

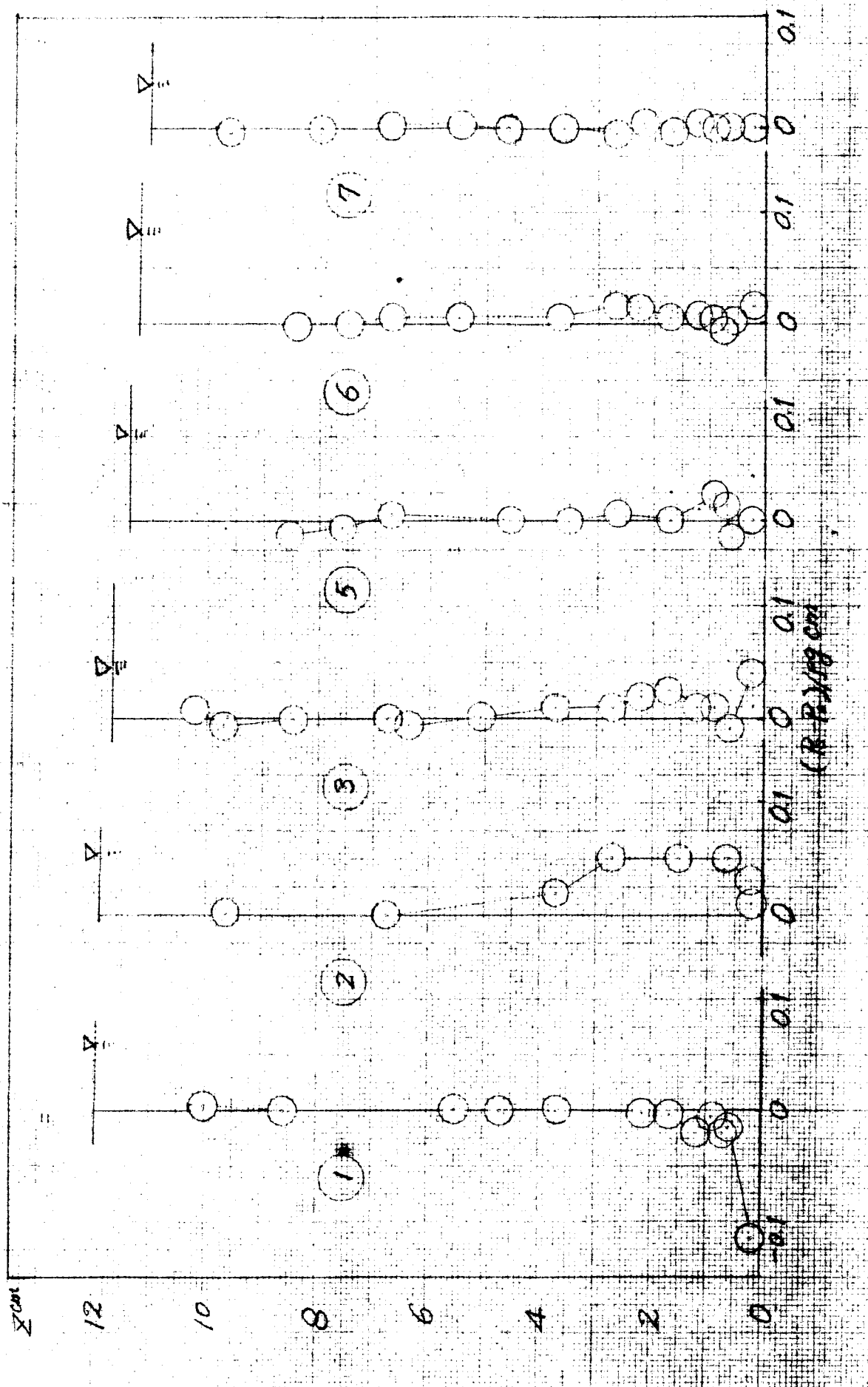


図-(1.2.86) 流速分布の場所的变化
(a) 模型T

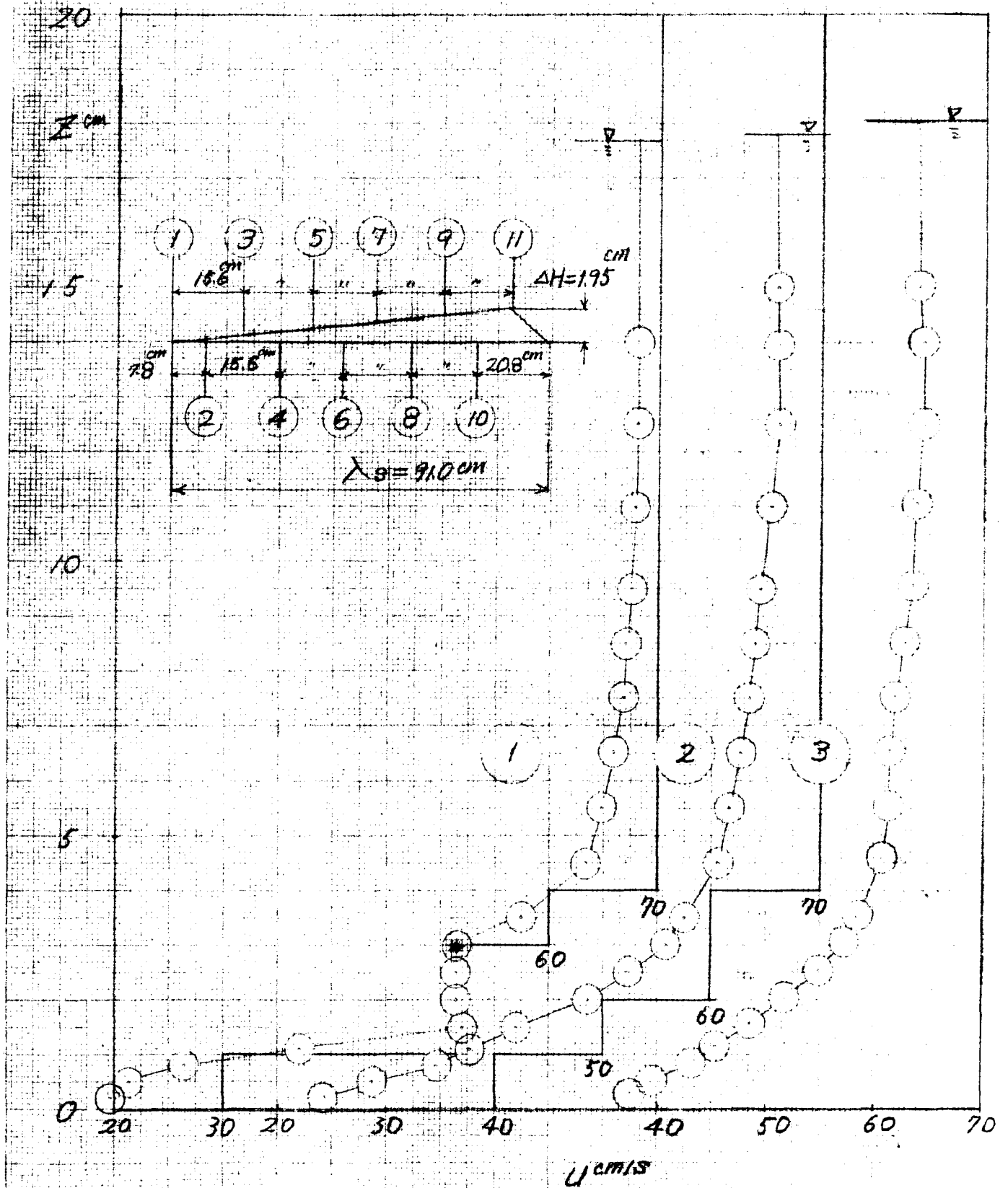


図-(1.2.86) 流速分布の場所的变化
(b) 模型T

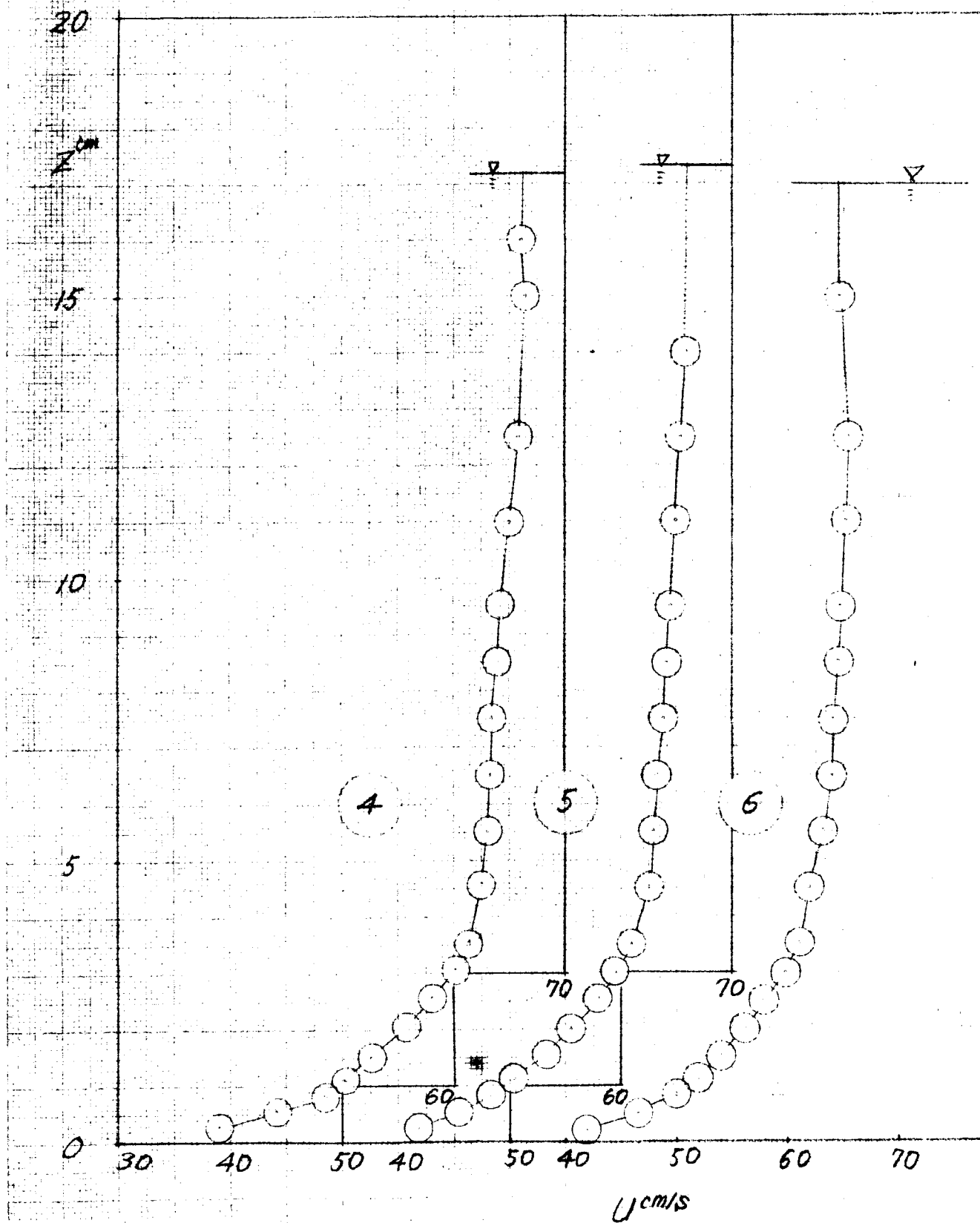


図-(12.86) 流速分布の場所的变化
(c) 模型丁

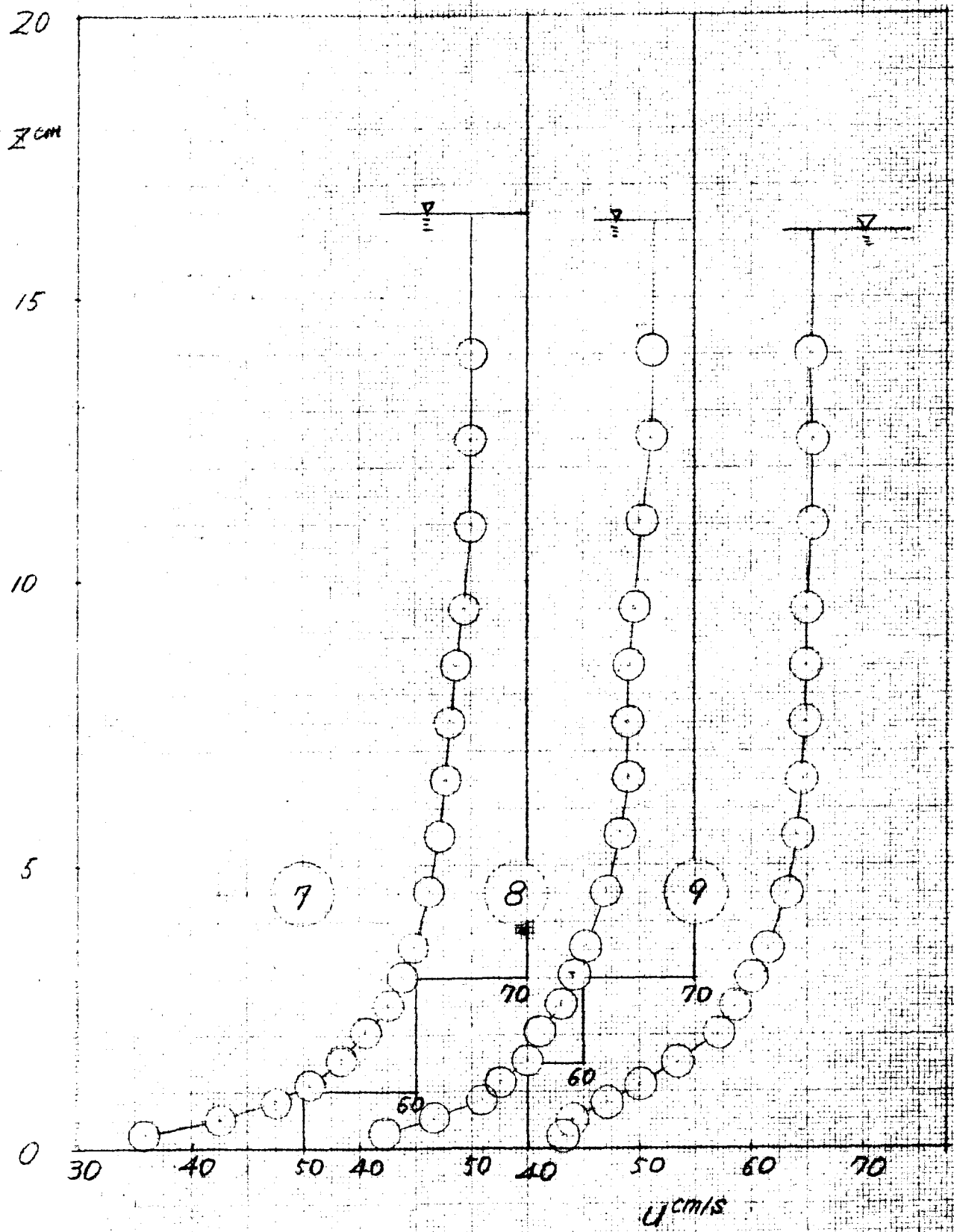


図-(1.2.86) 流速分布の場所的変化
(d) 模型T

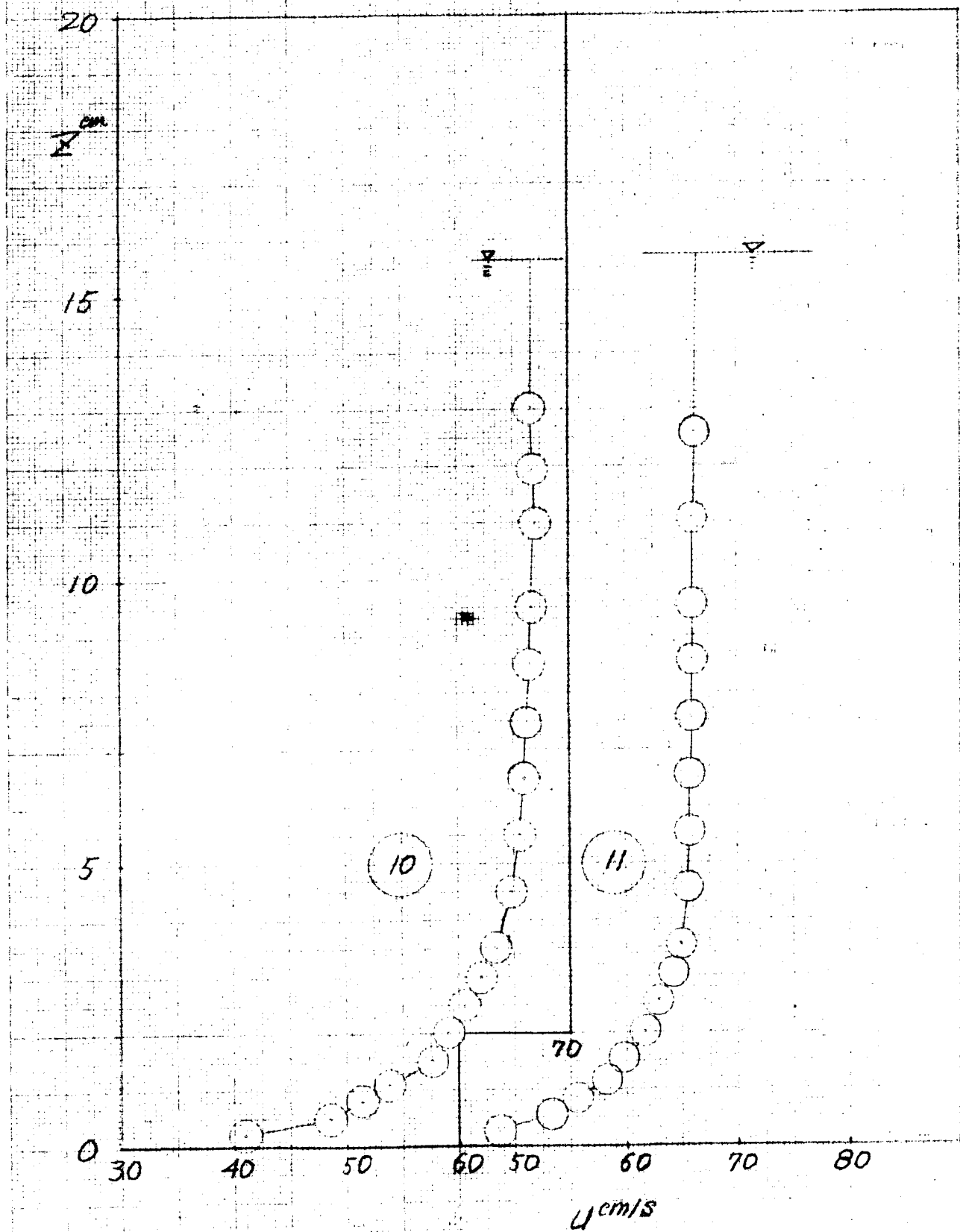


図-(1.2.87) 水圧分布の場所的変化
(a) 模型丁

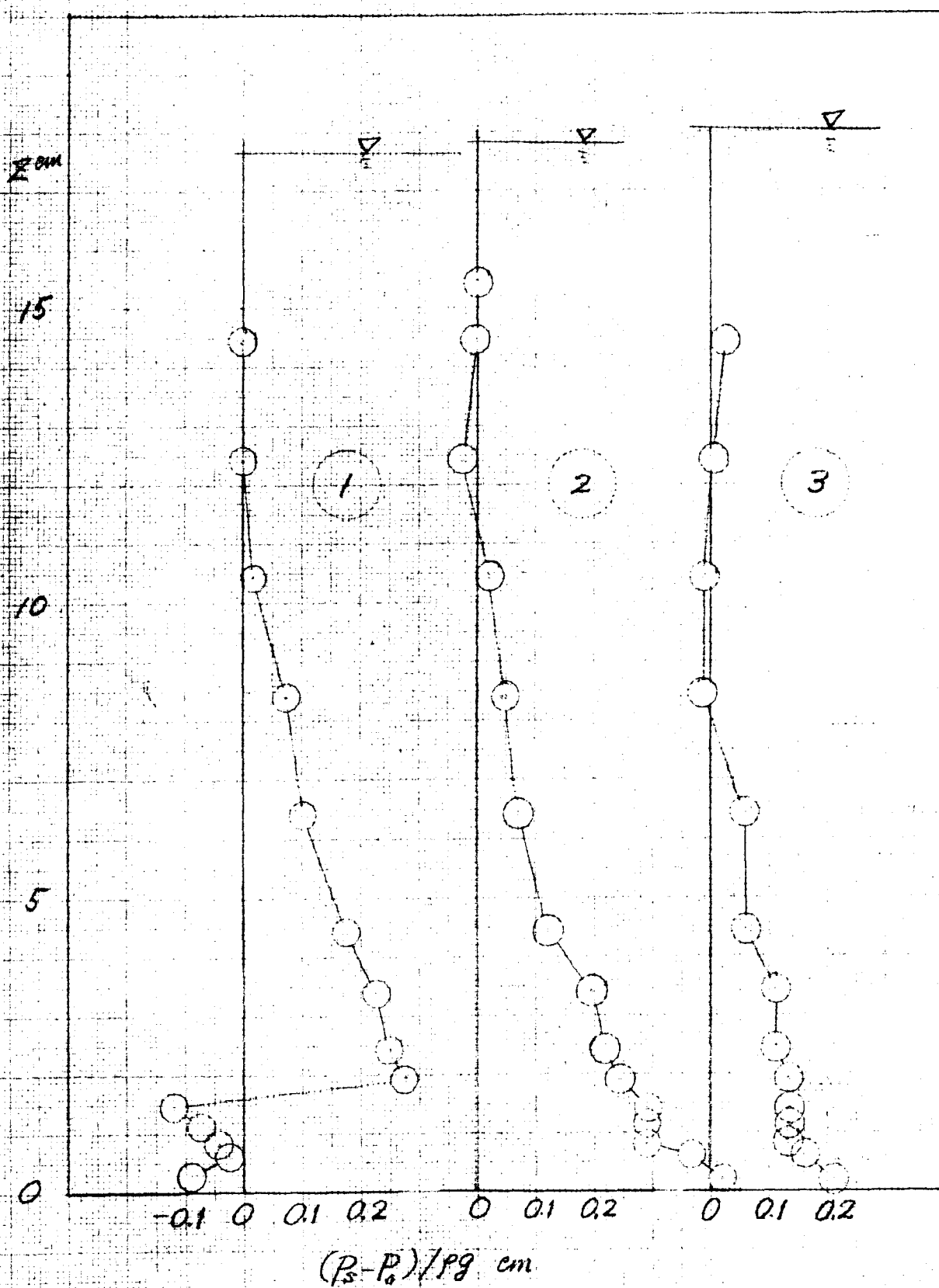


図-(1.2.87) 水压分布の場所的变化
(b) 模型T

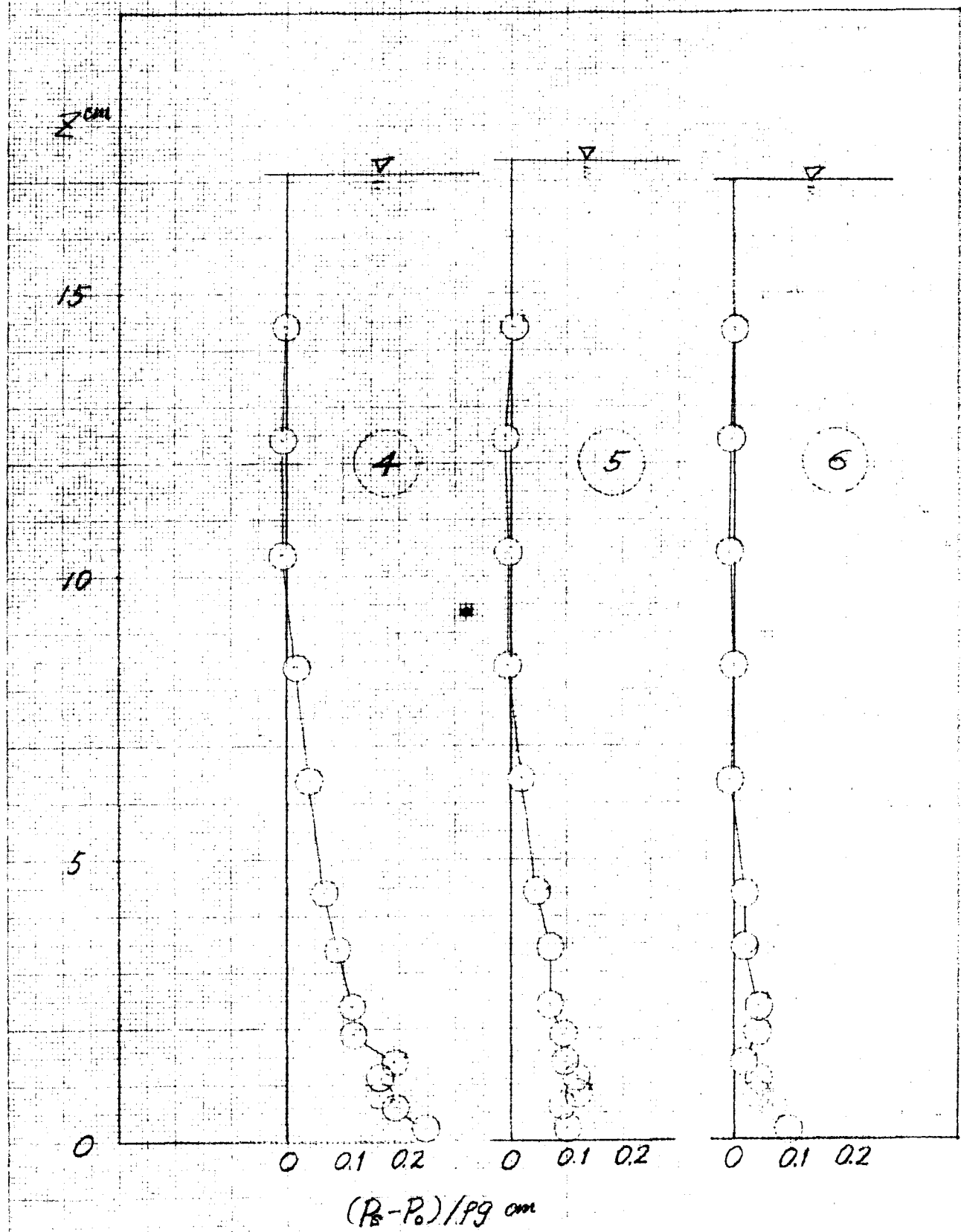


図-(1.2.87) 水圧分布の場所的变化
(c) 模型T

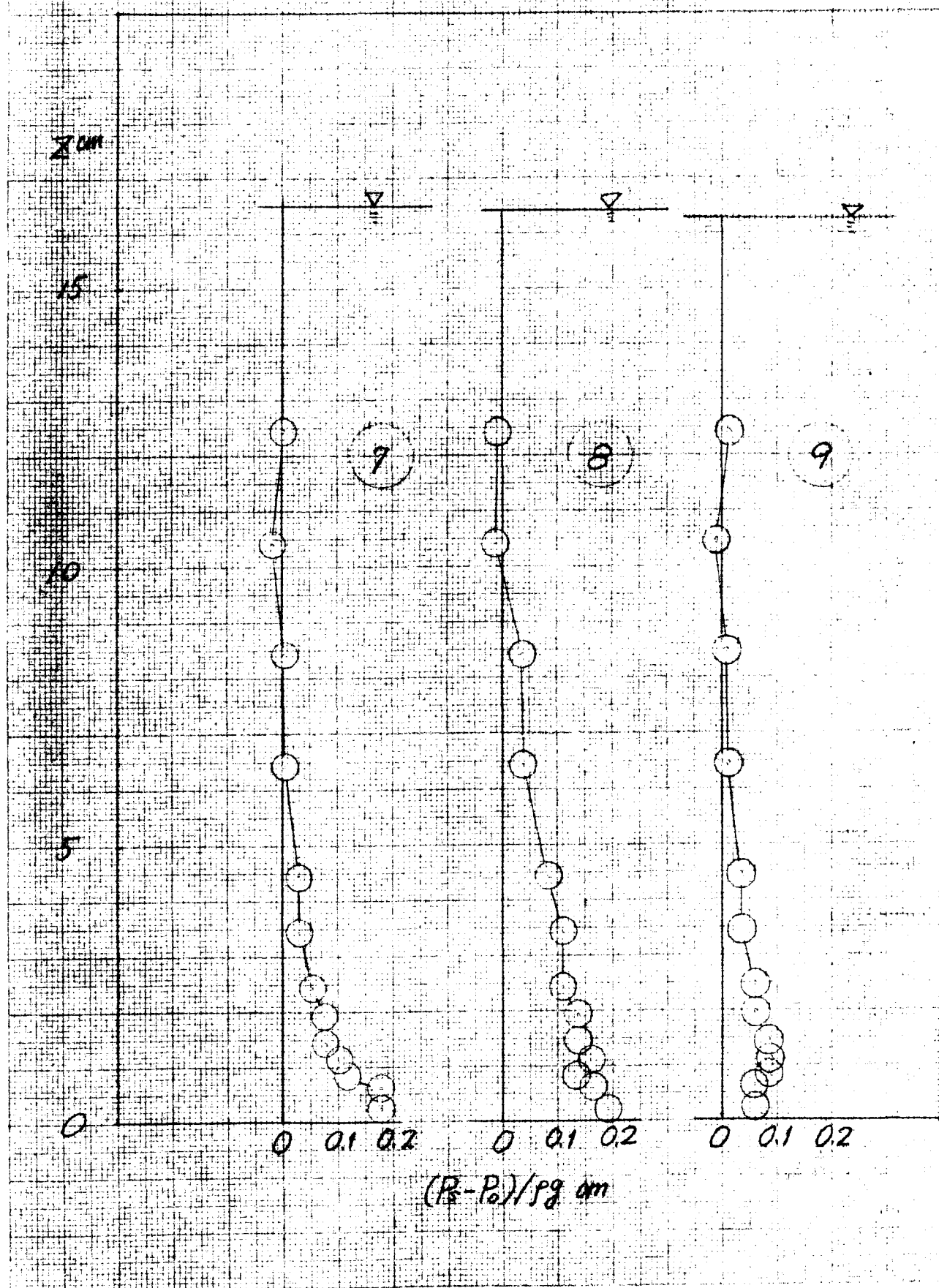


図-(1.2.87) 水圧分布の場所的変化
(a) 模型T

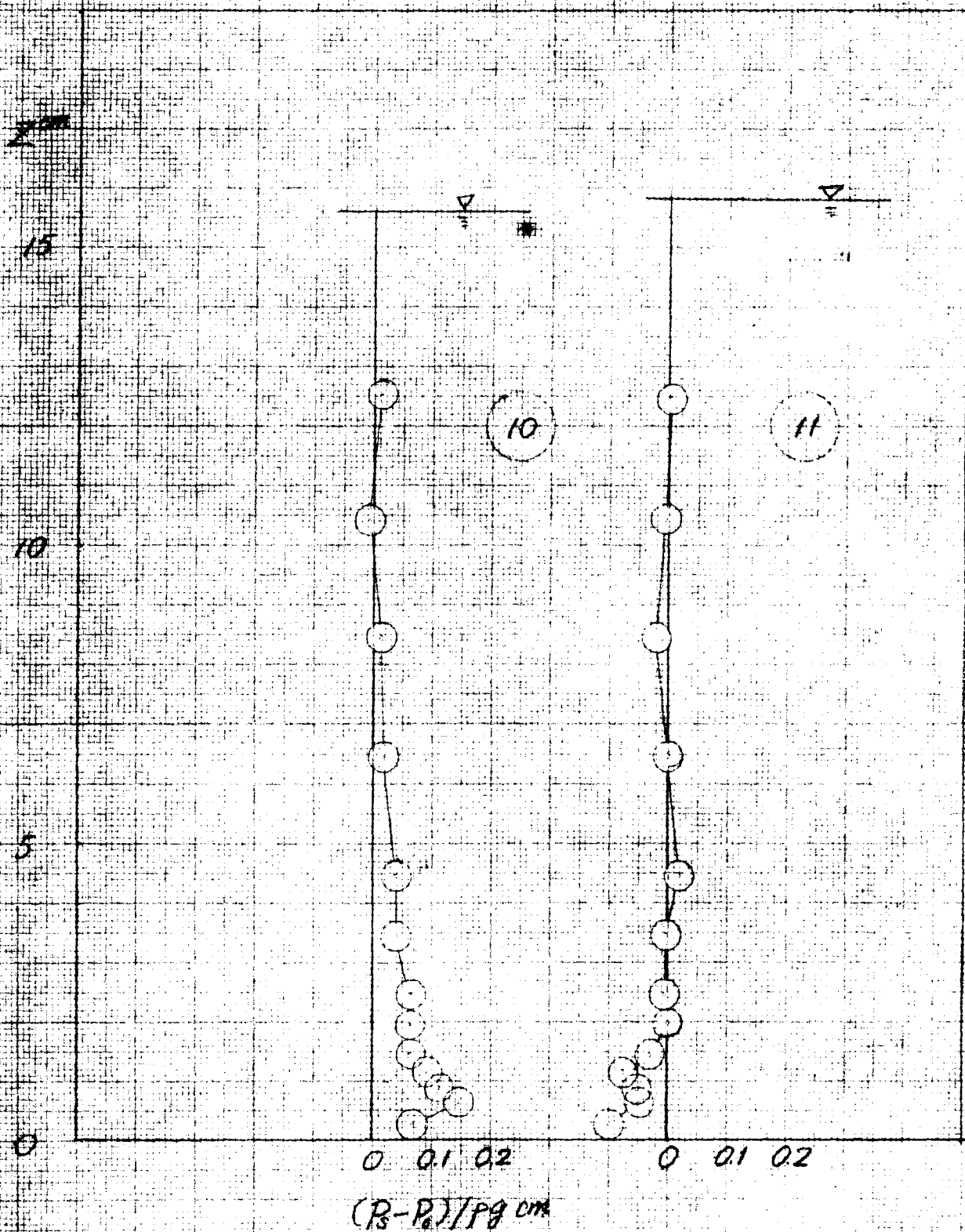
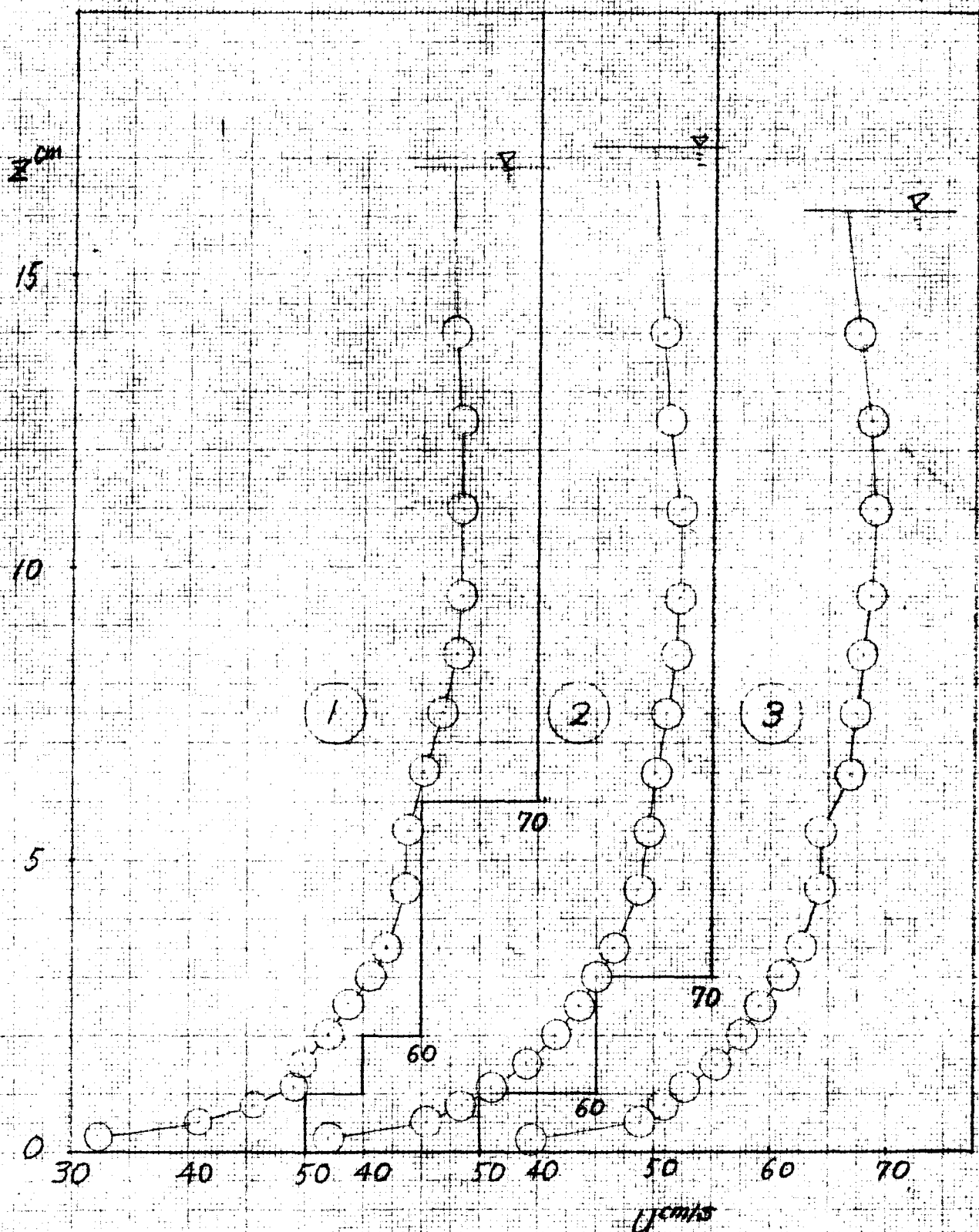
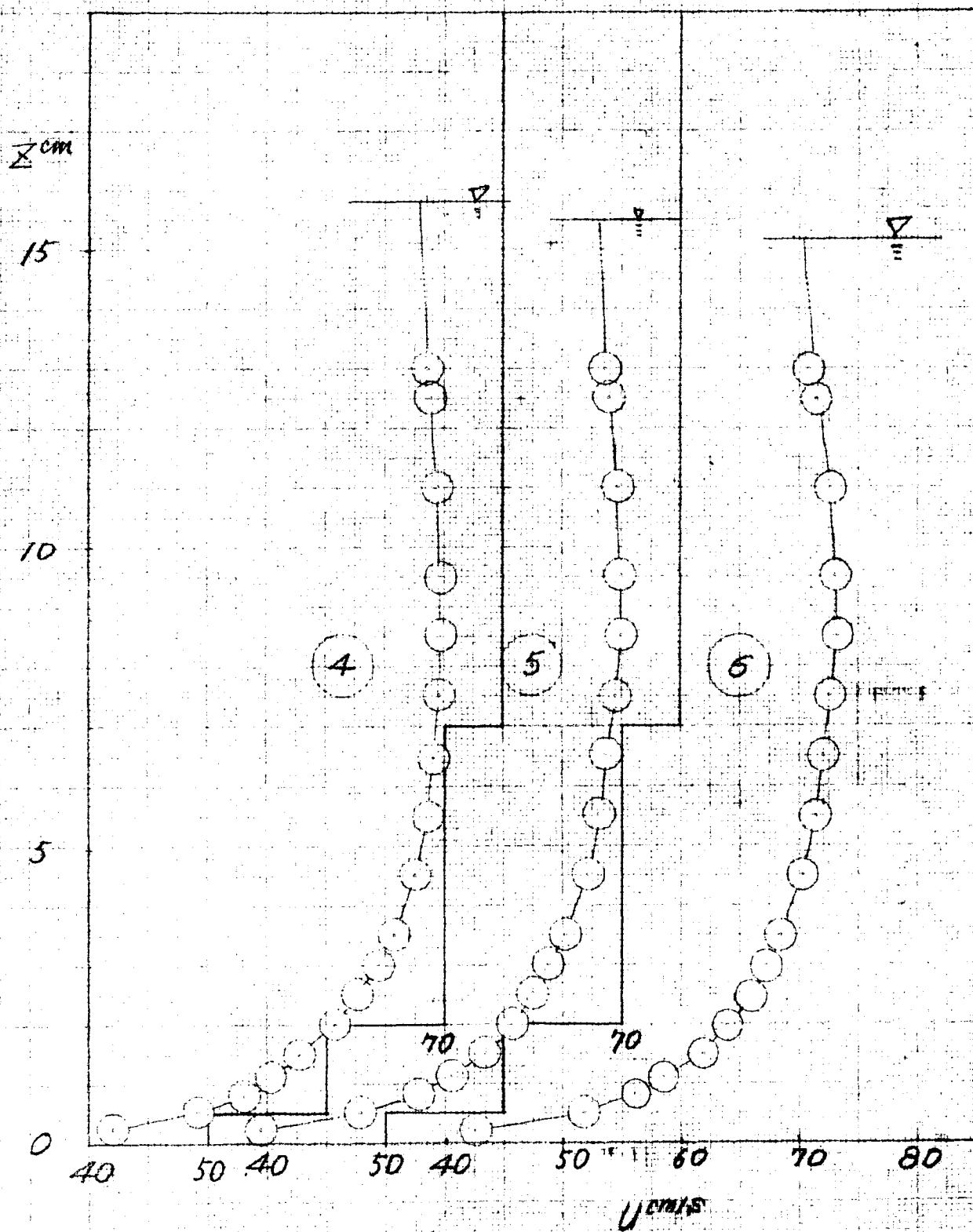


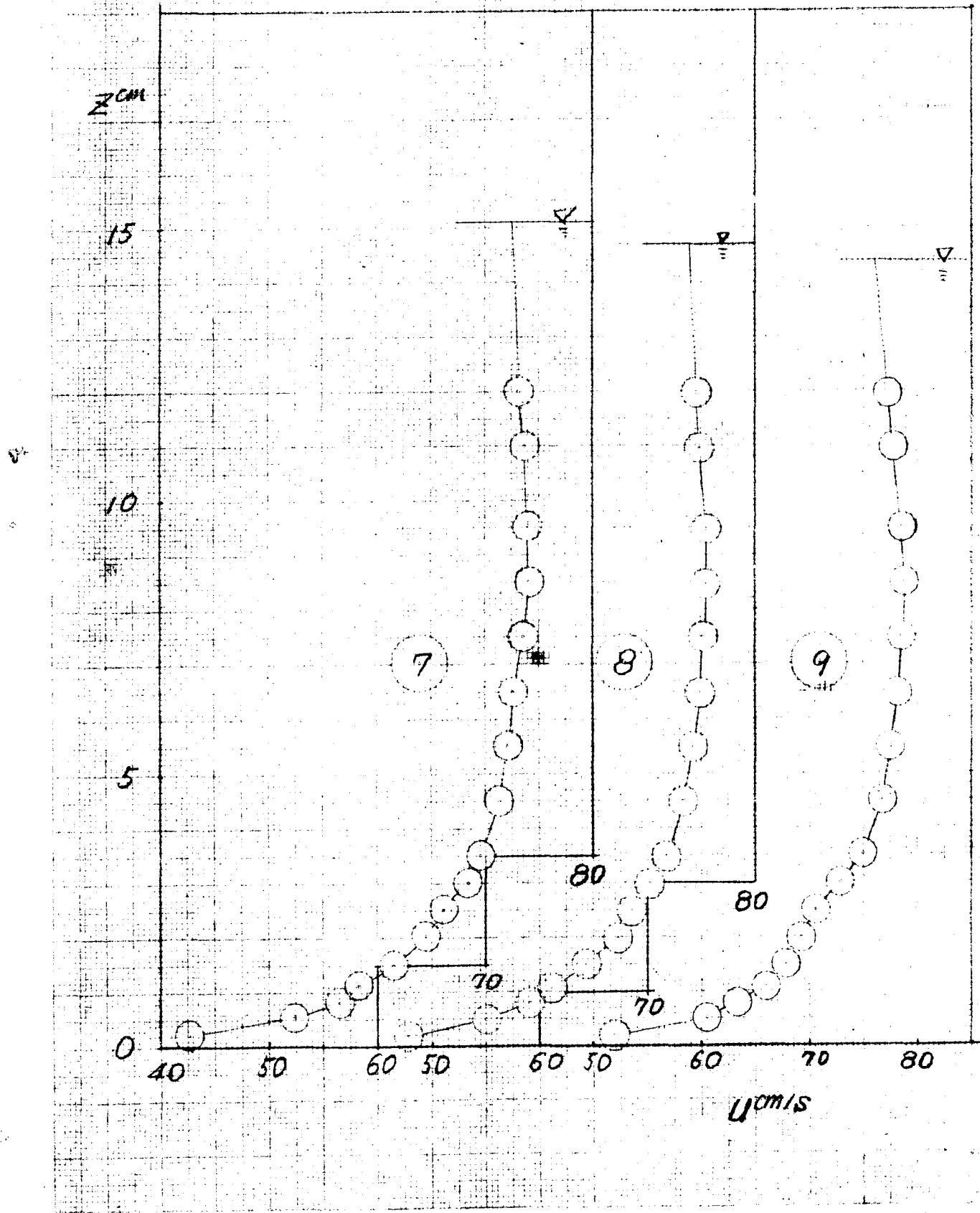
圖-(1.2.88). 流速分布の場所的変化
(a) 模型下



図(1.2.88) 流速分布の場所的变化
(b) 模型T



図(12.88) 流速分布の場所的变化
(c) 模型T



図(1.2.88) 流速分布の場所的変化
(d) 模型T

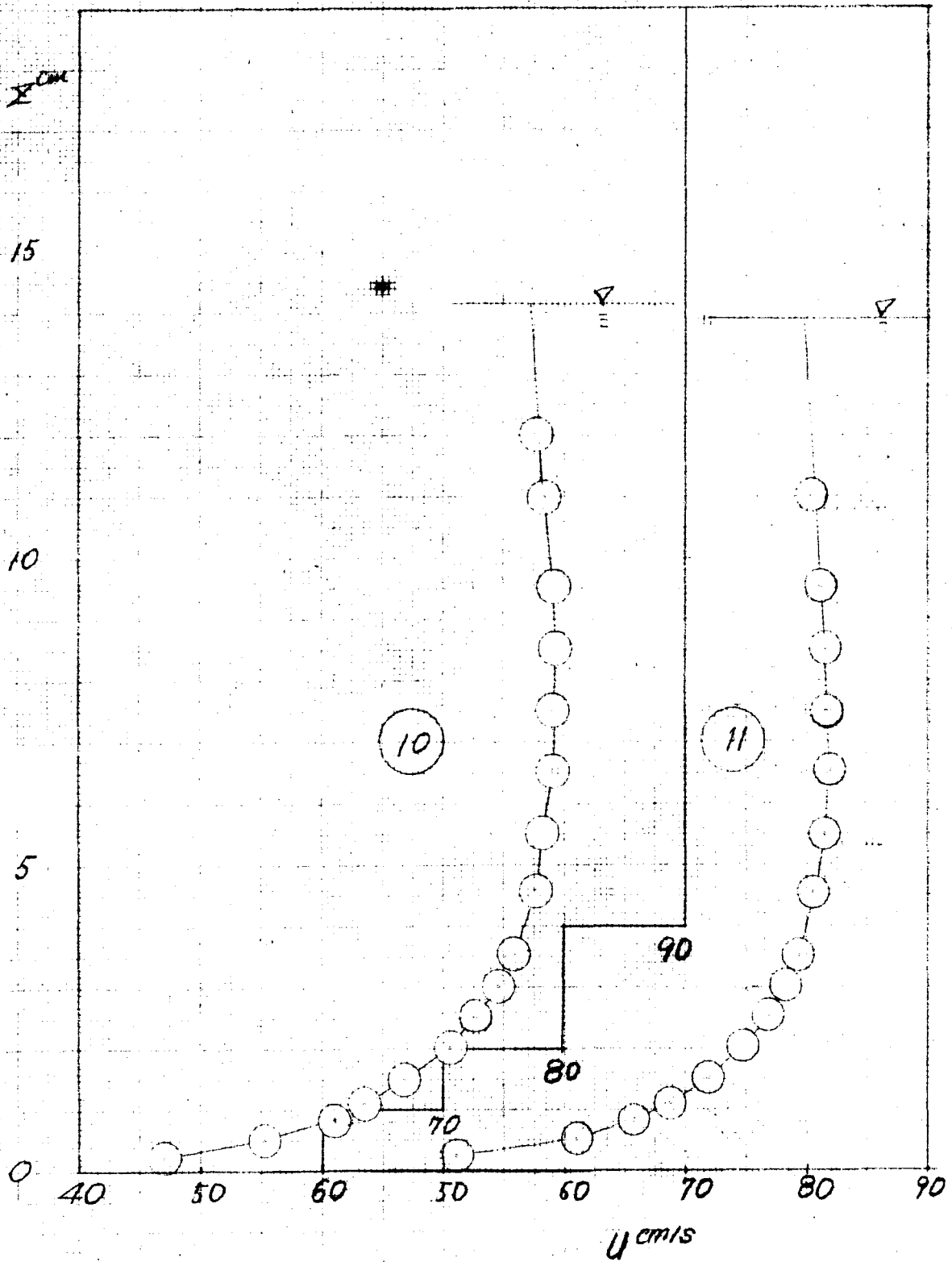
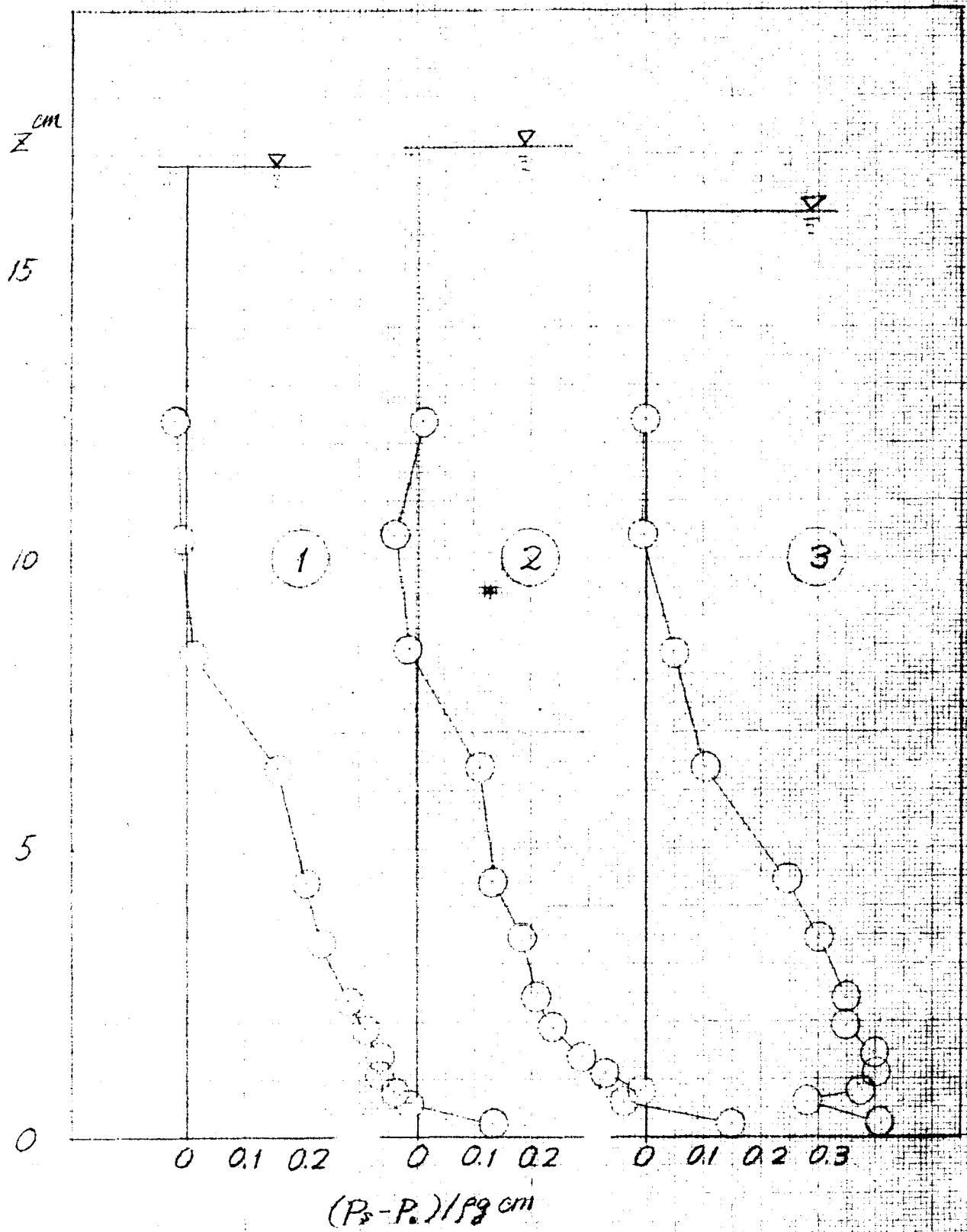
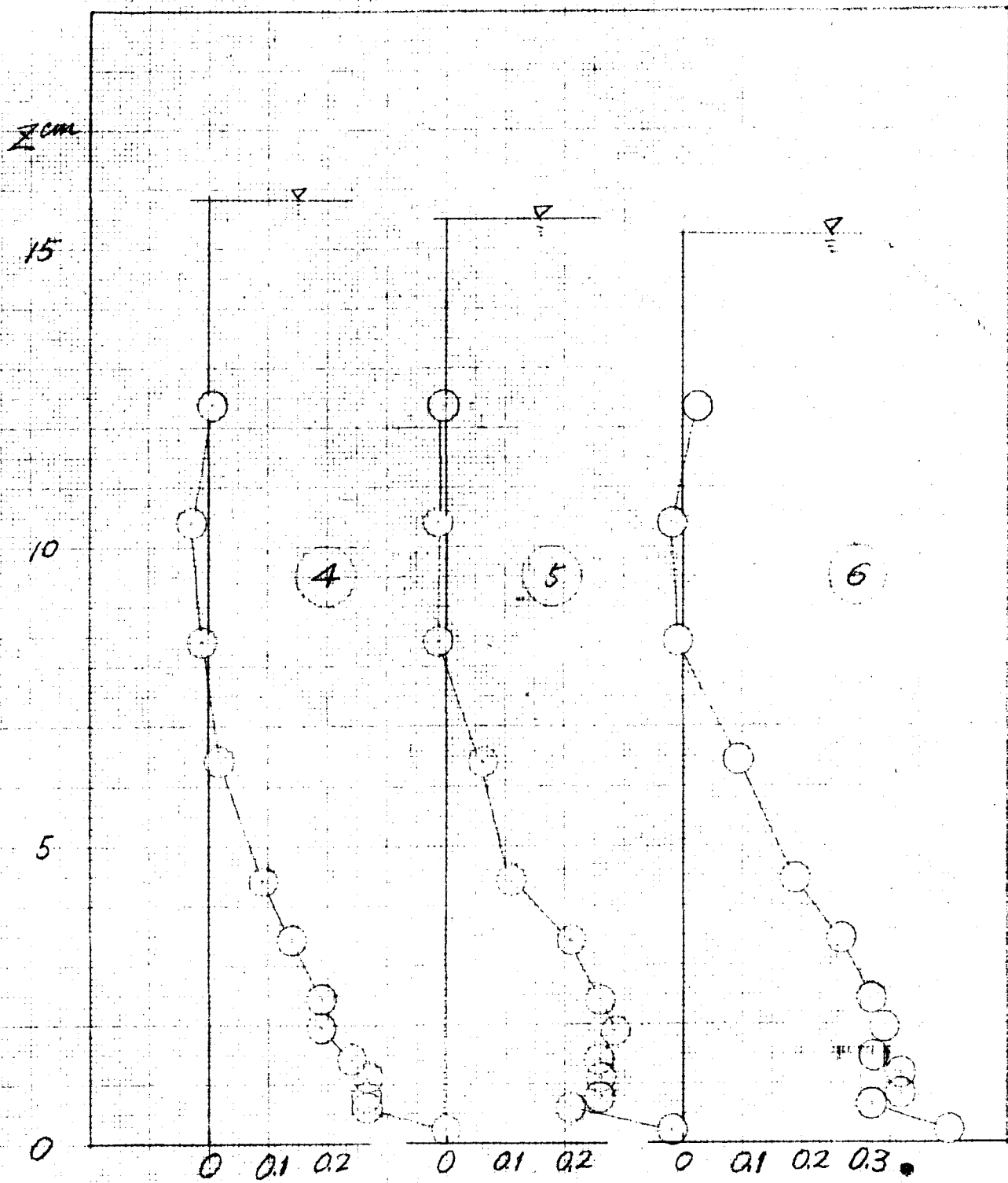


圖-(1.2.89) 水压分布の場所的变化
(a) 模型T



図(1.2.89) 水压分布の場所的变化
(b) 模型丁



圖(1.2.89) 水压分布的场所的变化
(C) 模型T

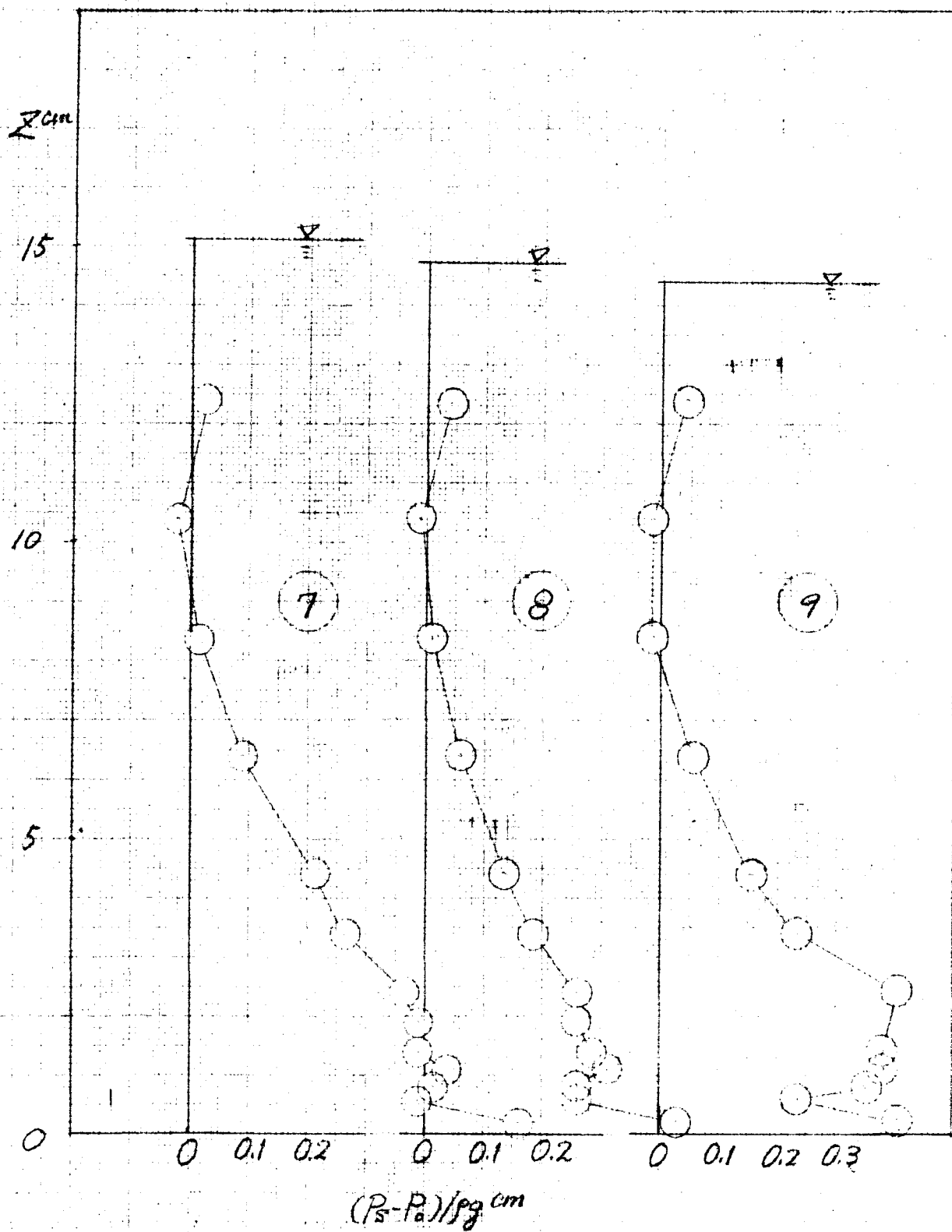


圖-(1.2.89) 水压分布の場所的变化
(d) 模型T

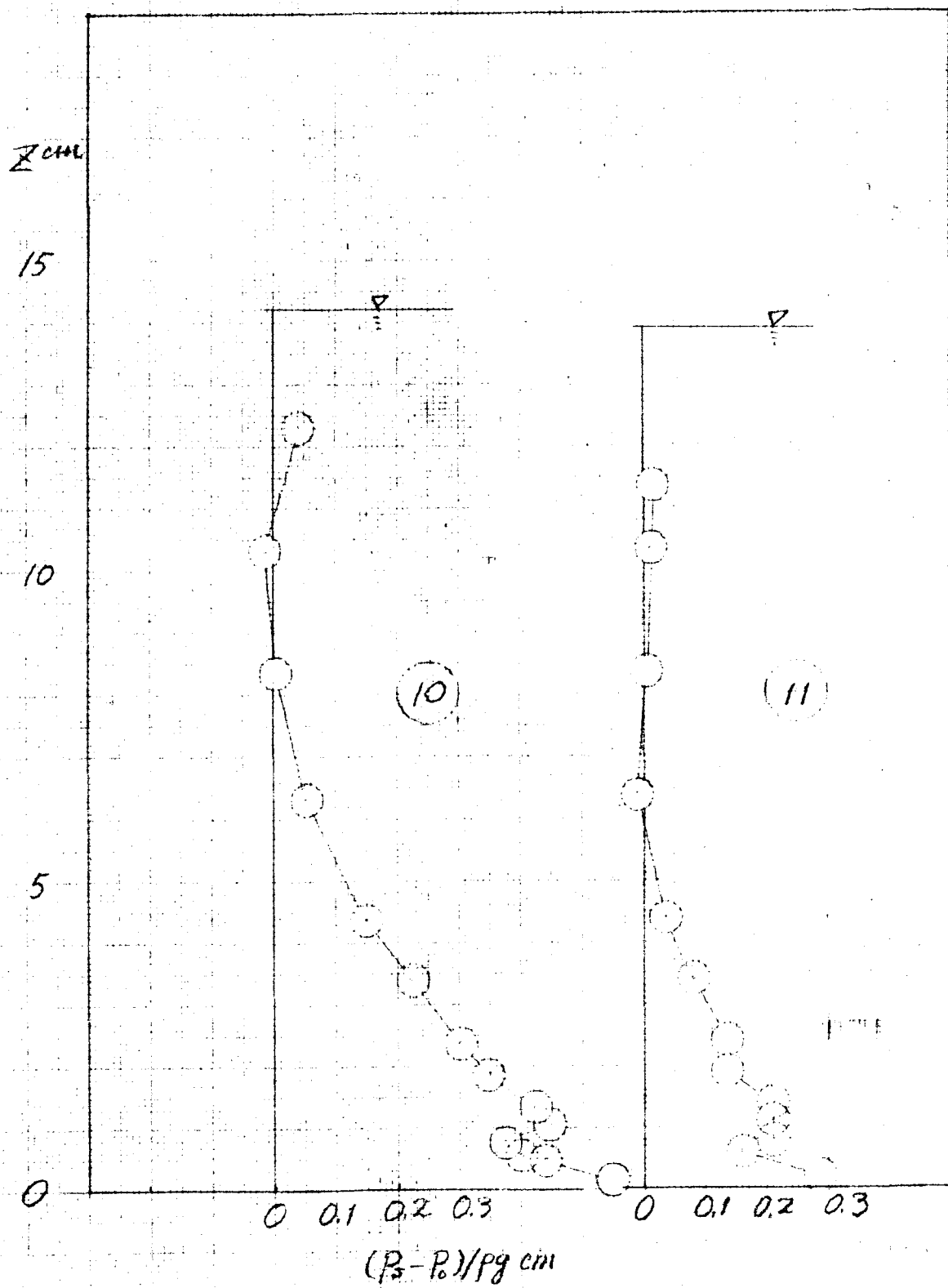
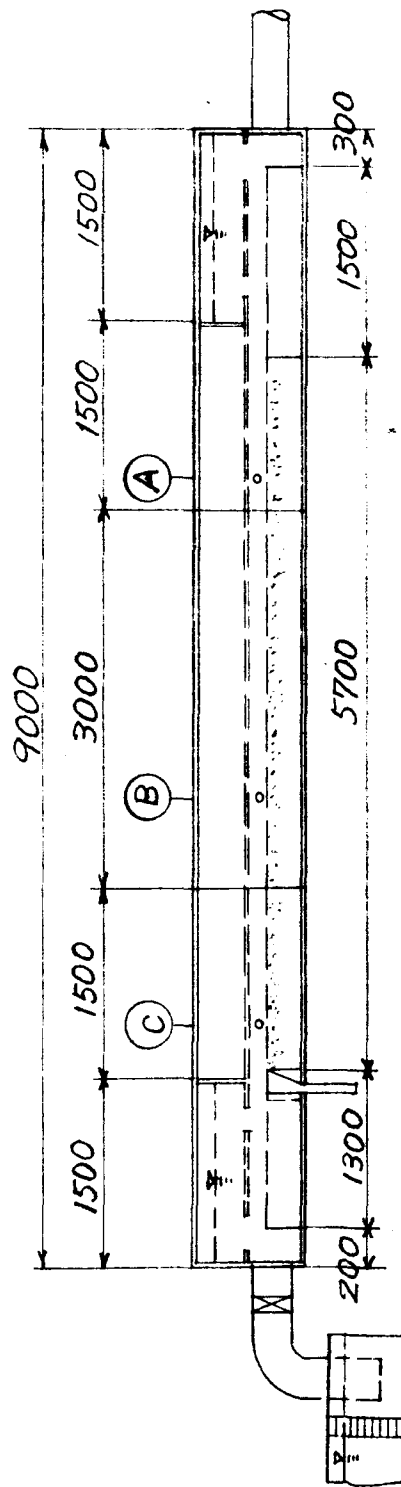
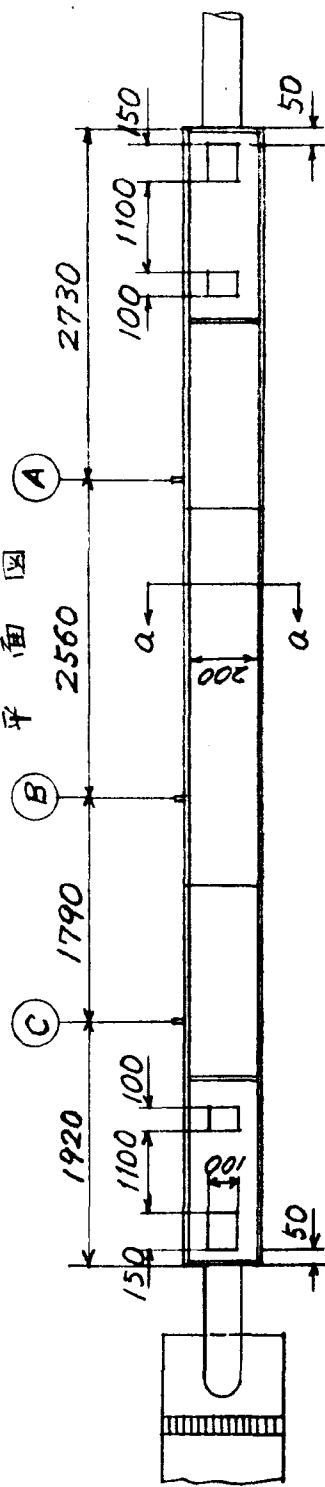


图-(1.3.1) 實驗水路 (單位: mm)

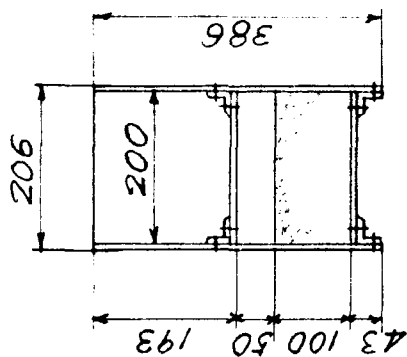
側面圖



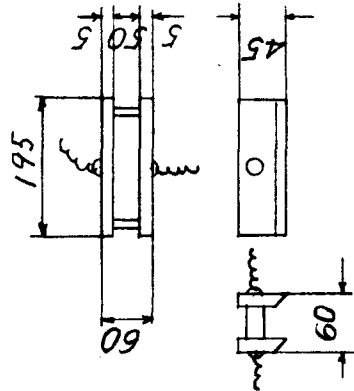
平面圖



断面 a-a



断面整正番



四-(1.3.2) 流量と損失水頭の関係、四辺固定

$\Delta L = 4.35 \text{ m}$	
\bigcirc	$20^{\text{mm}} \times 5^{\text{mm}}$
\ominus	$20^{\text{mm}} \times 10^{\text{mm}}$

Q ㎥/s

10^{-4}

10^{-3}

10^{-2}

10^{-1}

10^0

10^1

$8.07 \times 10^7 \text{ cm}$

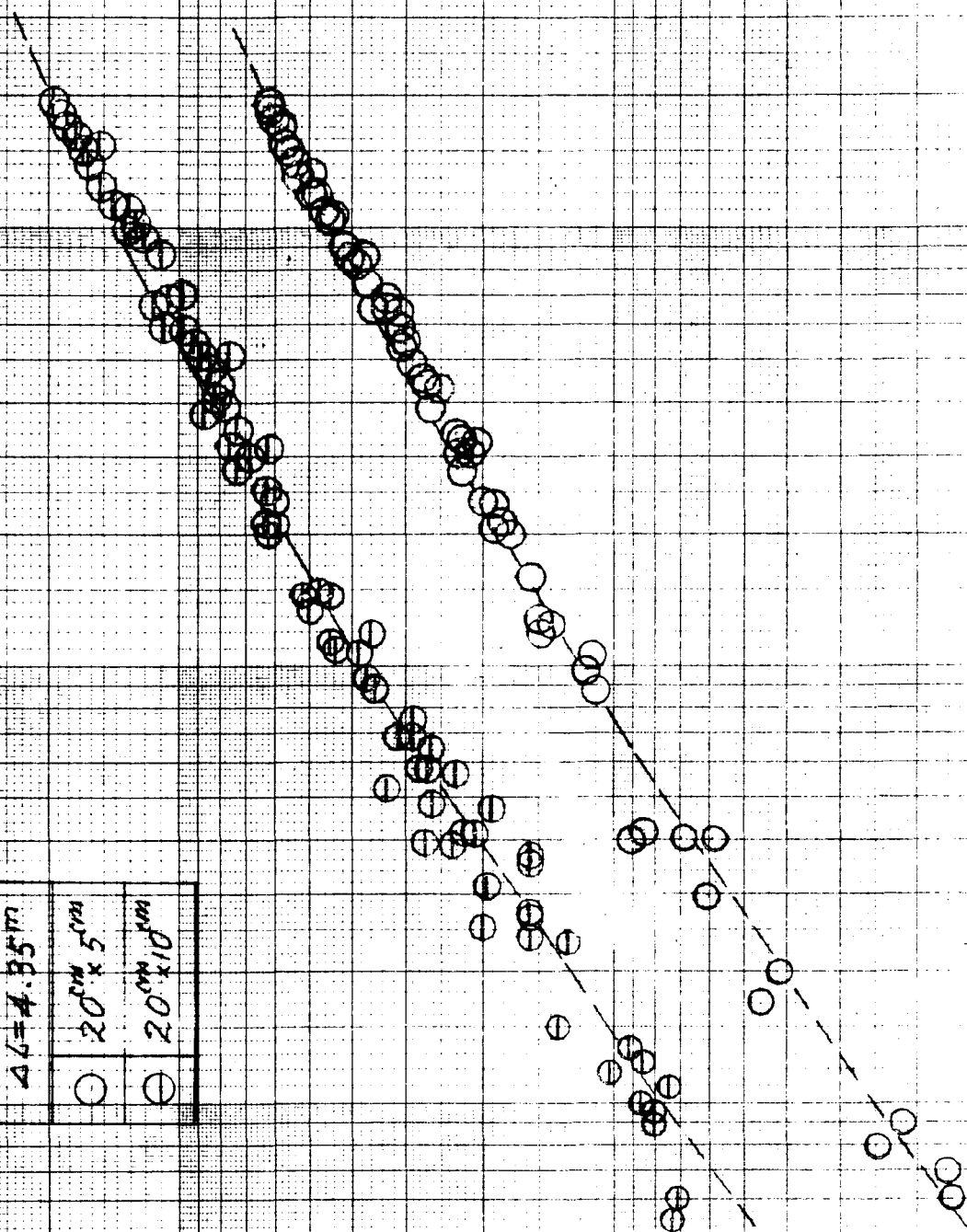


図-(1.3.3) 平均流速と U_m^2 の関係
四辺固定

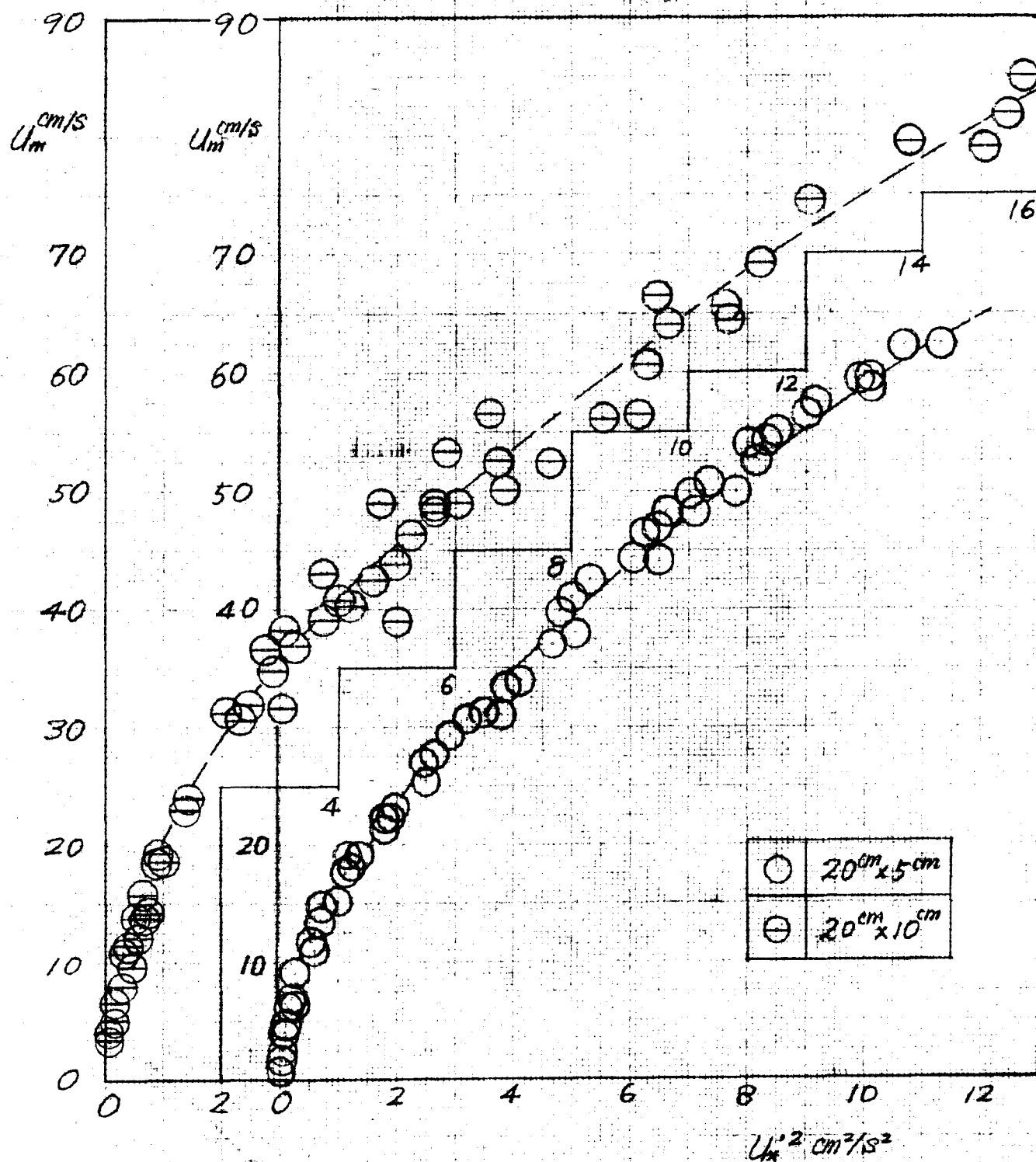


図-(13.4) $U_{*'}^2/U_{mo}^2$ と Re の関係
 四辺固定

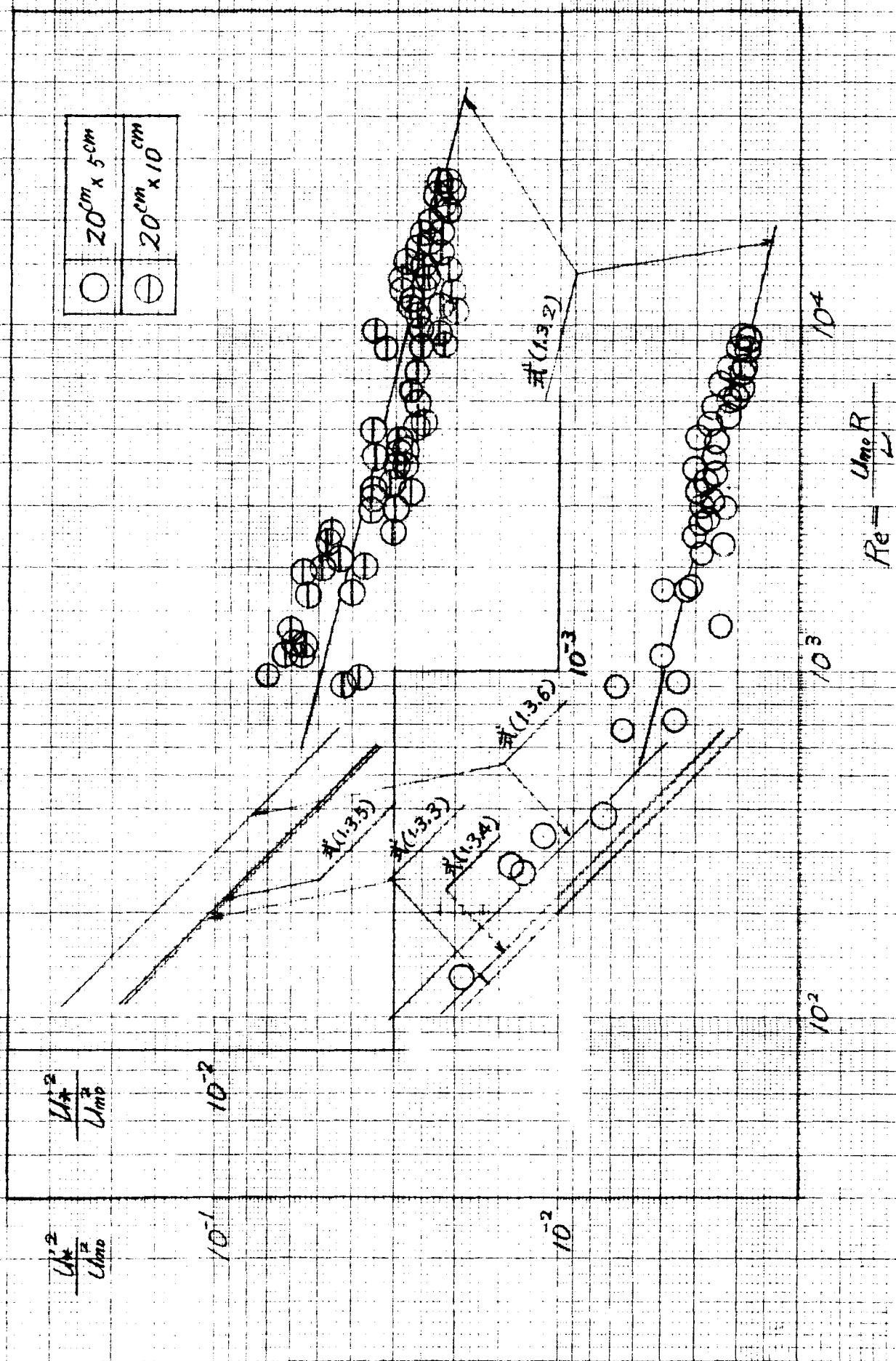
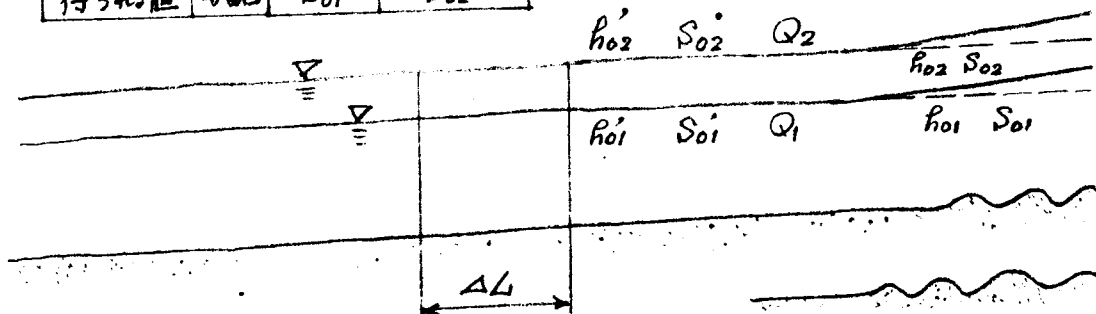


図-(1.3.5) 南水路の砂面変形の模型図

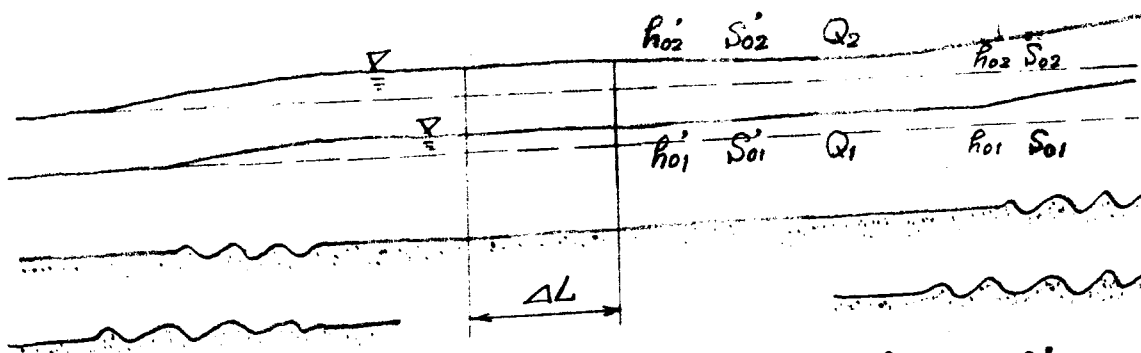
流	量	Q_1	$Q_2(>Q_1)$
等流として	水深	h_{01}	h_{02}
べき値	勾配	S_{01}	$S_{02}(=S_{01})$
ΔL 区間で	水深	h'_{01}	h'_{02}
得られる値	勾配	S'_{01}	S'_{02}

(A)



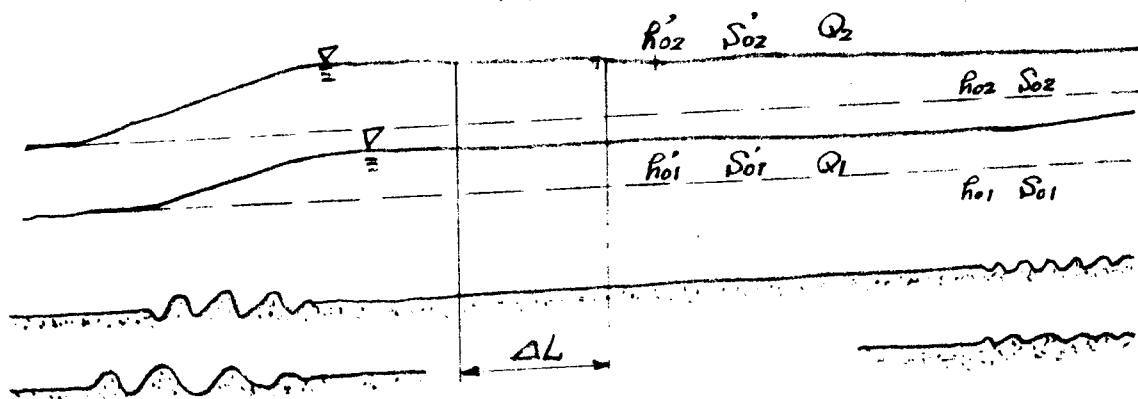
$$Q_2 > Q_1, S_{01} = S_{02} = S'_{01} = S'_{02}, h_{01} = h'_{01}, h_{02} = h'_{02}$$

(B)



$$Q_2 > Q_1, S_{01} = S_{02} > S'_{01}, S'_{02}, h_{01} < h'_{01}, h_{02} < h'_{02}$$

(C)

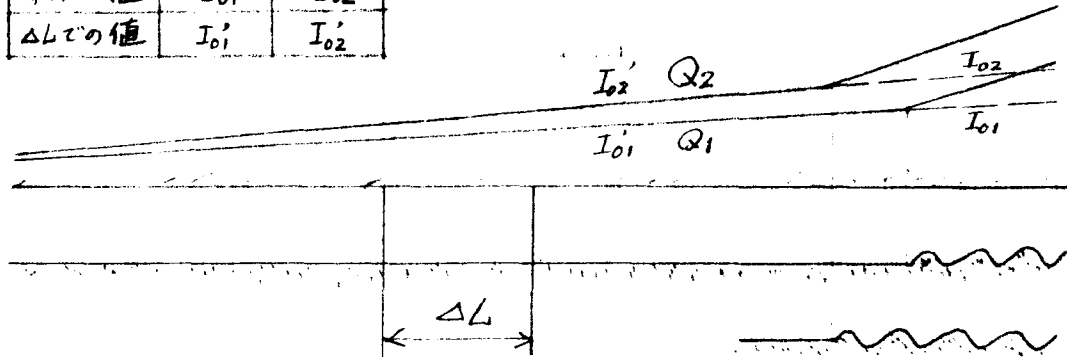


$$Q_2 > Q_1, S_{01} = S_{02} > S'_{01}, S'_{02}, h_{01} < h'_{01}, h_{02} < h'_{02}$$

図-(1.3.6) 内水路の砂面変形の模型図

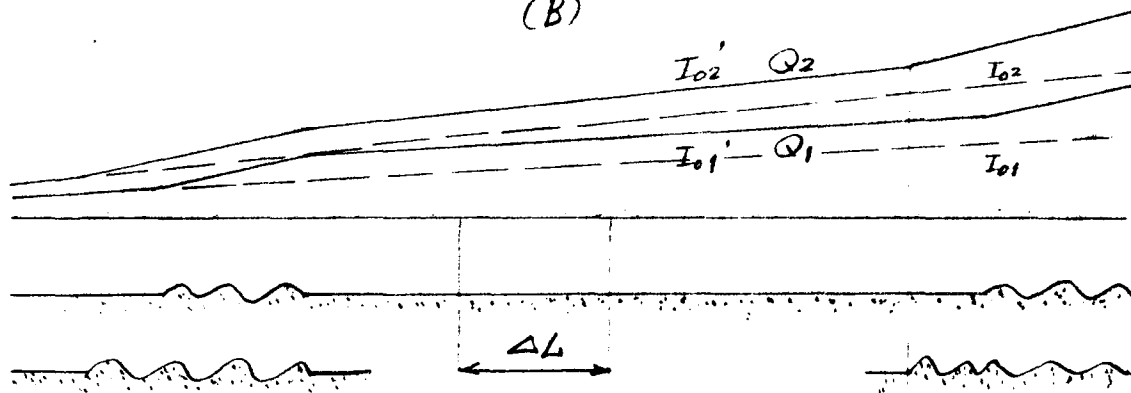
流量	Q_1	$Q_2(>Q_1)$
等流の値	I_{01}	I_{02}
ΔL での値	I_{01}'	I_{02}'

(A)



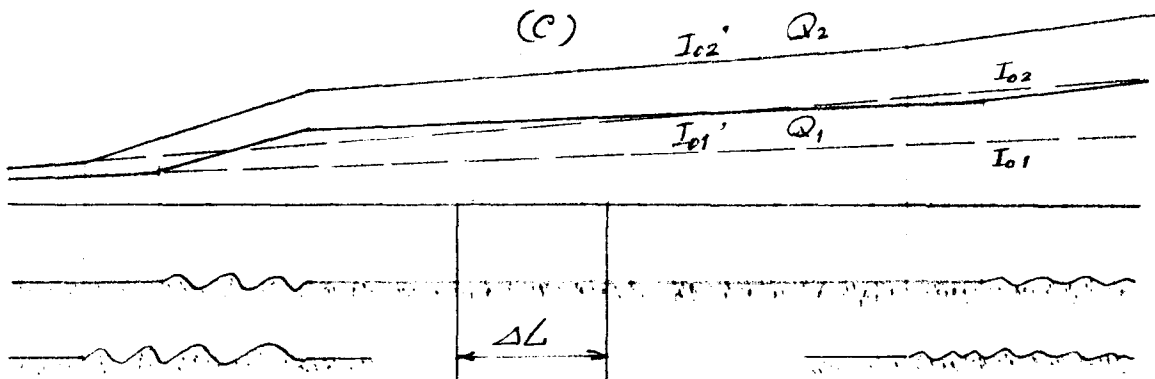
$$Q_2 > Q_1, \quad I_{01} = I_{01}', \quad I_{02} = I_{02}'$$

(B)



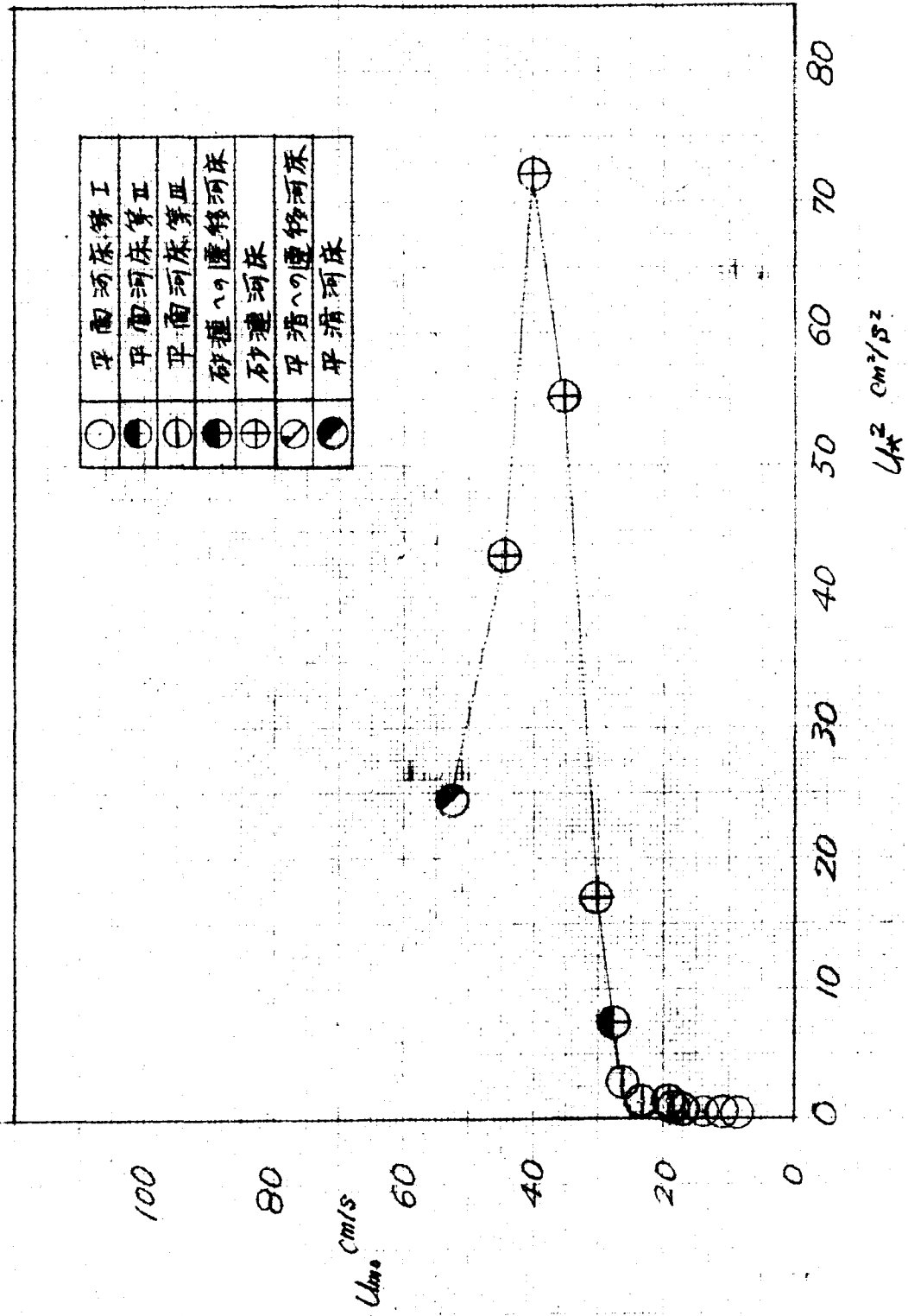
$$Q_2 > Q_1, \quad I_{01} = I_{01}', \quad I_{02} = I_{02}'$$

(C)



$$Q_2 > Q_1, \quad I_{01} = I_{01}', \quad I_{02} = I_{02}'$$

図-(1.3.7) 平均流速と U_{*}^2 の関係
 実験例 a, 断面 $20\text{cm} \times 5\text{cm}$



四-(1.3.8) 平均流速と U_*^2 の関係
実験側 b, 断面 $20\text{cm} \times 5\text{cm}$

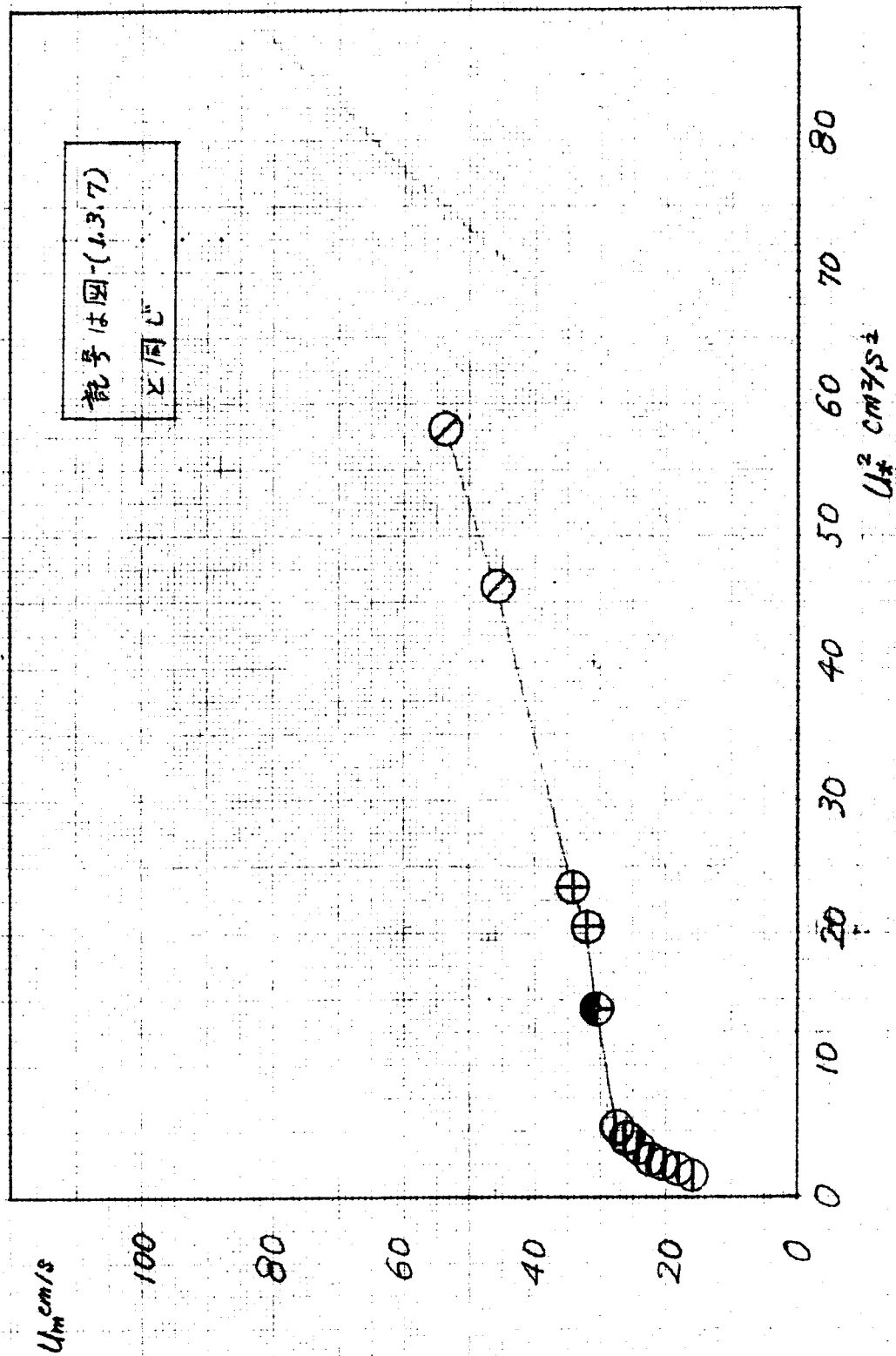


図-(1.3.9) 平均流速と動水勾配の関係
 実験例 a . 断面 20cm x 5cm

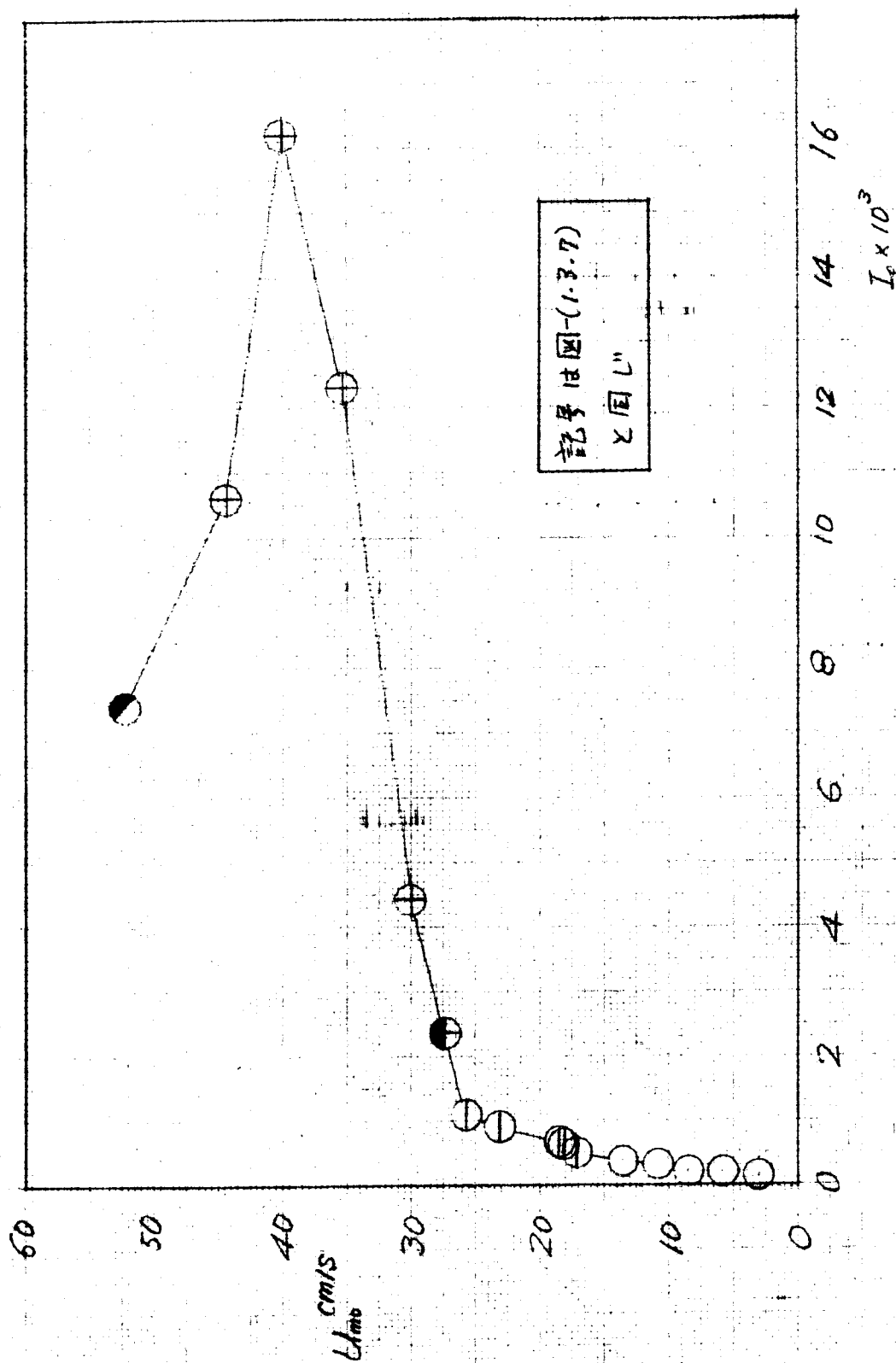


図-(1.3.10) 平均流速と動水勾配の関係
実験例 b, 断面 $20\text{ cm} \times 5\text{ cm}$

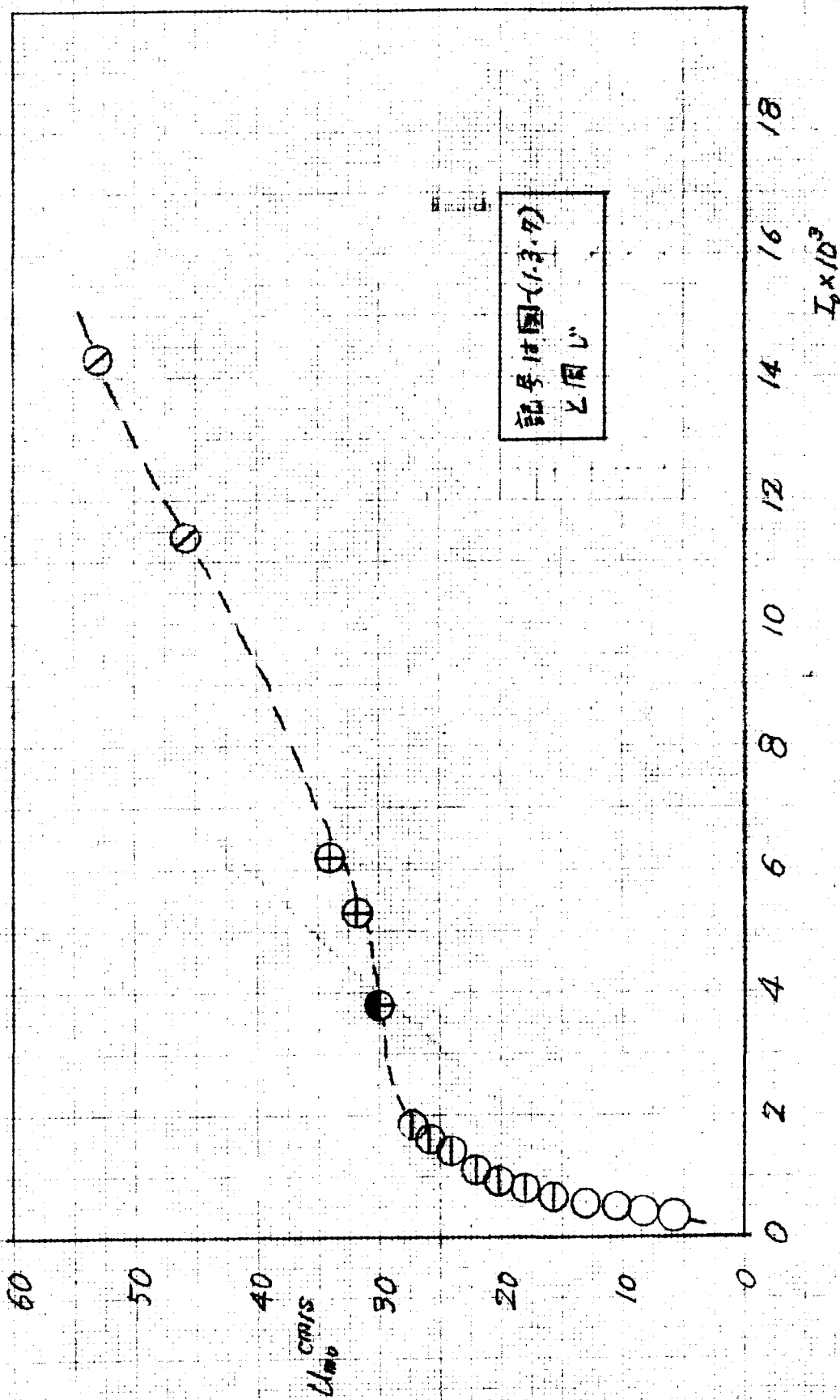


図-(1.3.11) 平均流速と U_*^2 の関係
 平面河床，断面 $20\text{cm} \times 5\text{cm}$

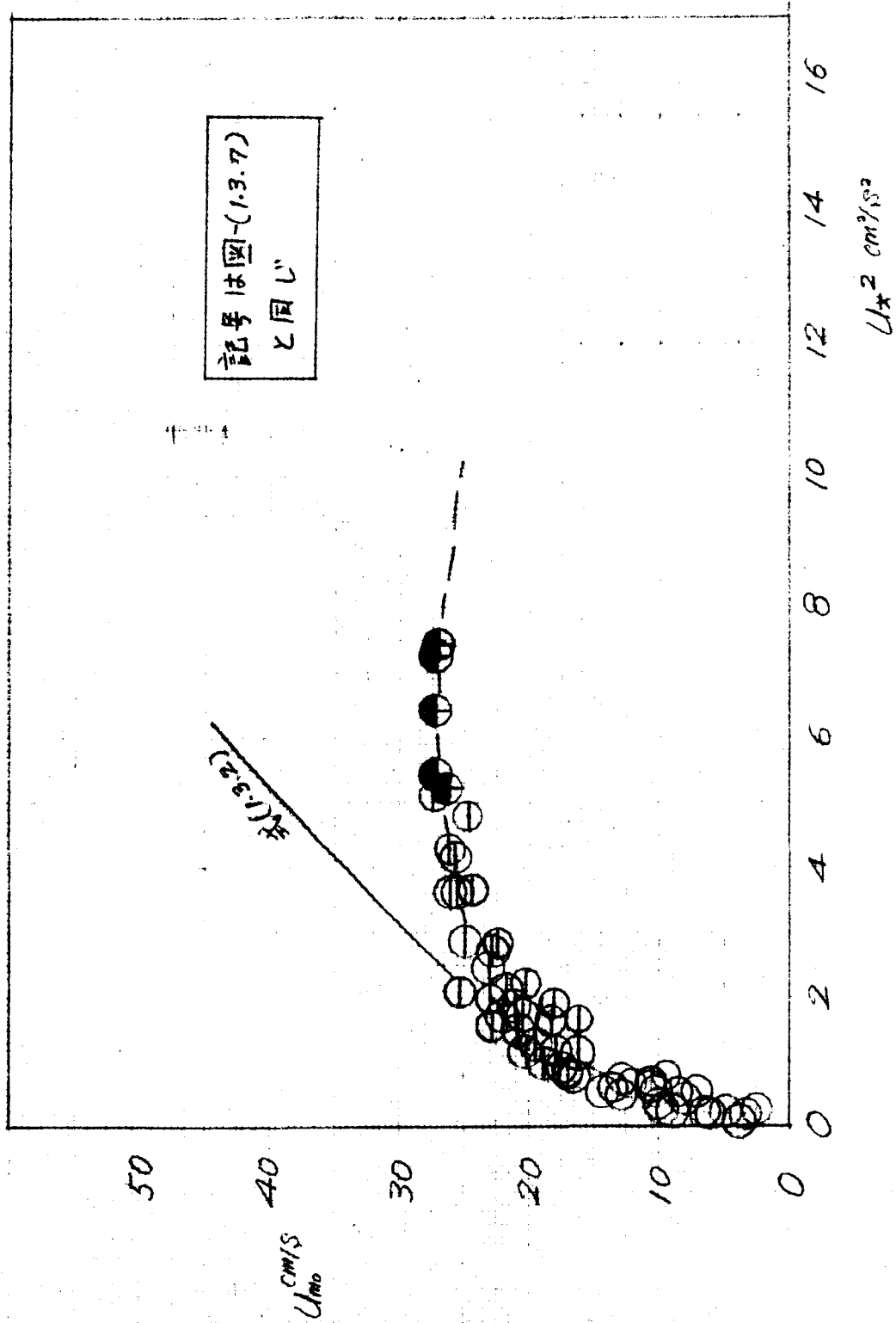
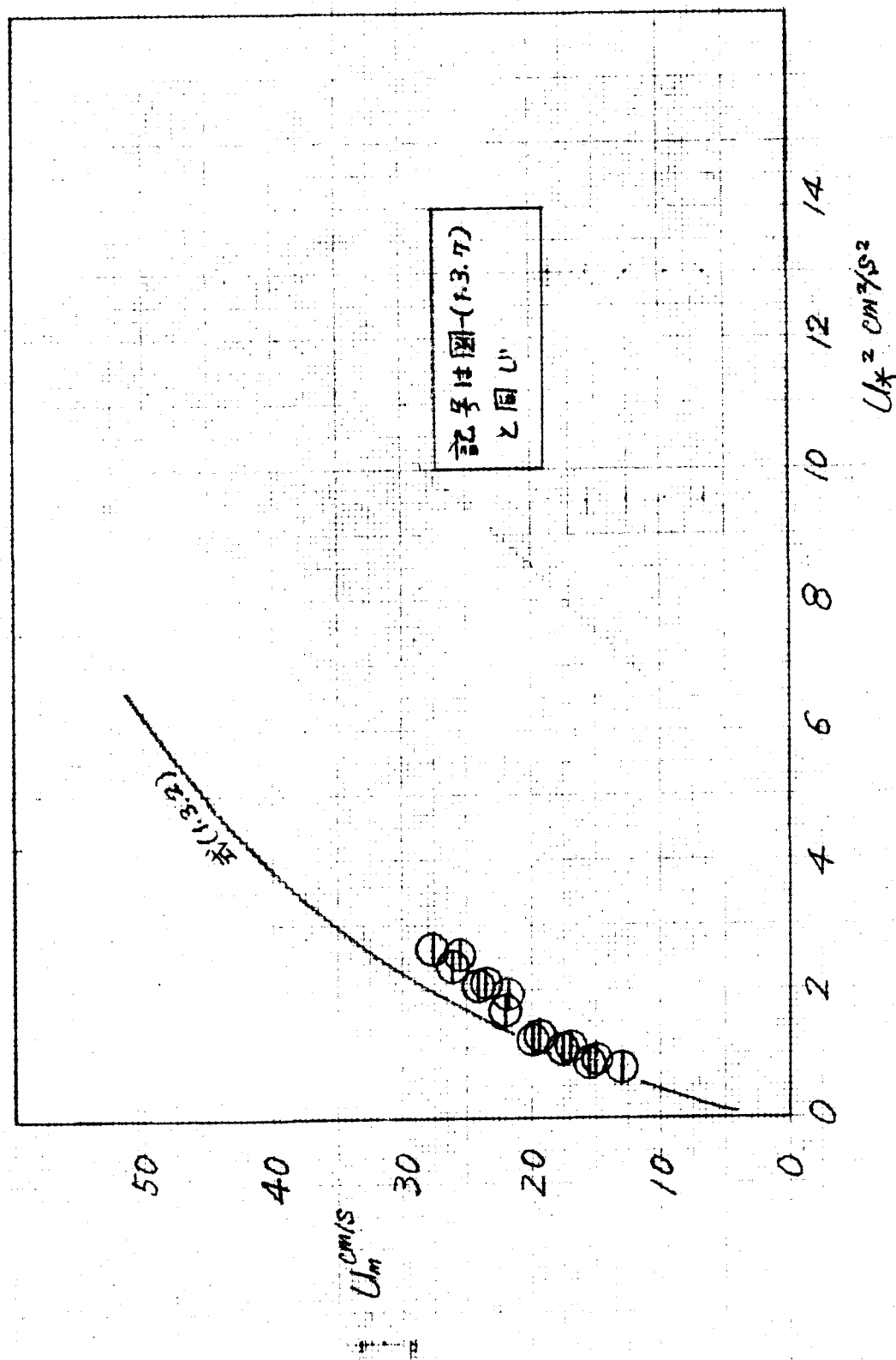


図-(1.3.12) 平均流速と U_*^2 の関係
 平面河床，断面 $20\text{cm} \times 10\text{cm}$



四-(1.3.13) 平均流速と U_*^2 の関係
砂連河床，断面 $20\text{cm} \times 5\text{cm}$

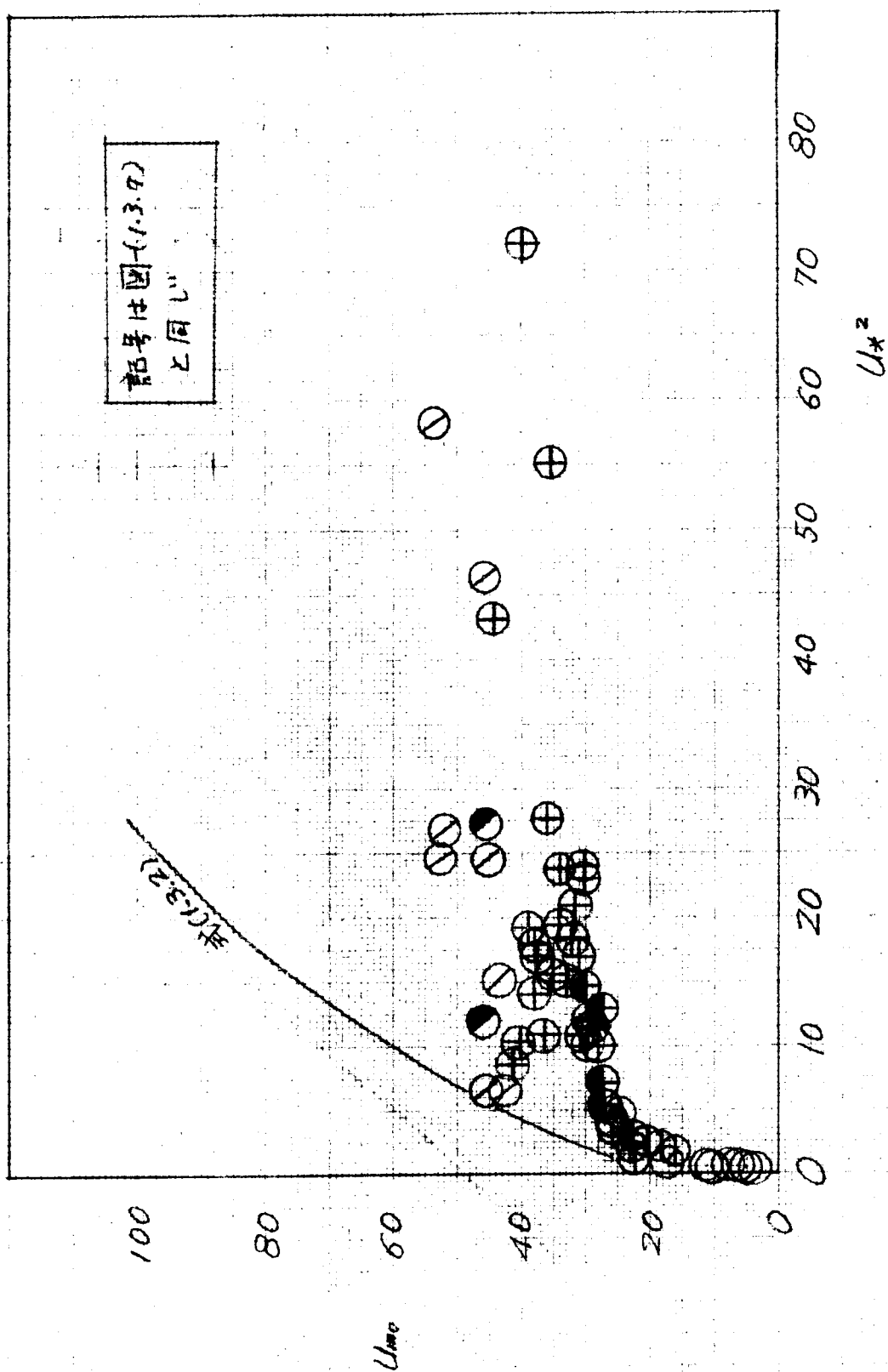


図1.3.14) 流量と U_{*}^2 の関係
断面 $20\text{cm} \times 5\text{cm}$

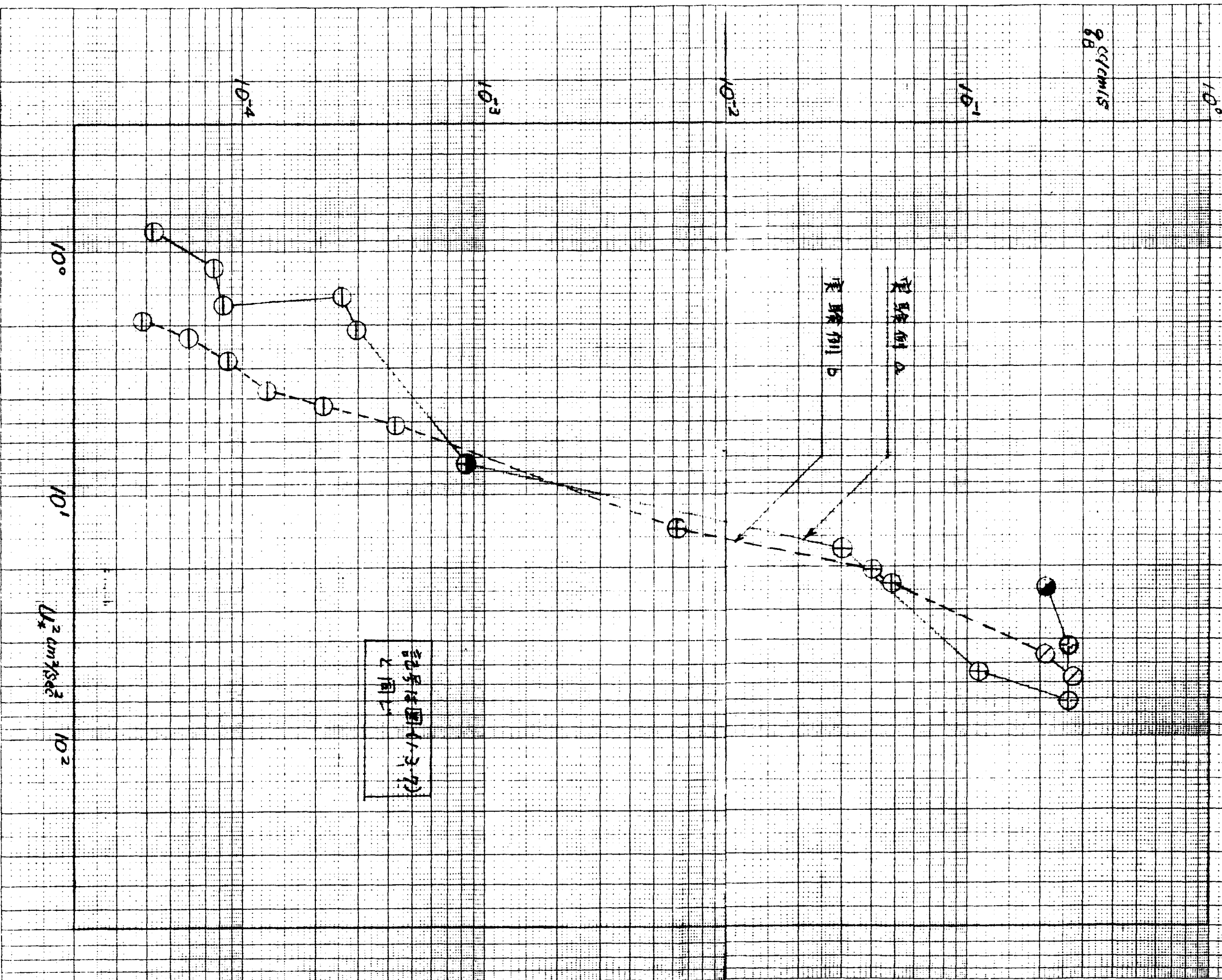
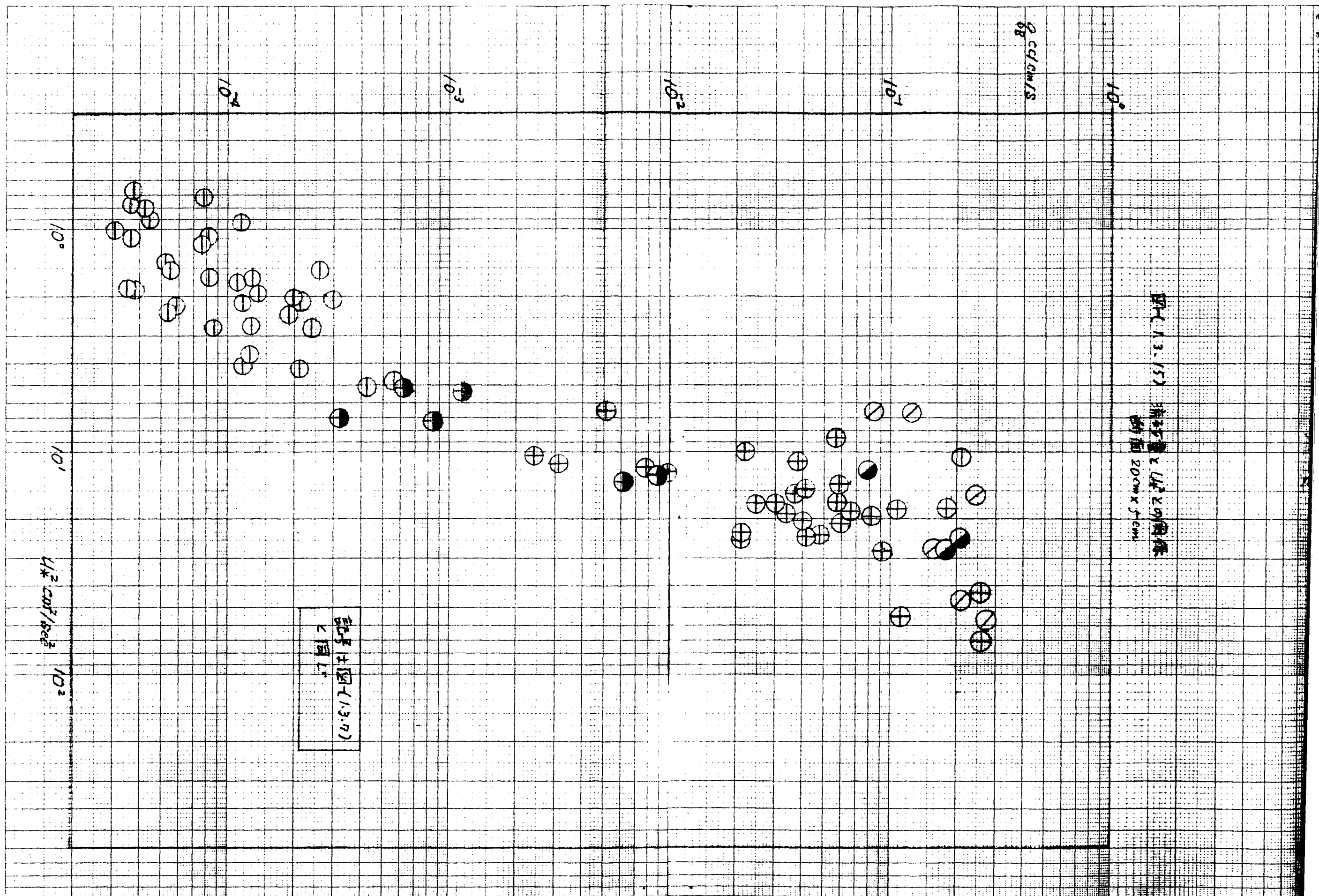
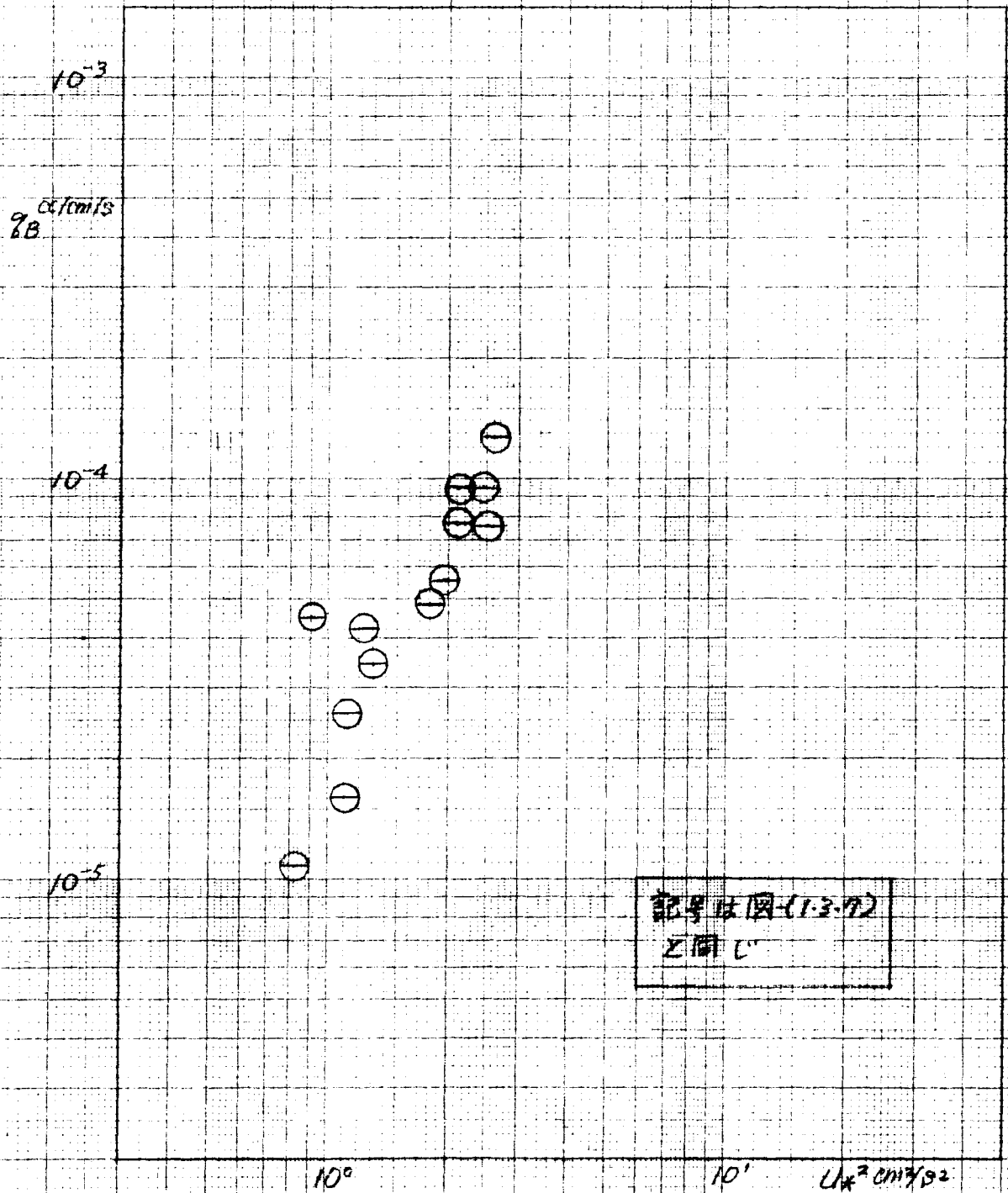


図1.3.14) 流量と U_{*}^2 の関係



図(1.3.15) 流砂量と U_*^2 との関係
断面 20cm x 5cm

図-(1.3./6) 流砂量と U_*^2 の関係
 早苗河床，断面 $20\text{cm} \times 10\text{cm}$



記号は図-(1.3./7)
 と同じ

図(13.17) $1/2$ の時間的変化
断面 $20\text{cm} \times 5\text{cm}$

○	局部浸透の発生過程
●	砂連への遷移河床
⊕	砂連河床

$1/2 \text{ cm}^2/\text{s}^2$
L/A

10^2

10^1

10^2

10^3

10^4

10^5

3010 cm^2/s

2680 cm^2/s

2300 cm^2/s

2185 cm^2/s

図(1.3.18) U_A の時間的変化
断面: $20\text{cm} \times 5\text{cm}$

記号は図(1.3.17)
と同様

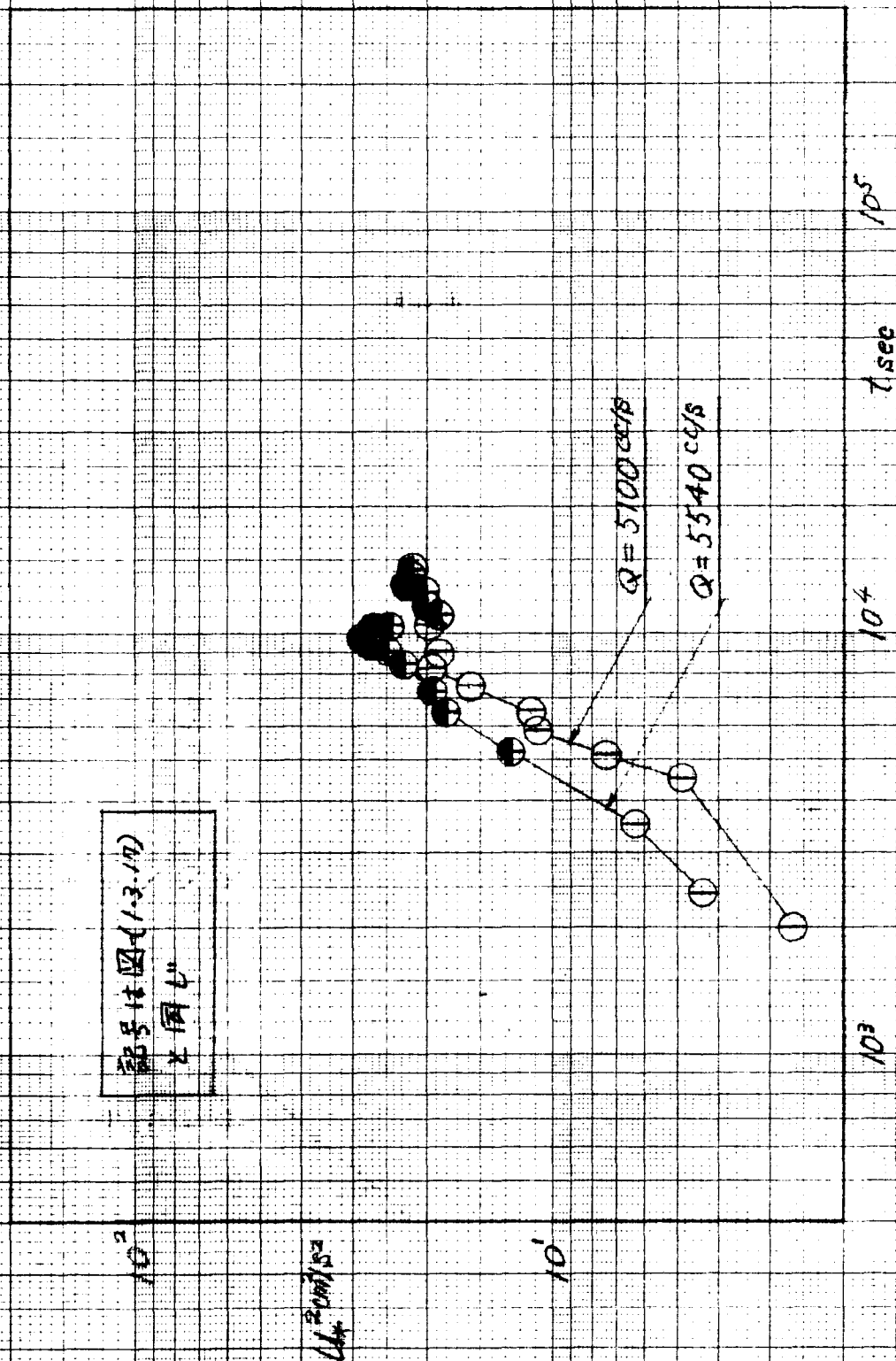


図-(1.3.18) 流砂量と U_{cr} の関係
断面: $20\text{cm} \times 5\text{cm}$

Q (cc/cm/s)
8.8

$Q=3070\text{ cc/s}$

記号は図-(1.3.17)
と同じ。

10^{-3}

10^{-4}

10^0

10^1

10^2

U_{cr}^2 (cm²/s²)

図-(1.3.20) 流量と U_*^2 の関係
断面 $20\text{cm} \times 10\text{cm}$

記号は図-(1.3.17)
と同じ

10^{-2}
 $q \text{ cc/cm}^2 \text{ s}$
60

10^{-3}

10^{-4}

$Q = 5540 \text{ cc/s}$

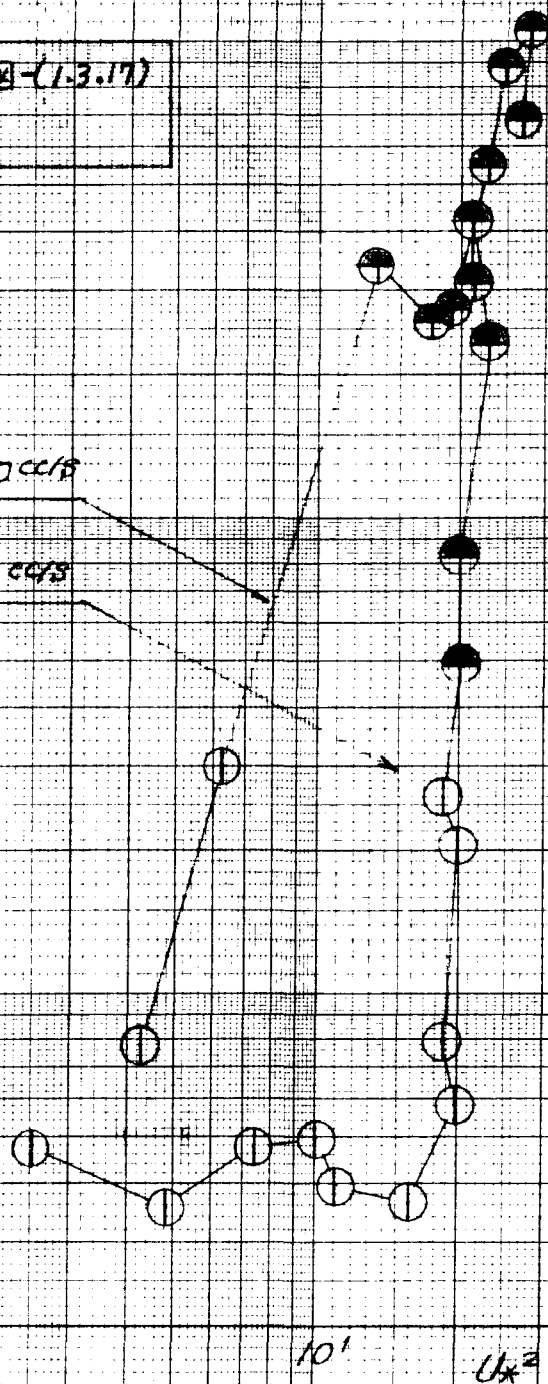
$Q = 5100 \text{ cc/s}$

10^0

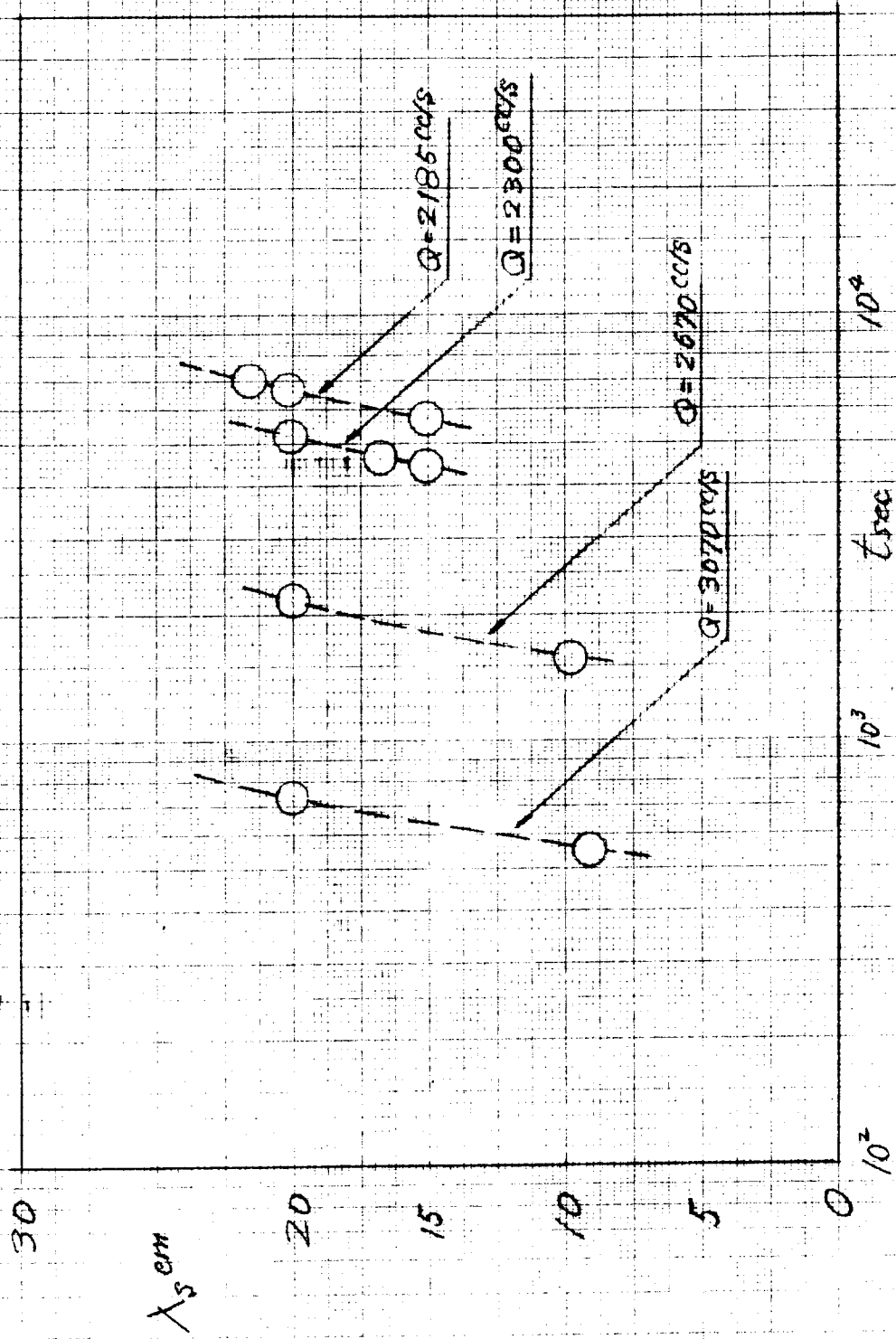
10^1

$U_*^2 \text{ cm}^2/\text{s}^2$

10^2



图(1.3.21) 砂面波長分時間的变化
断面: $20\text{cm} \times 50\text{cm}$



图(1.3.2.2) 砂面波高の時間的变化
断面: 20cm x 5cm

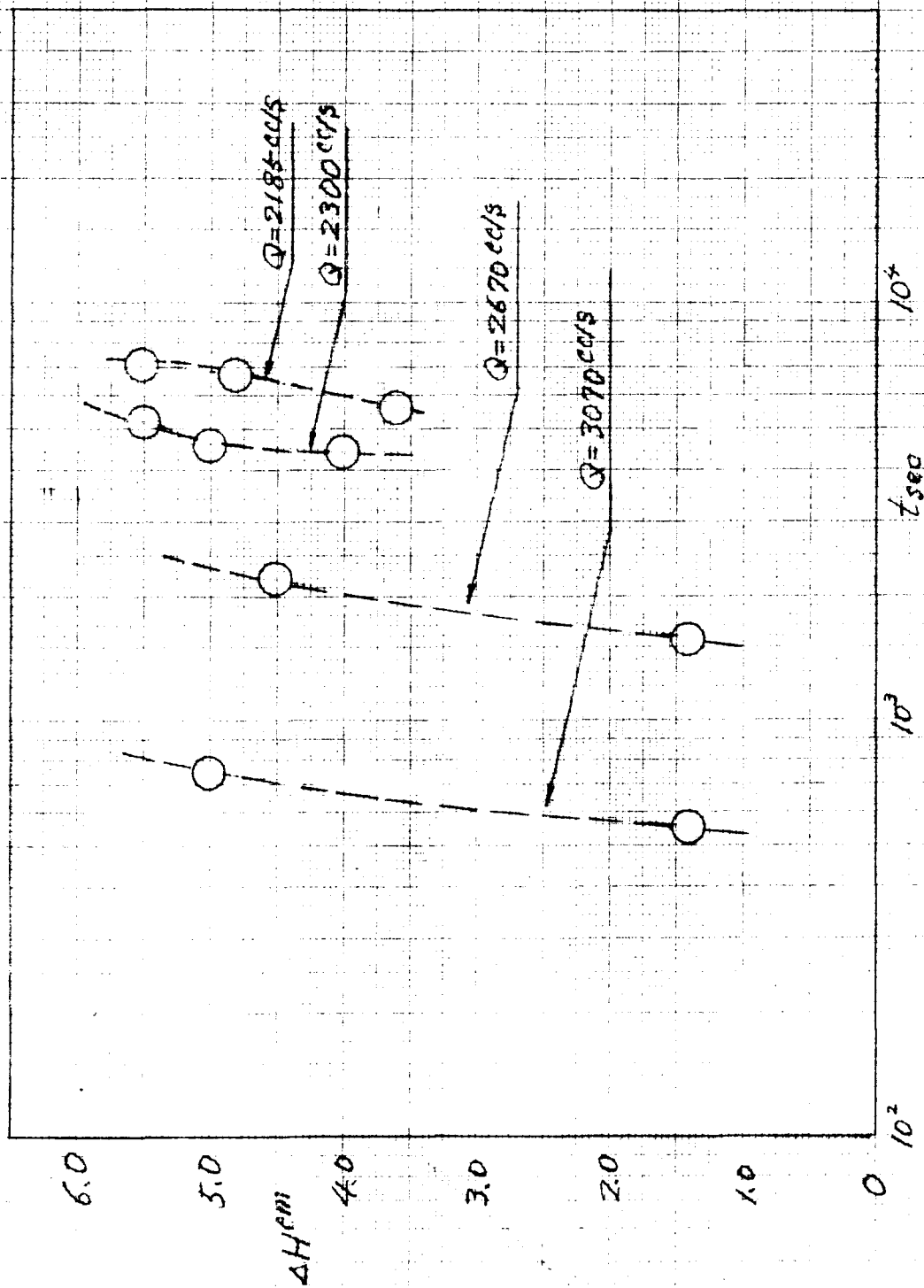


図-(1.3.2.3) 伝播速度の時間の変化
 断面: $20\text{ cm} \times 5\text{ cm}$

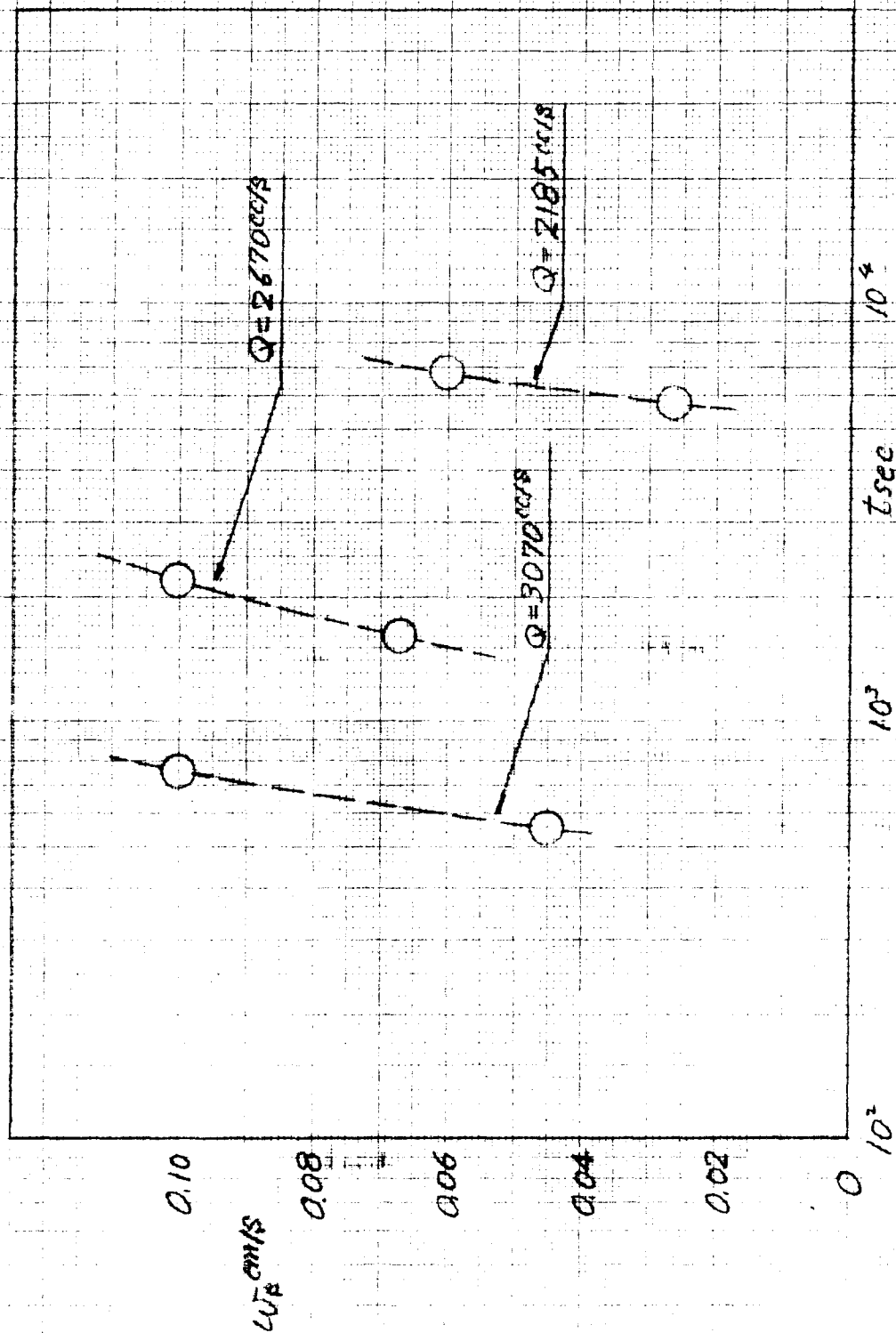
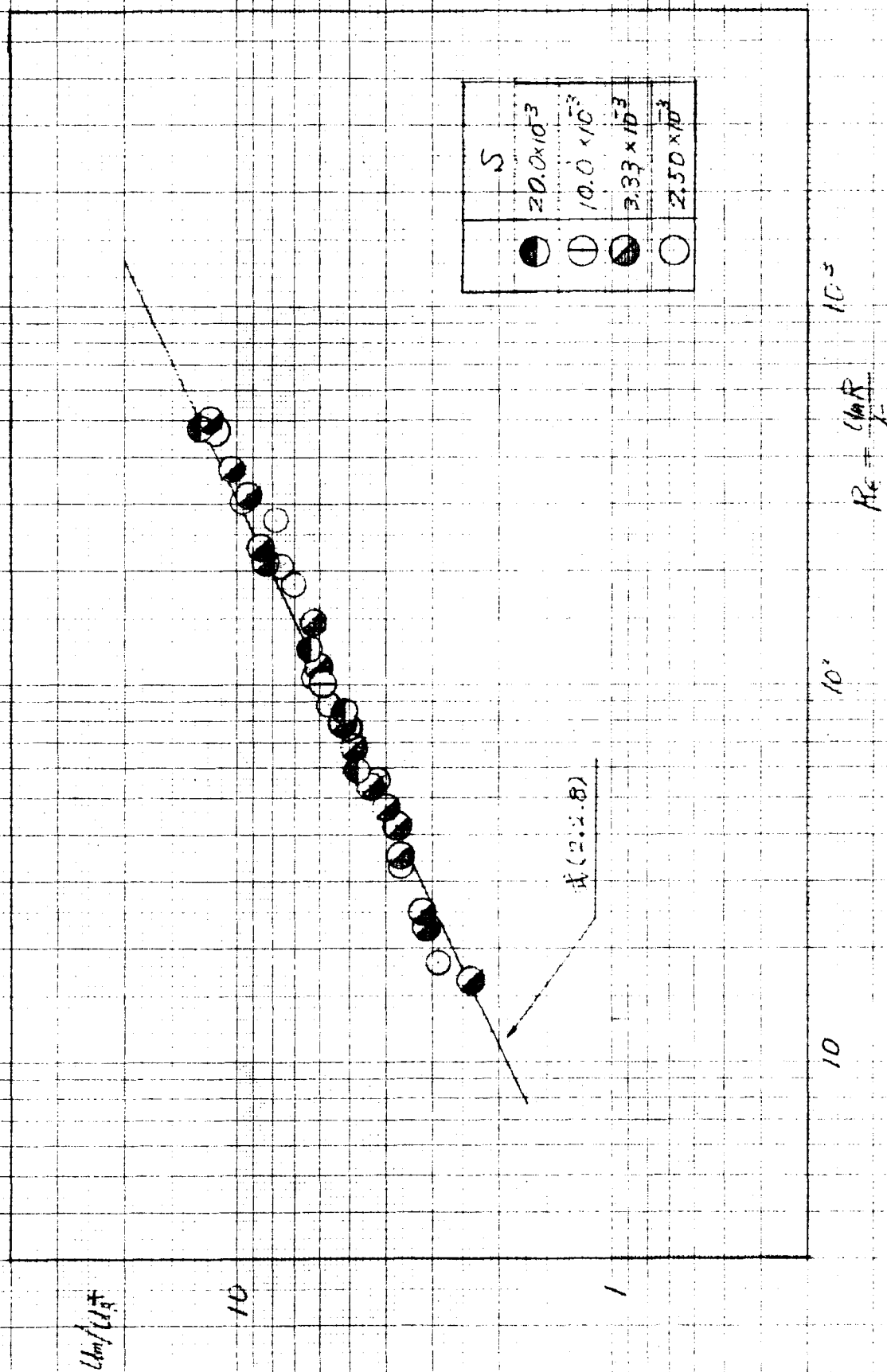
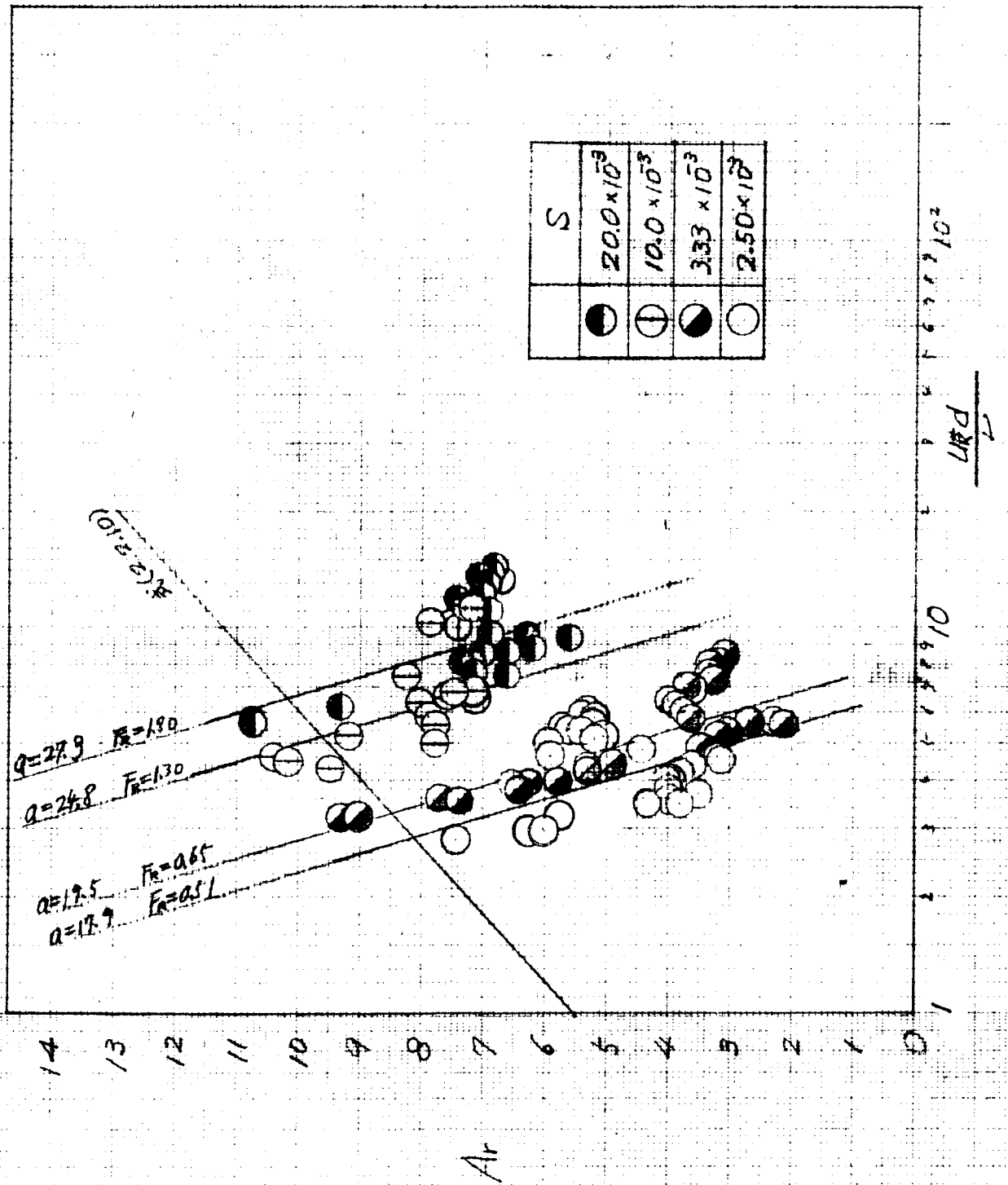


図-(2.2.1) U_m/U_*^* と Re の関係, $Re < 500$



図(2.2.2) A_r と U_{eff}/L の関係, $Re > 500$



図(2.2.3) A_r と \bar{R} の関係

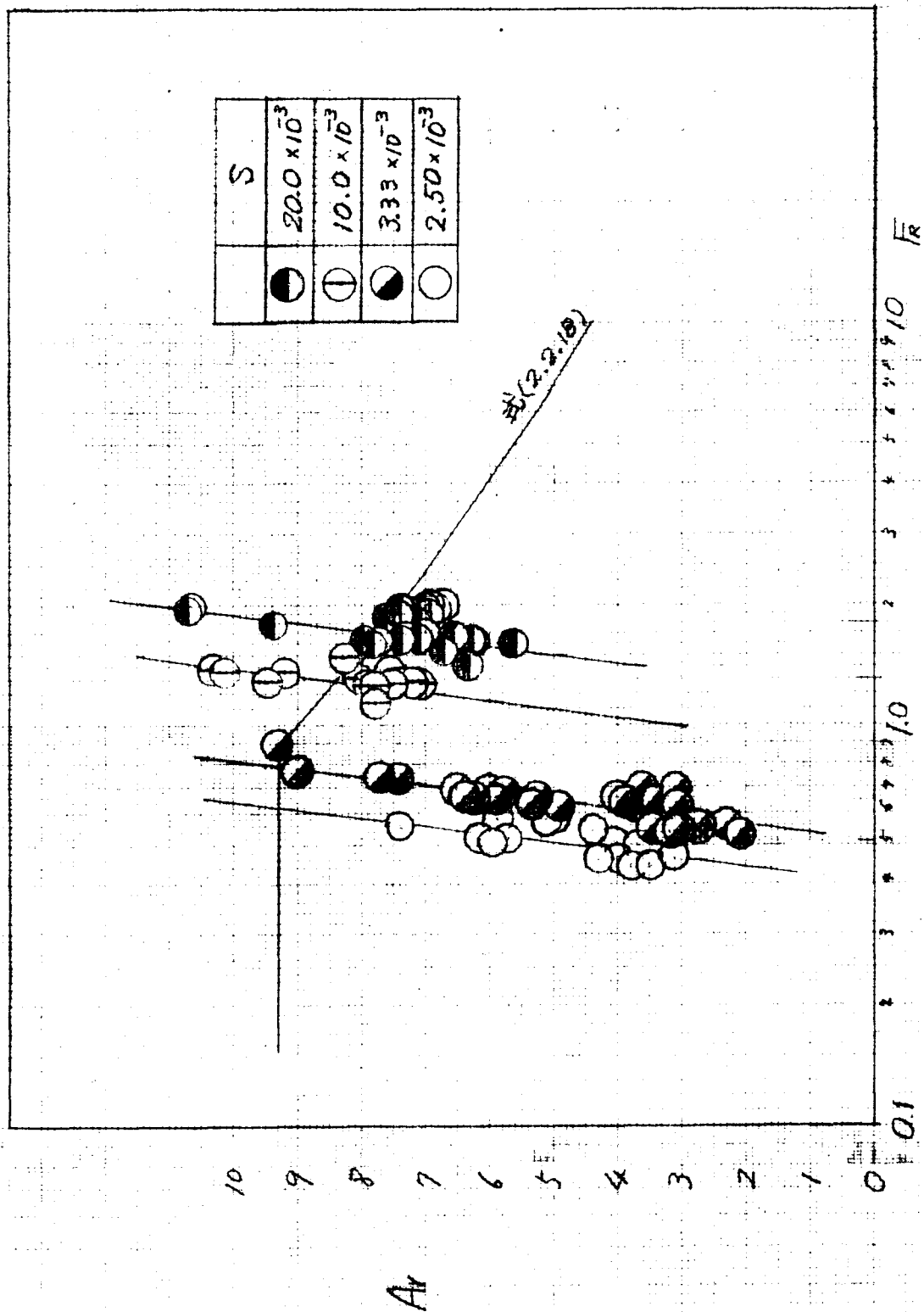


図-(2.2.4) U_m/U_R^* と R/d の関係

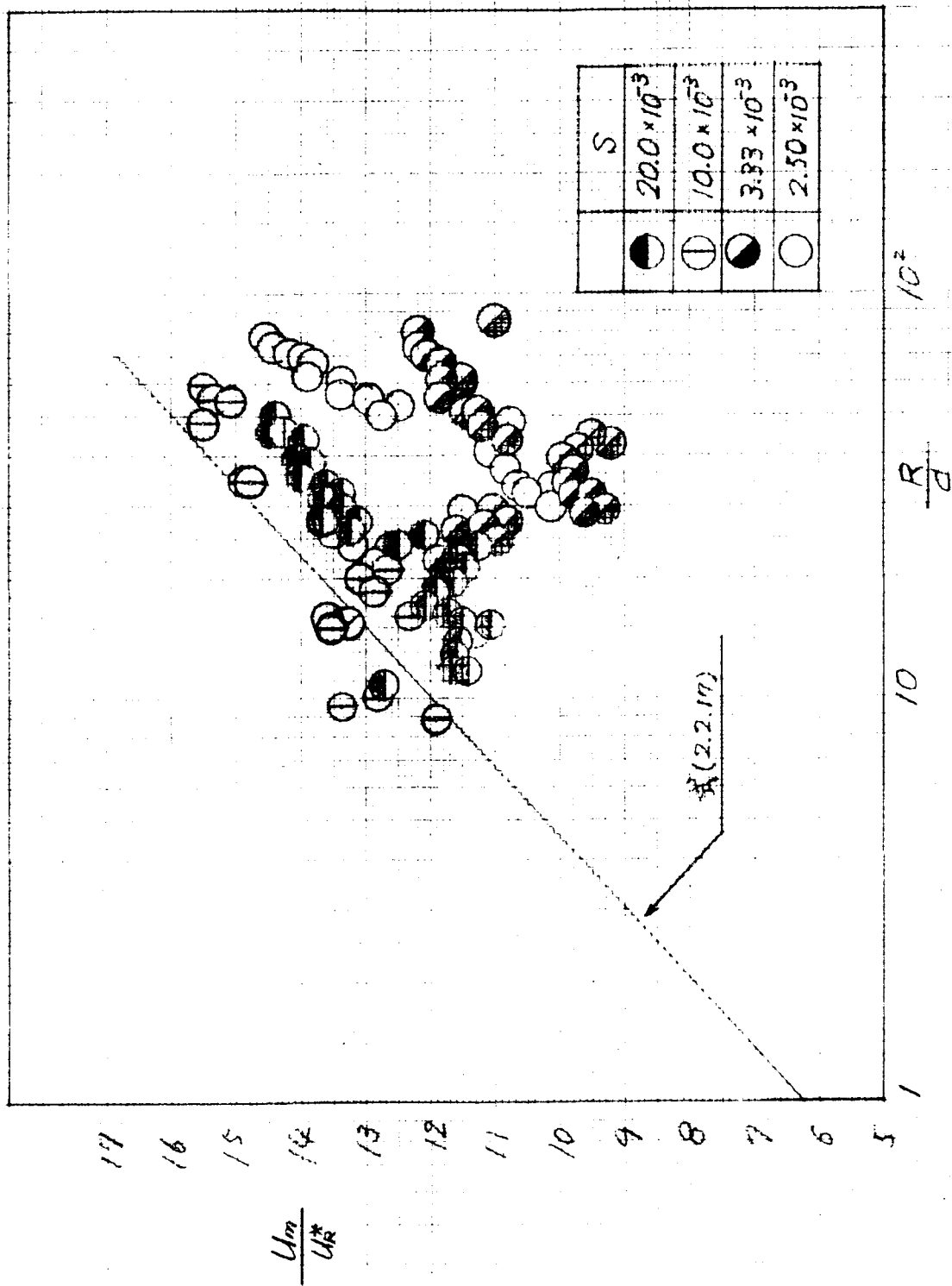
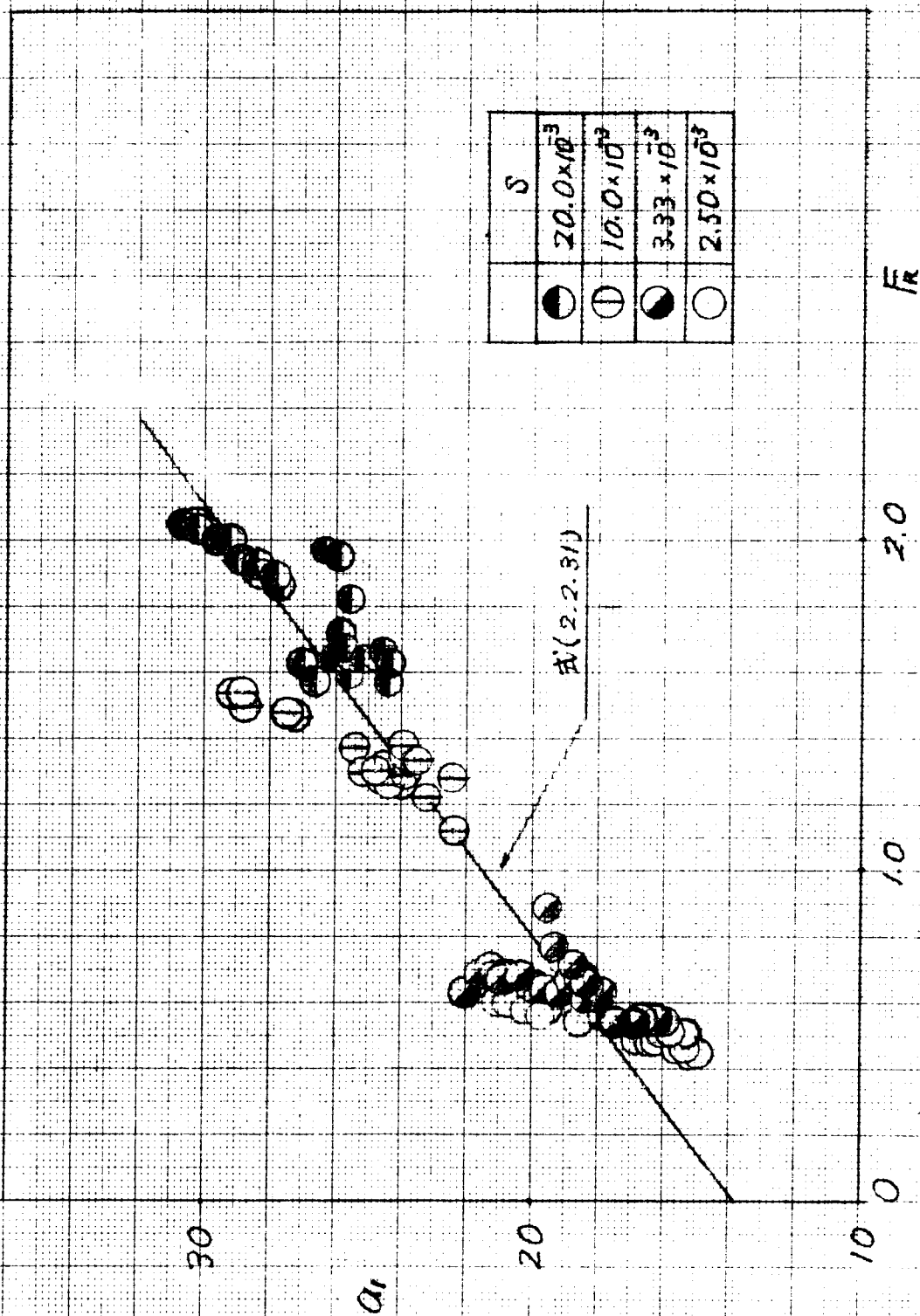
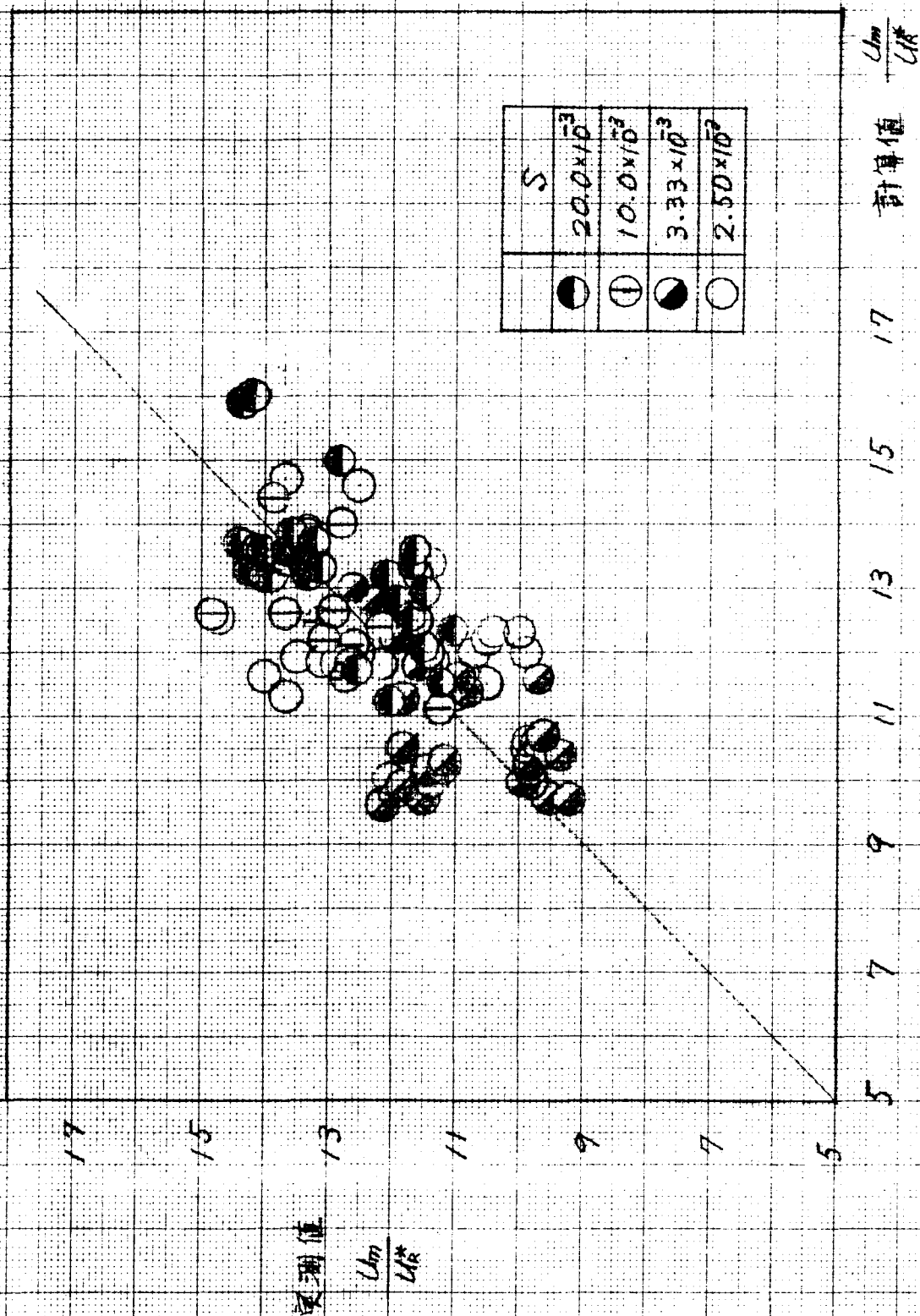


図-(2.2.5) a_1 と \bar{R} の関係



図(2.2.6) 実測値 U_m/U_R^* と計算値 U_m/U_R^* の関係



図(2.2.7) U_m/U_∞ と R/d との関係

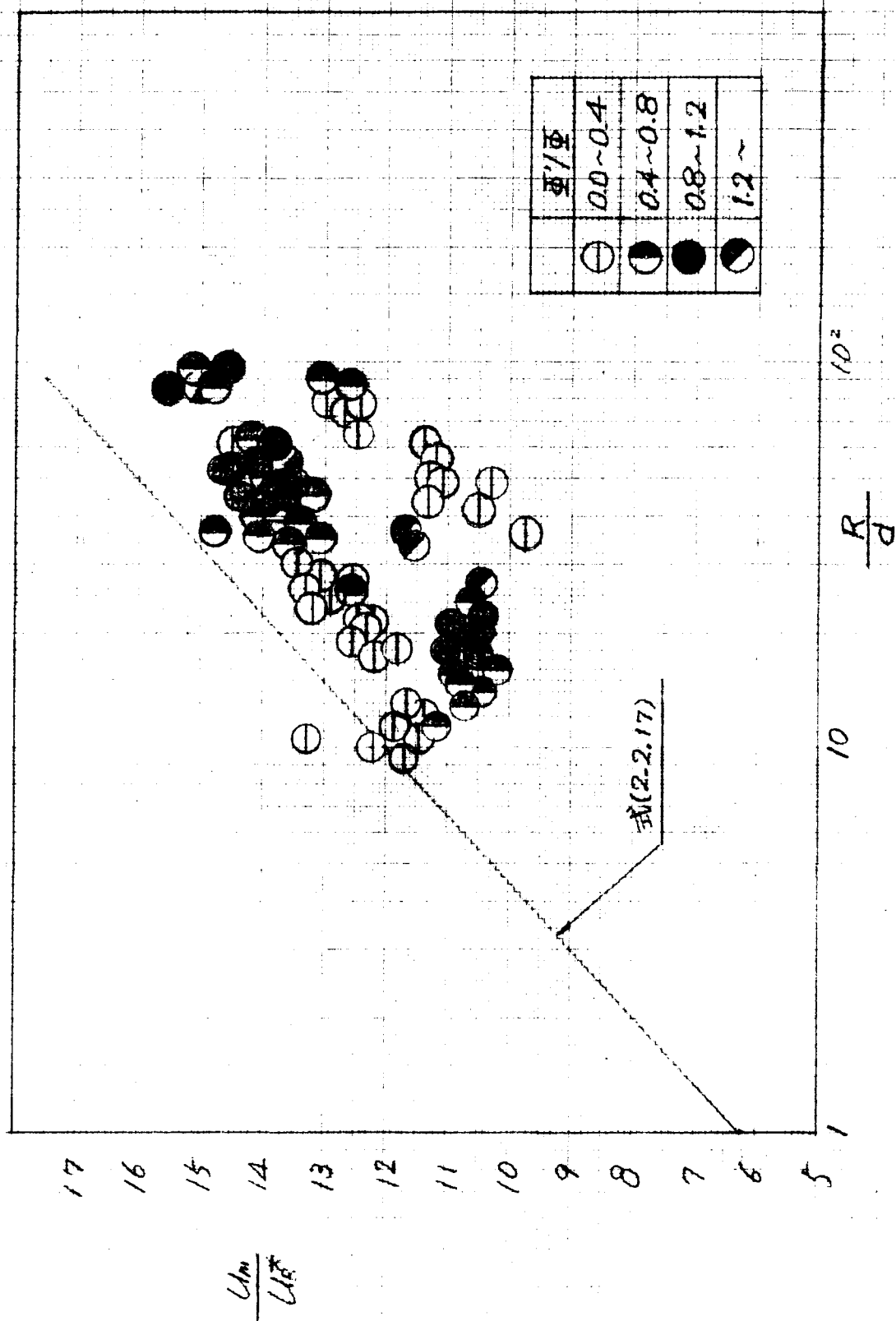


図-(2.2.8) A_r と $U \cdot d/\nu$ との関係

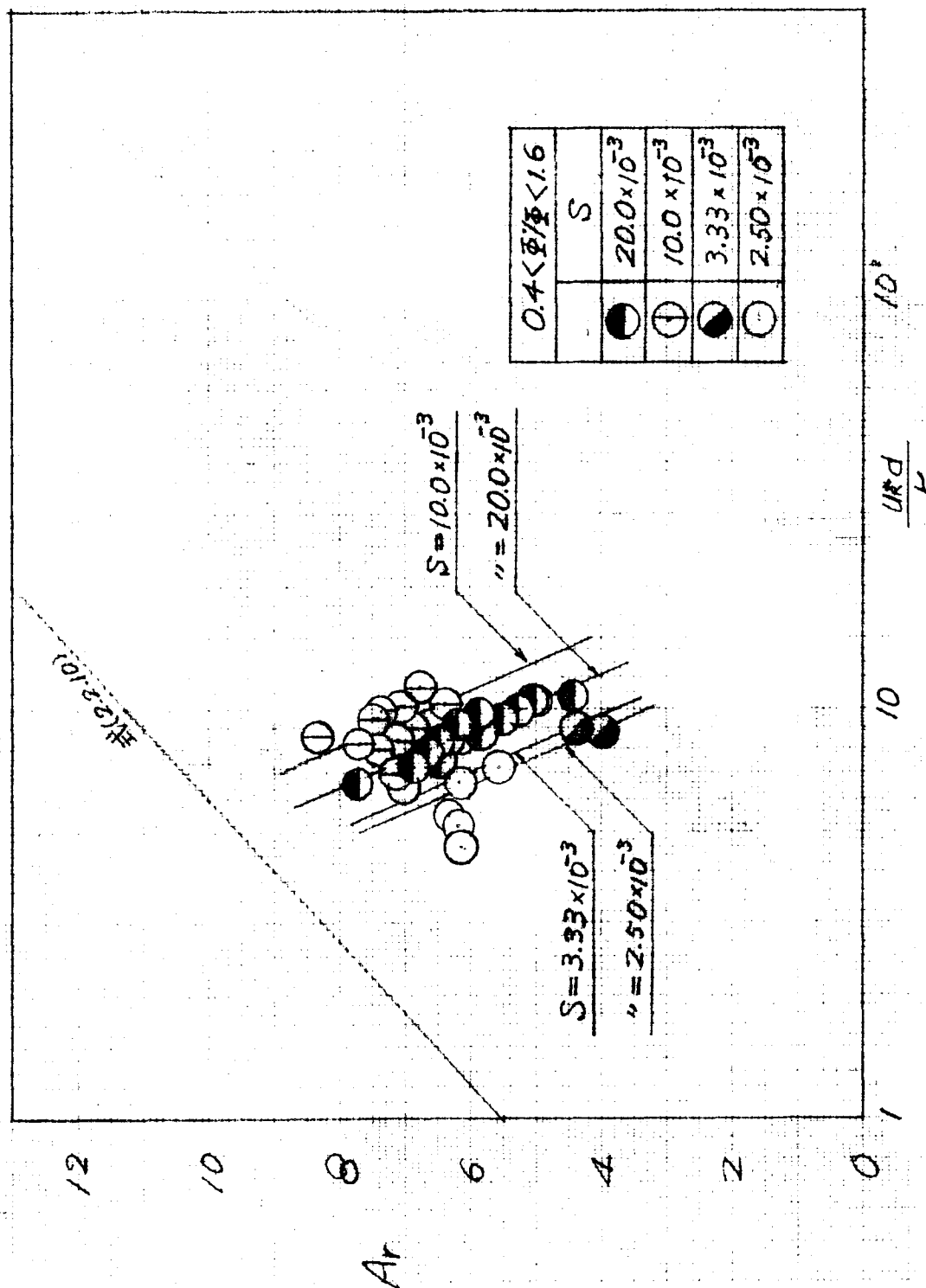
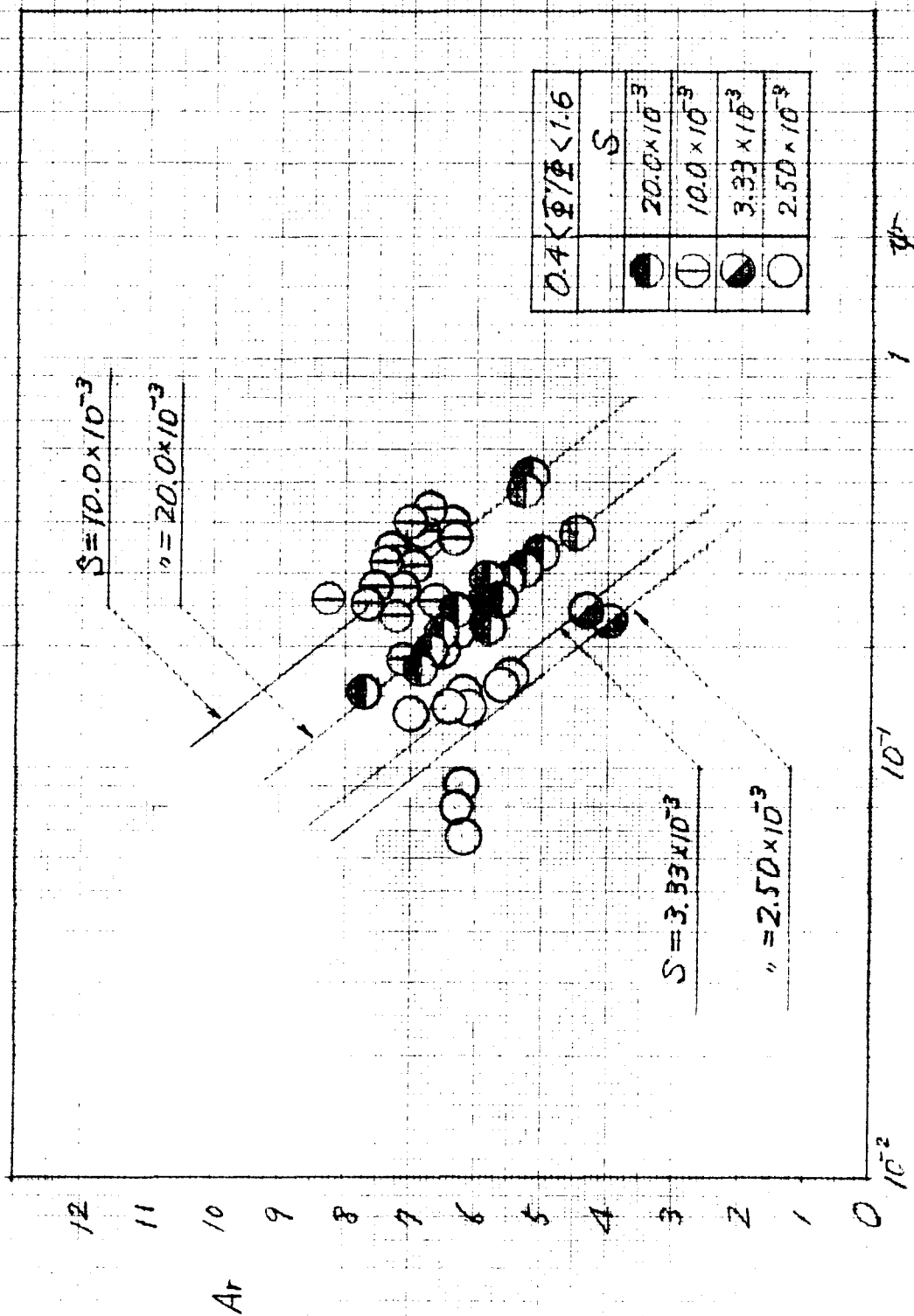
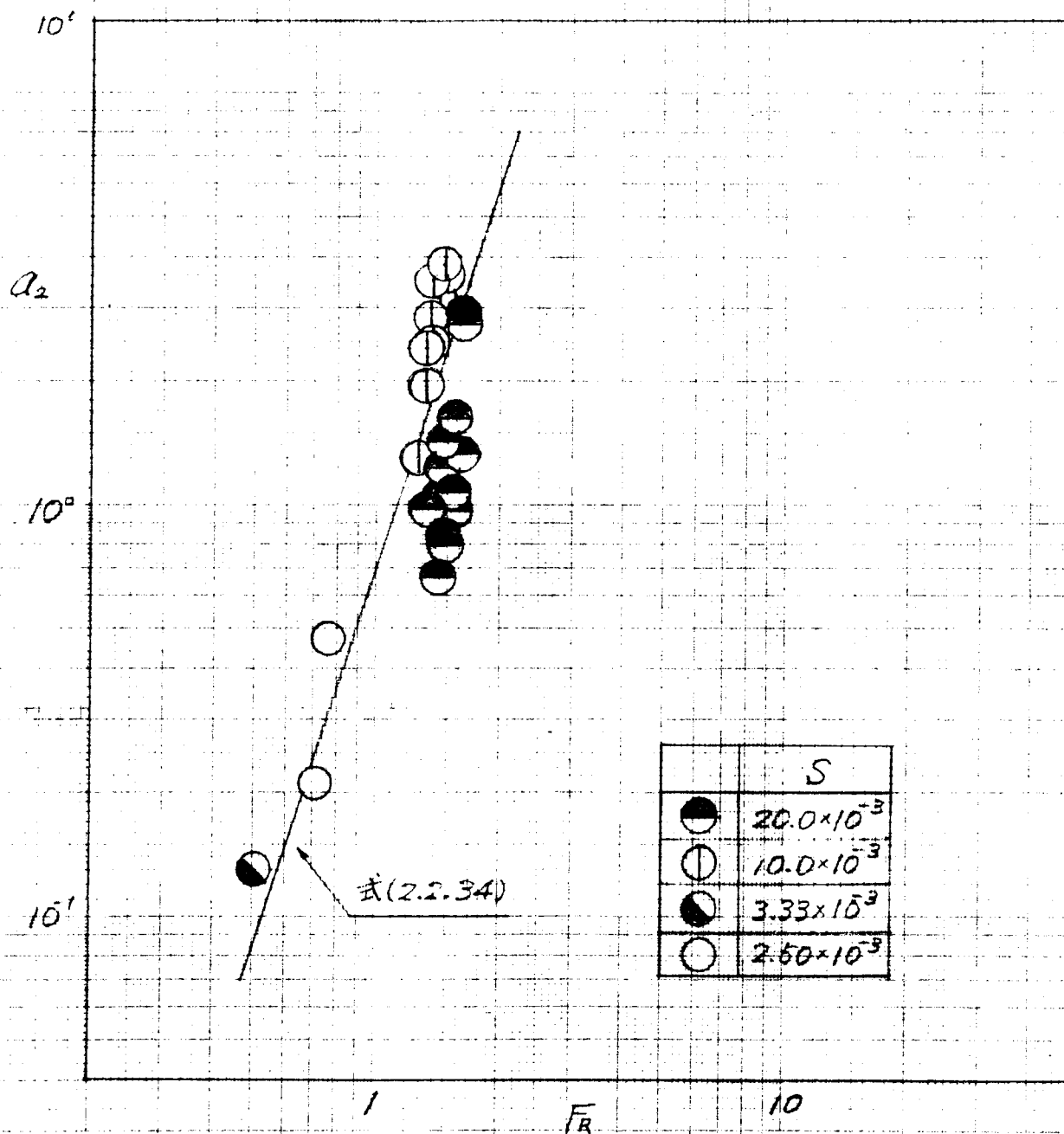


図-(2.2.9) Ar と ψ との関係



図(2.2.10) a_2 と \sqrt{R} の関係



図(2.2.11) 実測値 U_m/U_R と計算値 U_m/U_R

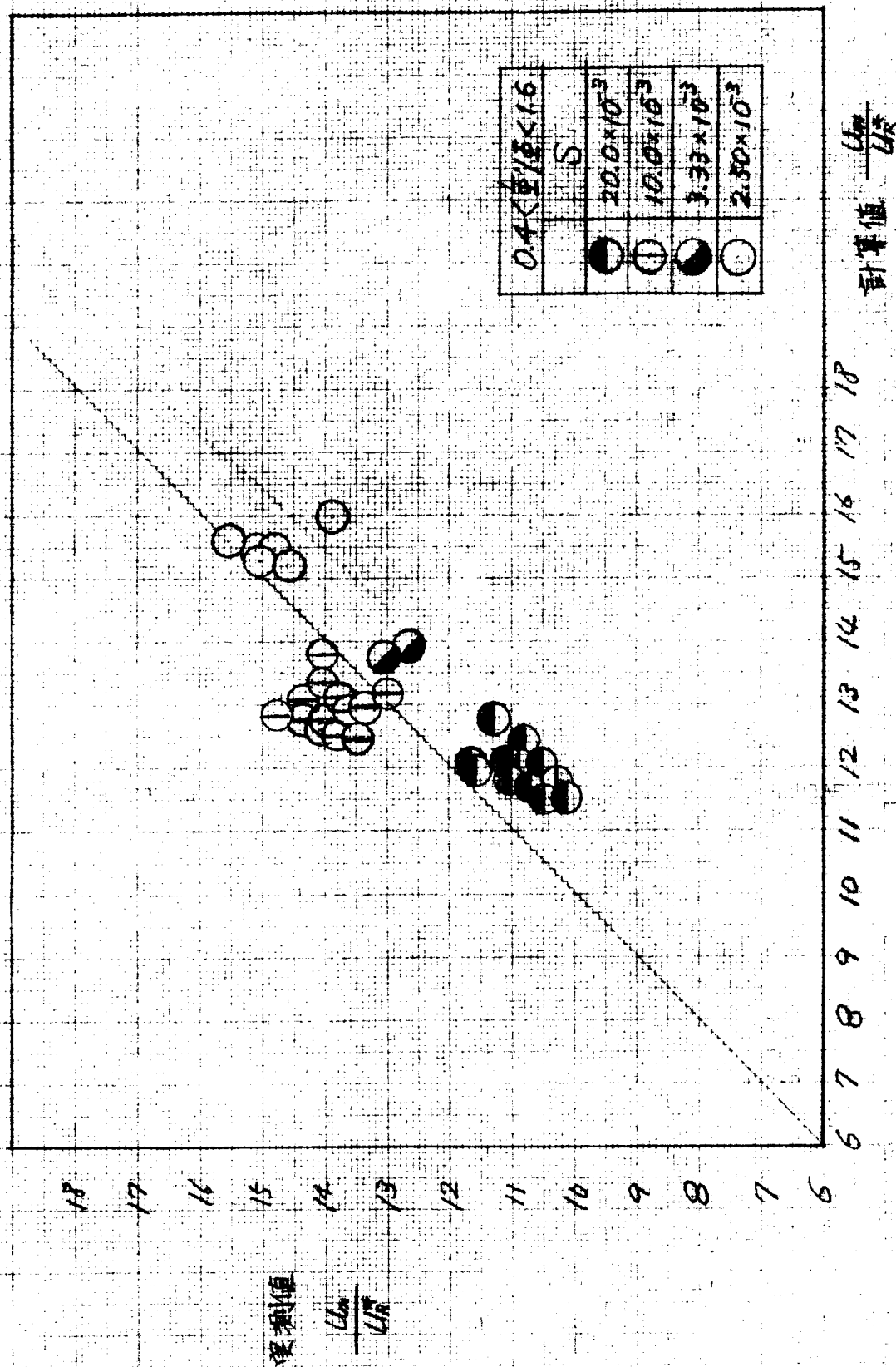


図-(2.2.12) U_m/U_*^2 と $U_*^2 R/\nu$ との関係
 断面 $D=7.5\text{ cm}$, $B=20\text{ cm}$

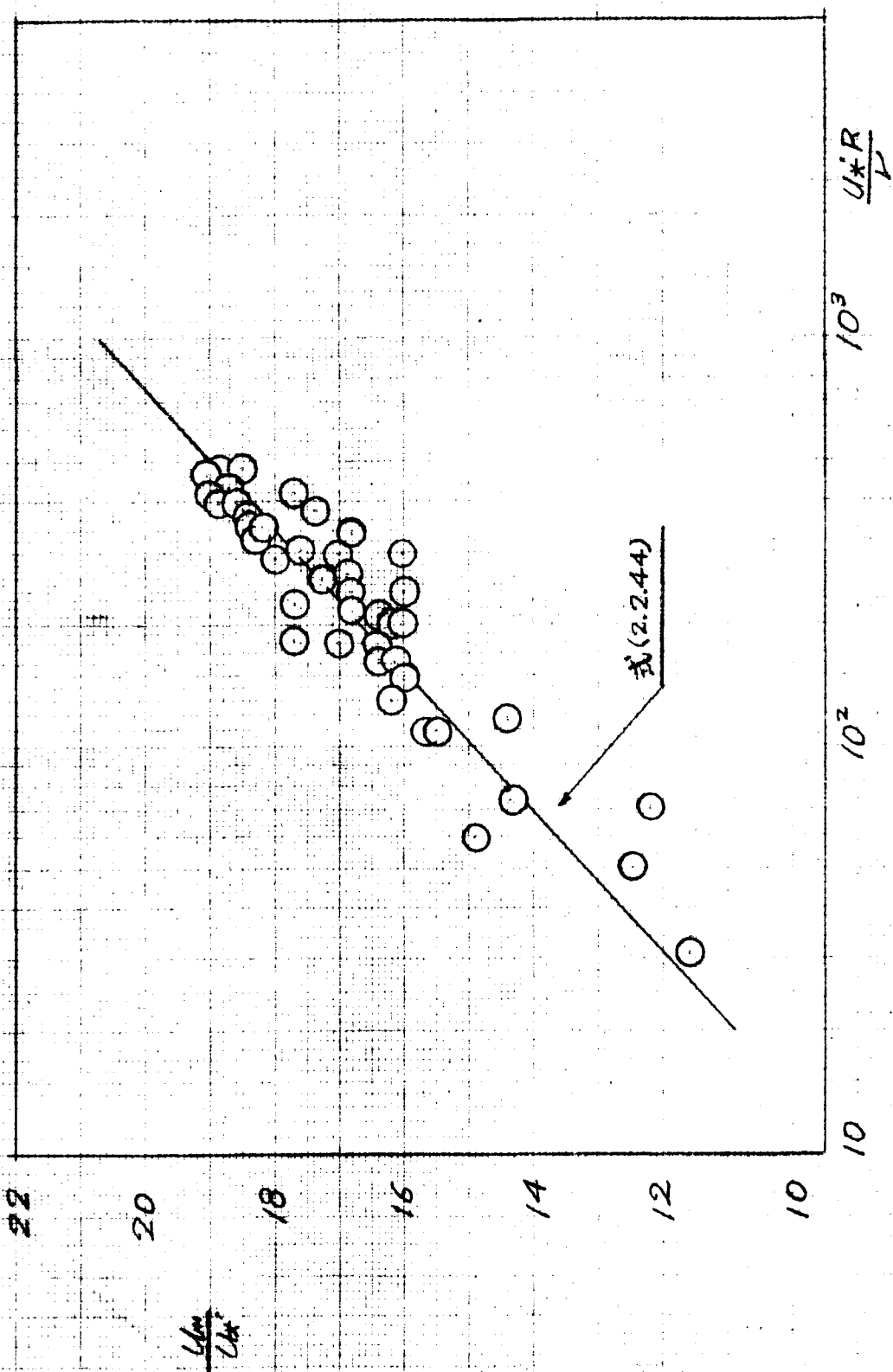
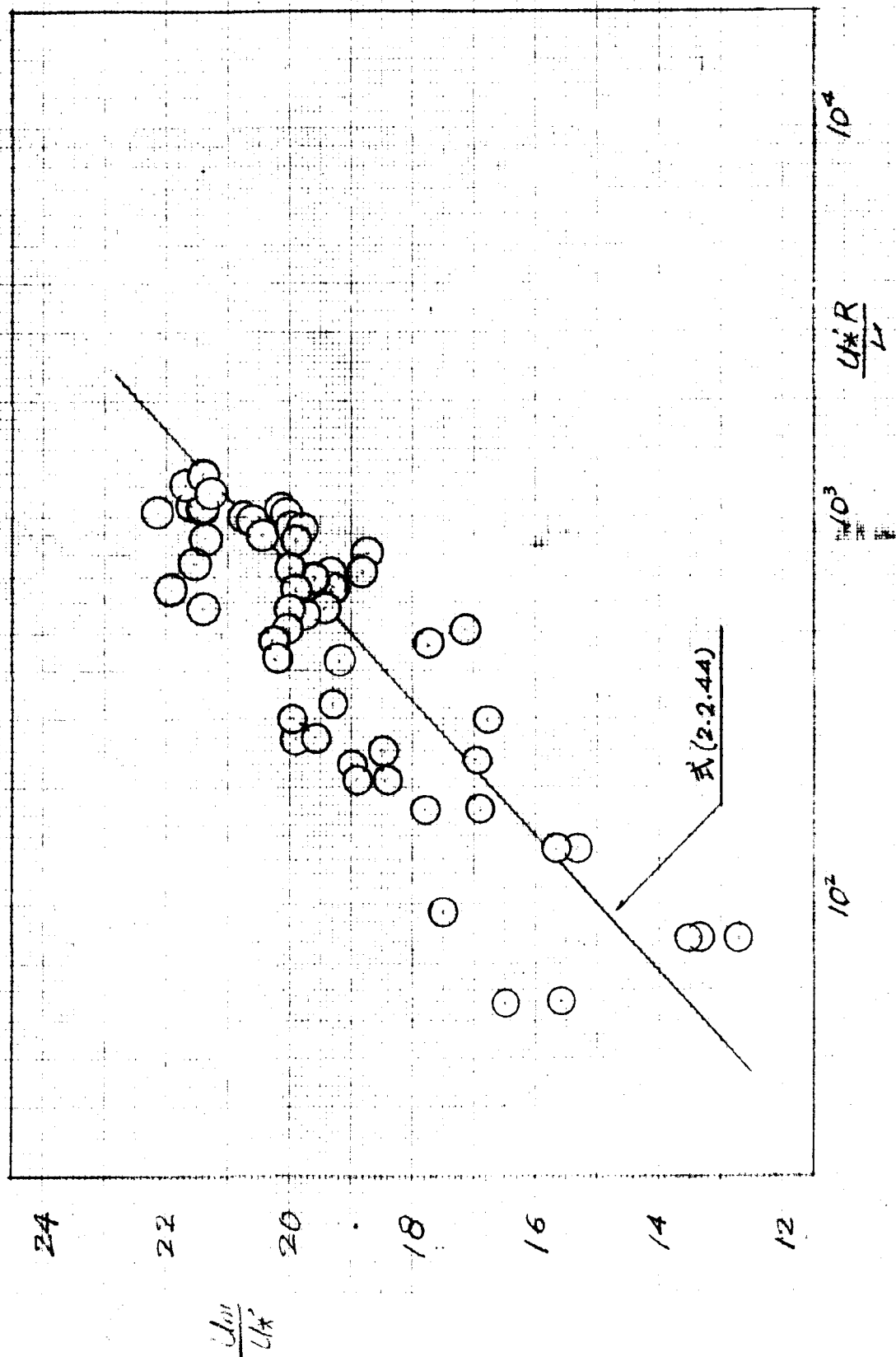
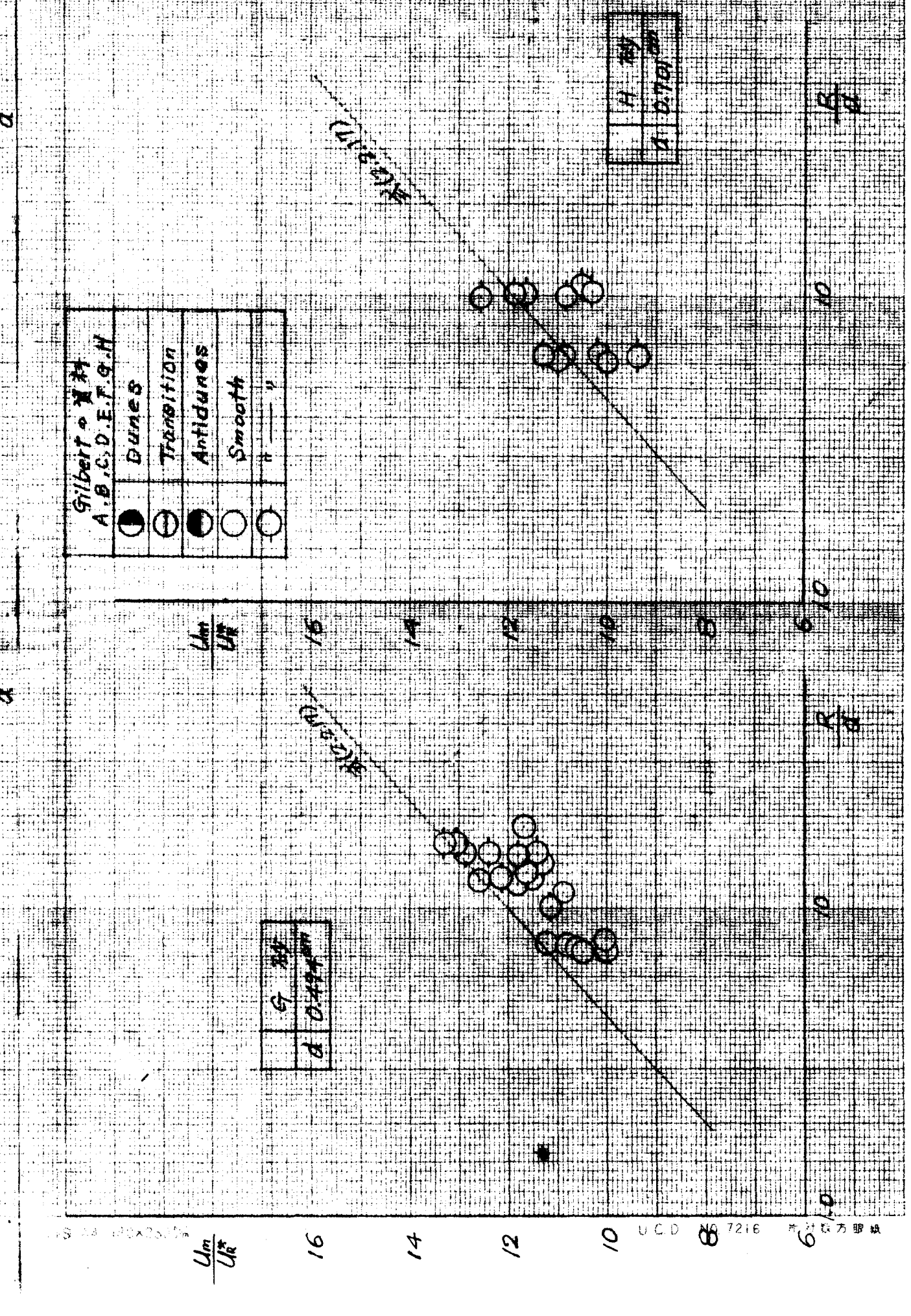
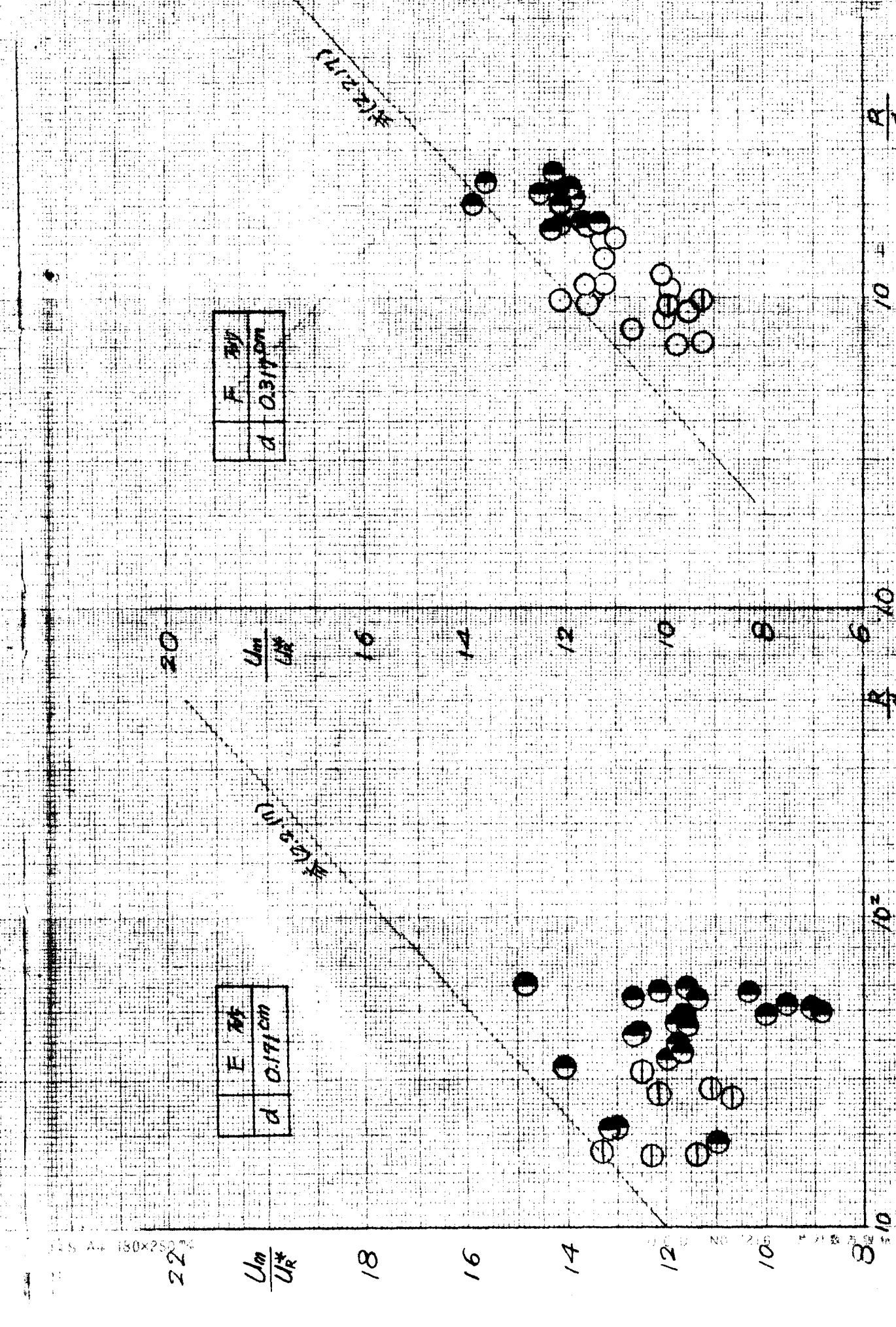
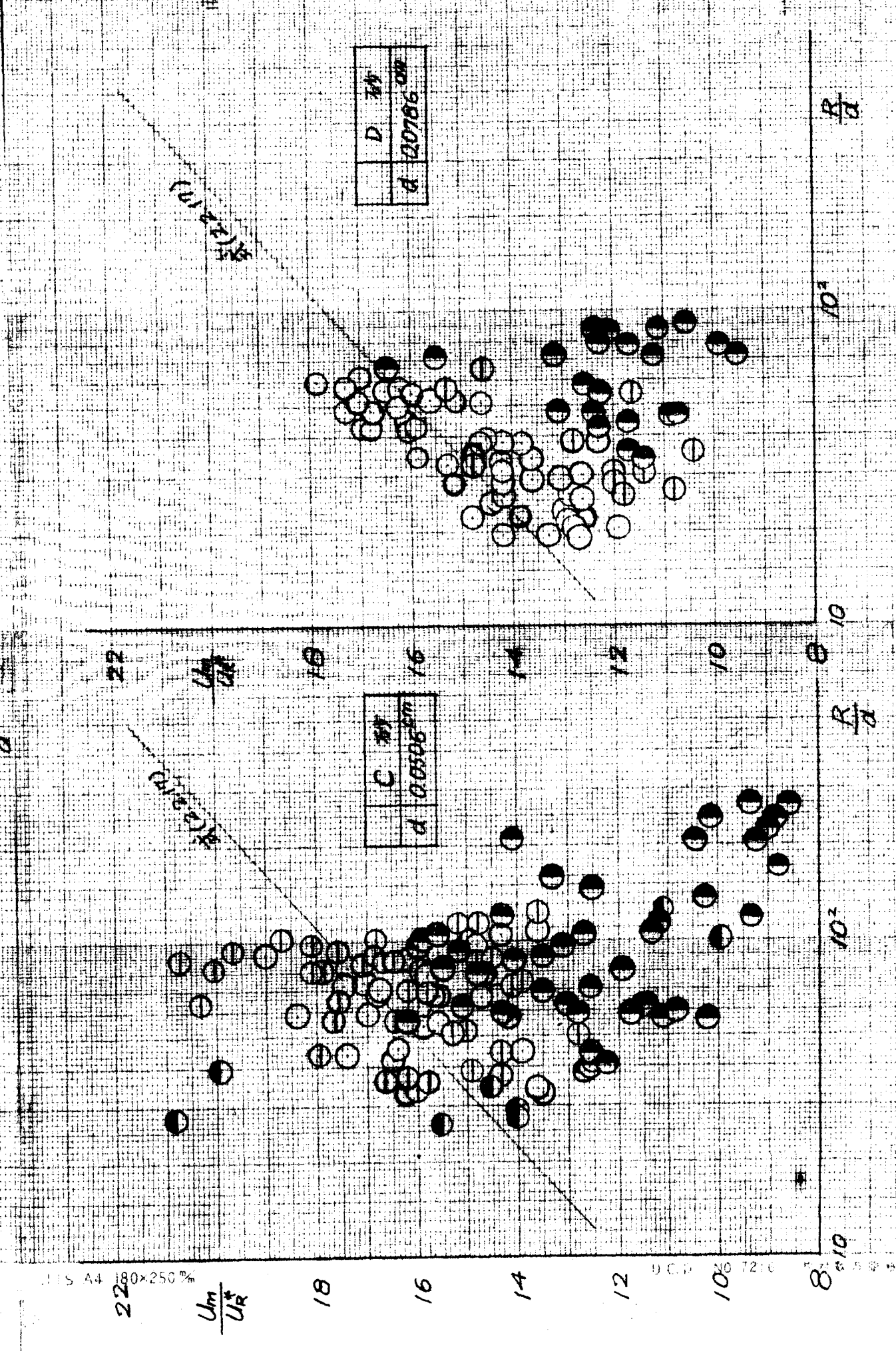
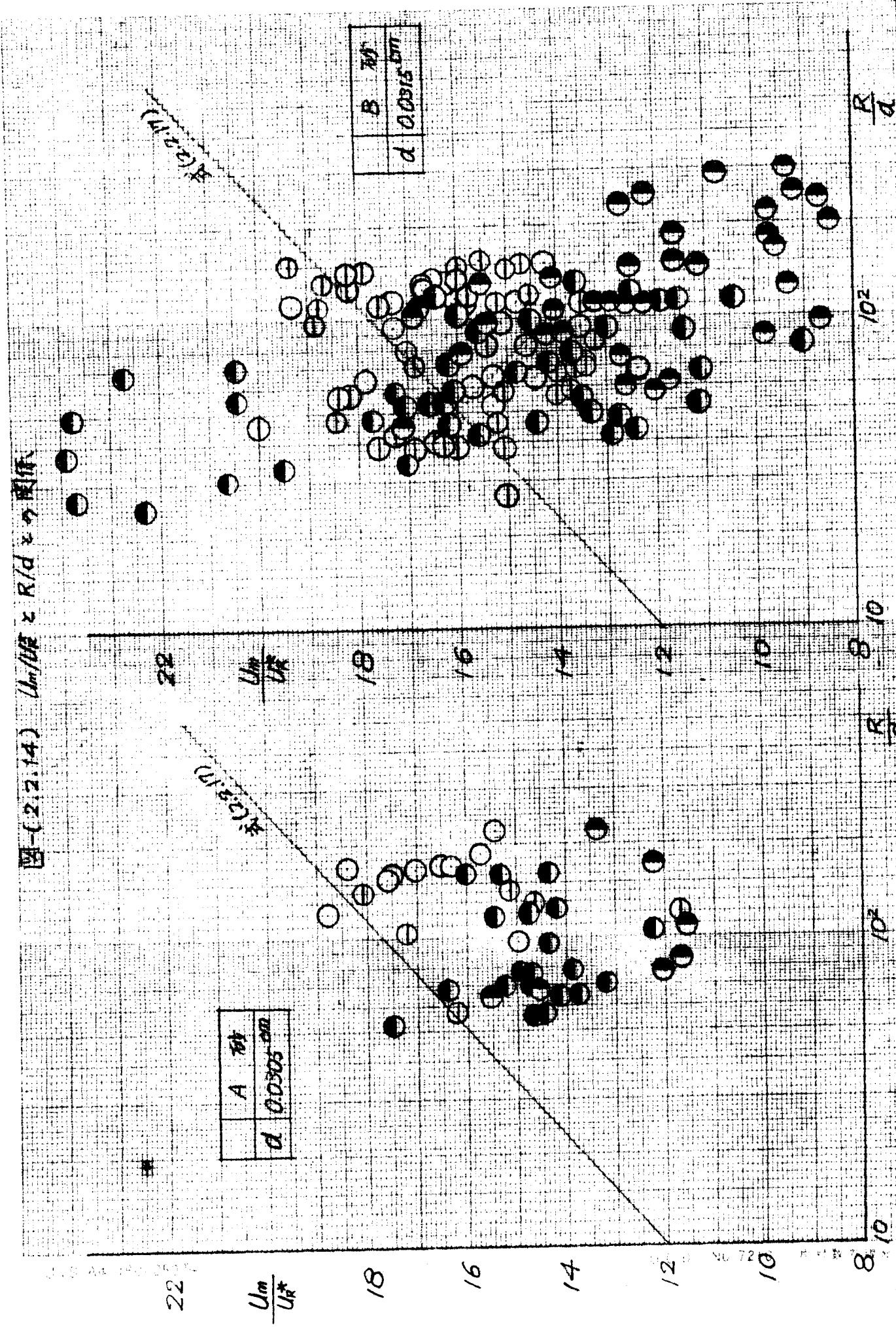


図-(2.2.13) U_m/U_*' と $U_*'R/L$ との関係
 断面, $D=10\text{cm}$, $B=20\text{cm}$



图(2.2.14) $U_m/U_R \sim R/d$ 关系图



Gilbert & H
A.B.C.D.E.F.G.H
Dunes
Transition
Antidunes
Smooth
+ -

図-(2.2.15) Ar と U^2d/μ の関係

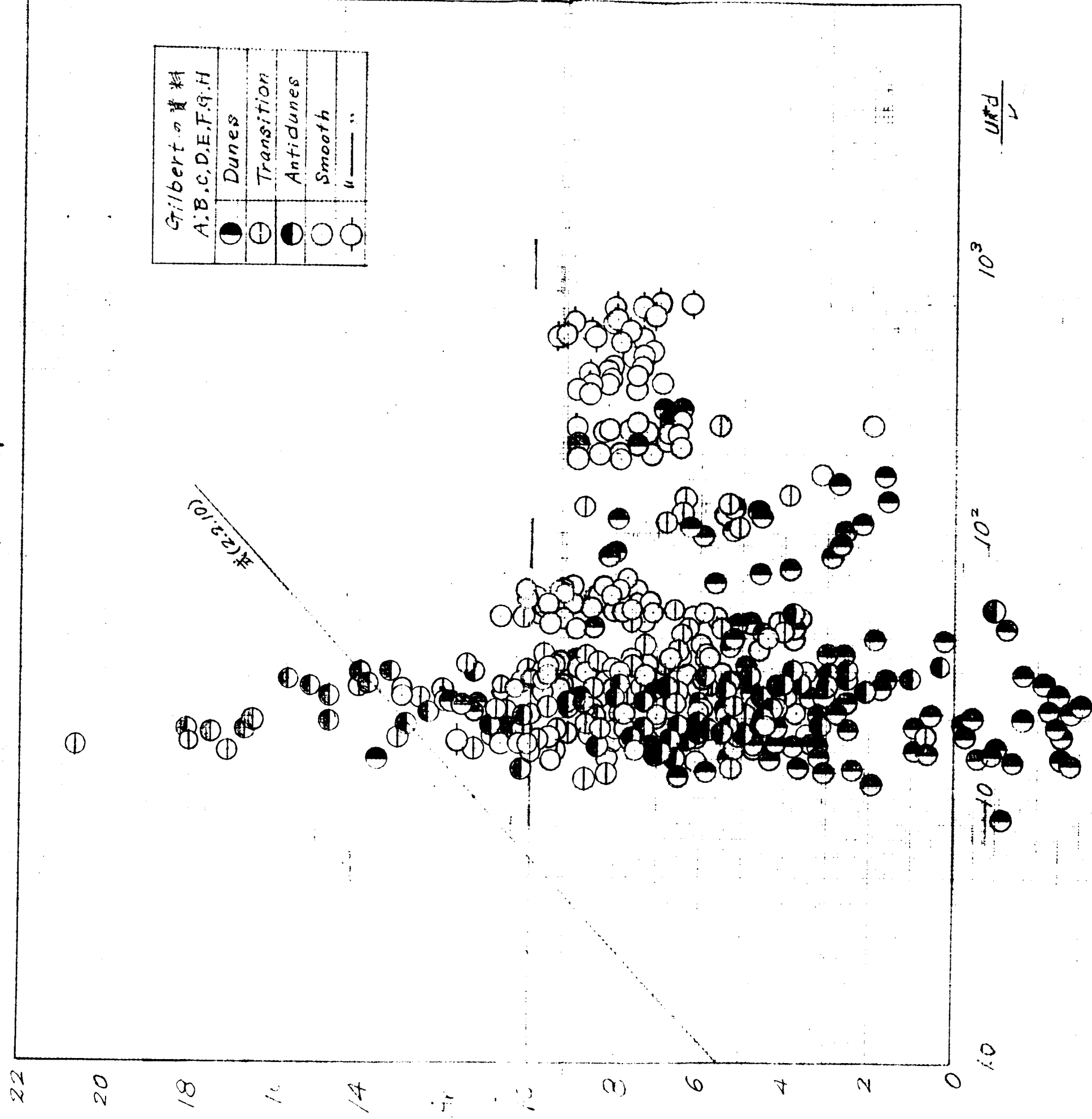


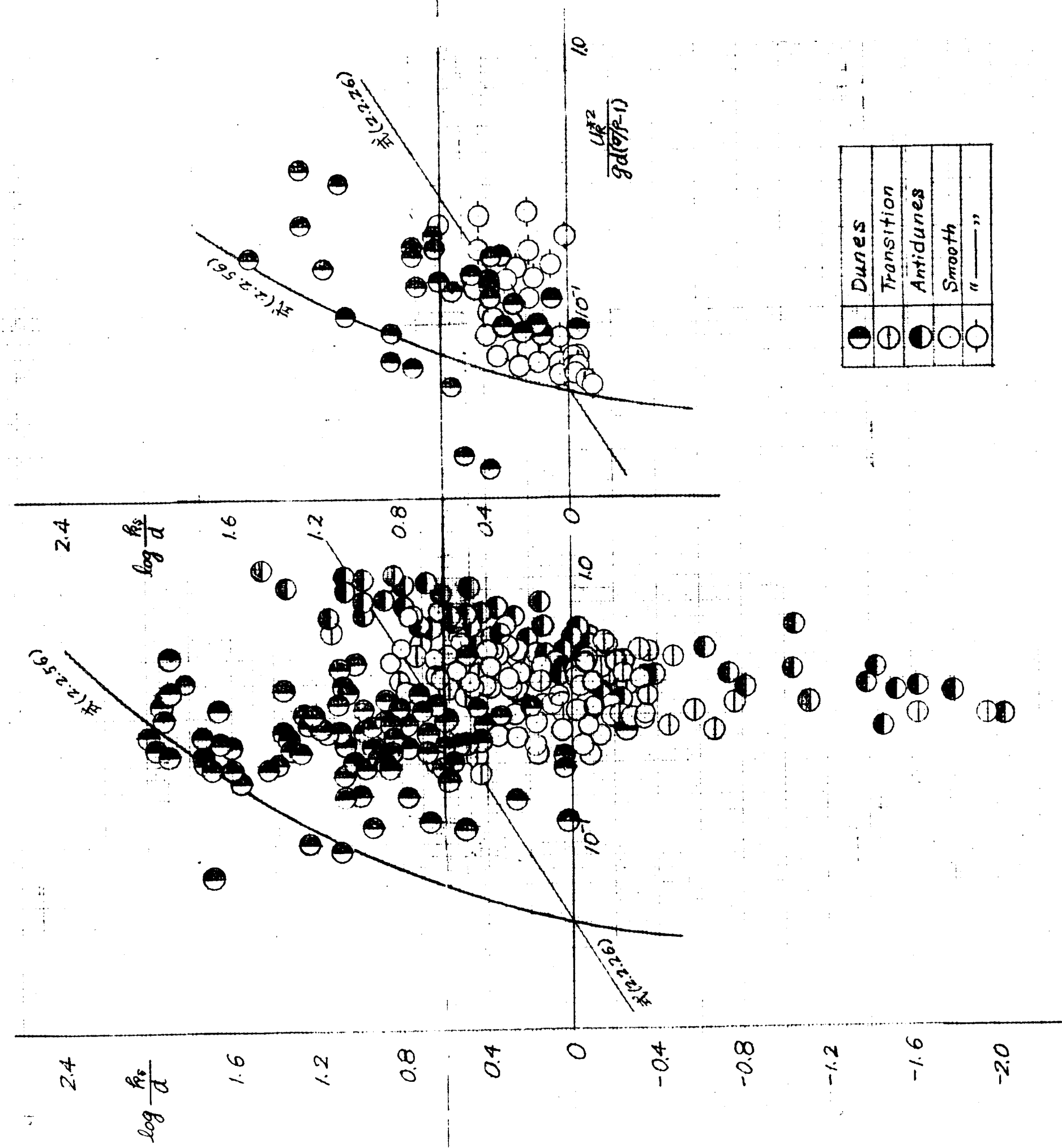
図-(2.2.16) $\log k_s/d$ と $U_*^2/gd(\sigma/\rho-1)$ との関係

(a)

Gilbertの資料
A, B, C, D

(b)

Gilbertの資料
E, F, G, H



●	Dunes
⊖	Transition
◐	Antidunes
○	Smooth
—	"——"

図(2.2.17) 粒径加積曲線
定装博士の資料

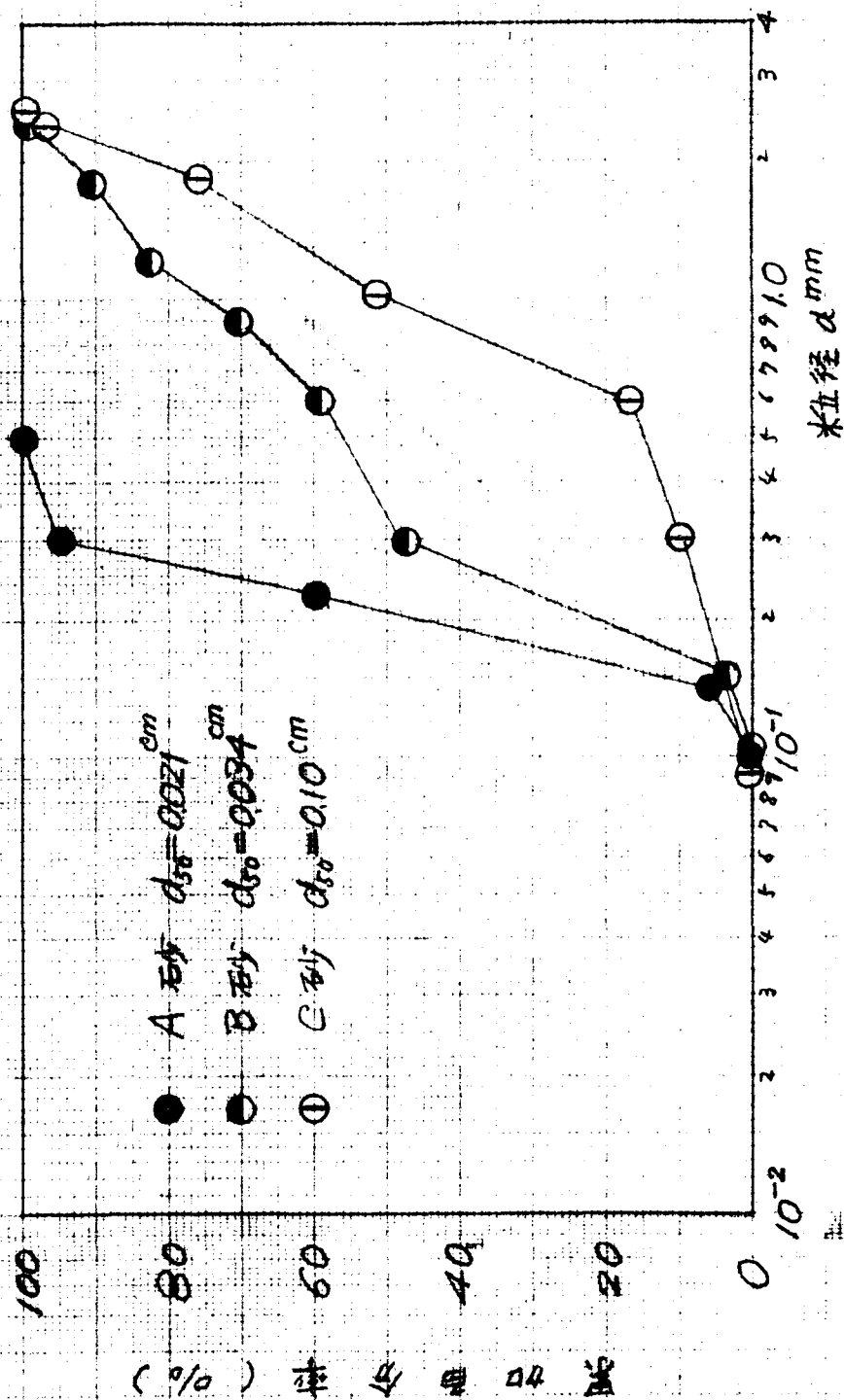


図-(2.2.18) $U_m/U_{*'}^2$ と R/d との関係

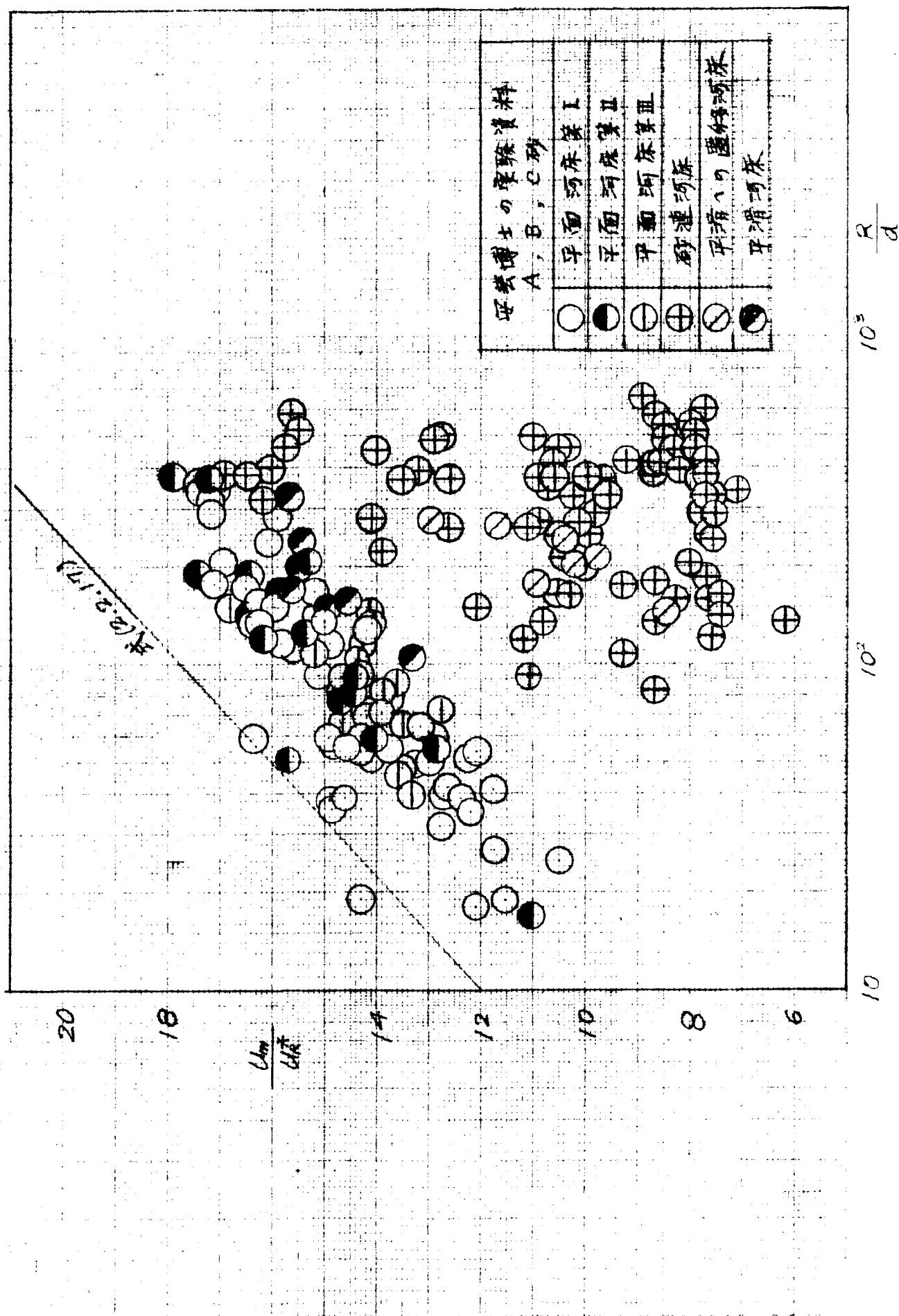


図-(2.2.19) Ar と U^*d/L との関係

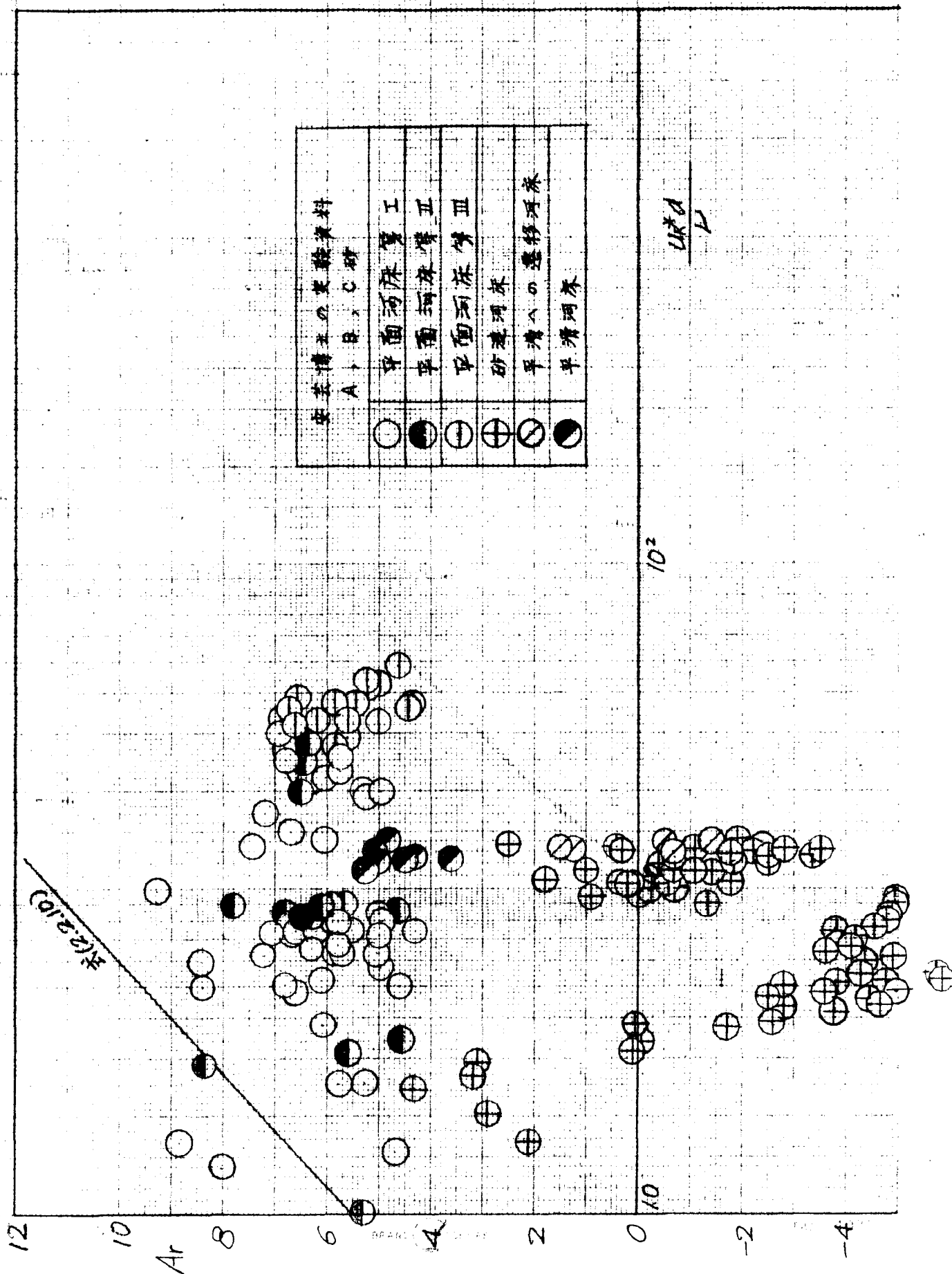


図-(2.2.20) $\log Ks/d$ と ψ の関係

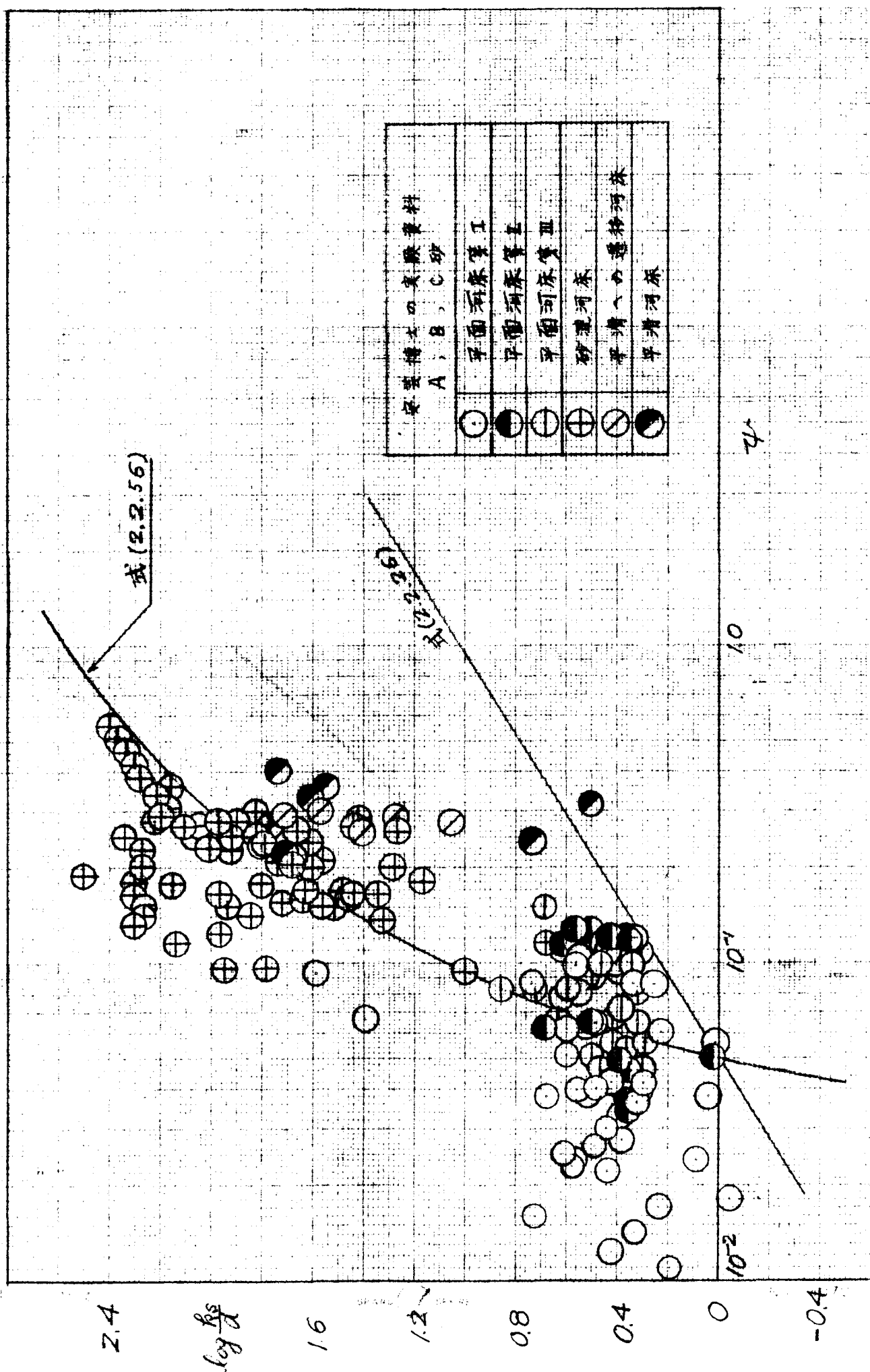


圖-(2.2.21) $U_m/U_R \sim R/d$ の関係

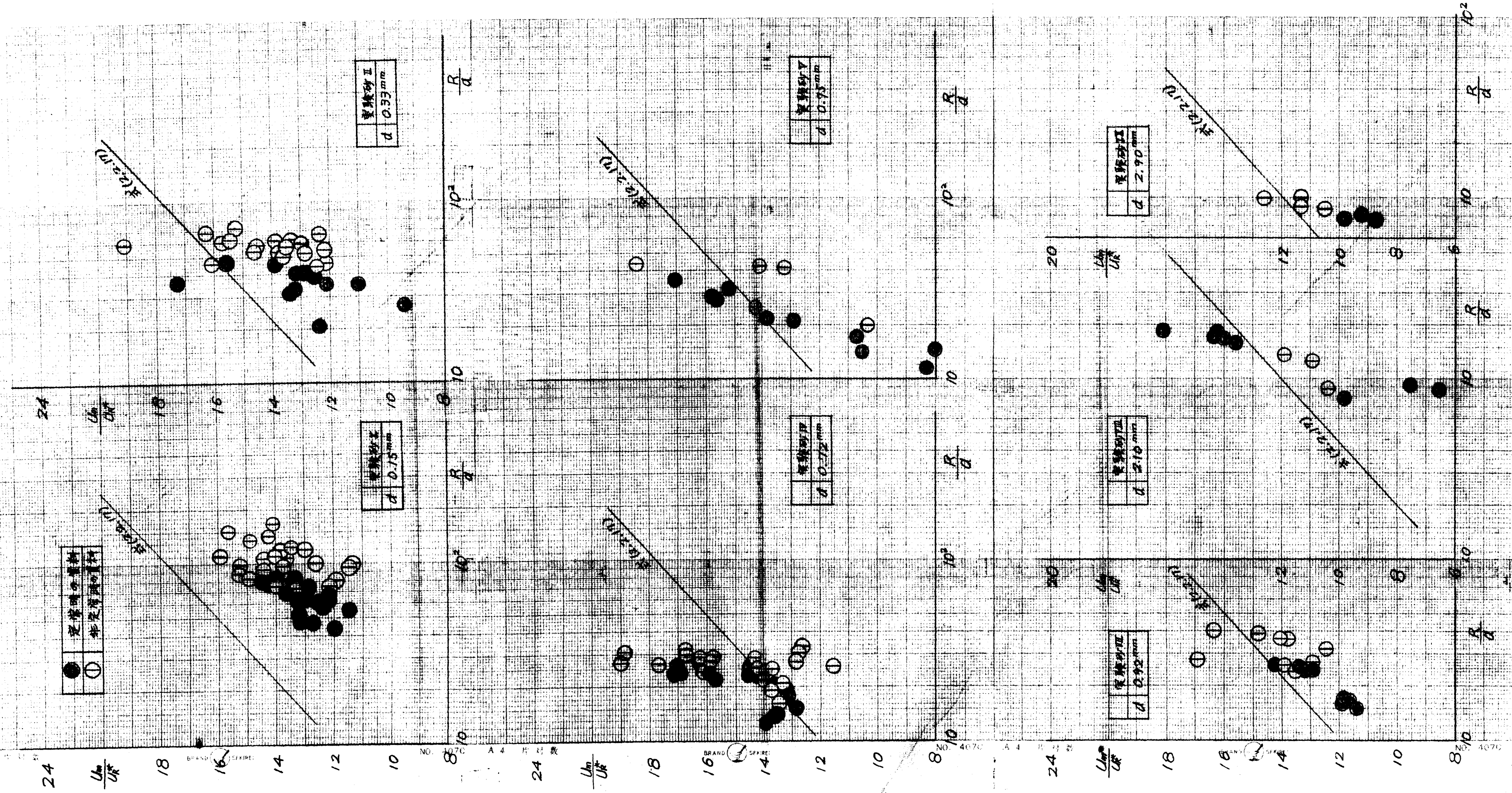


図-(2.2.22) Ar と U_{*d}^2/d との関係

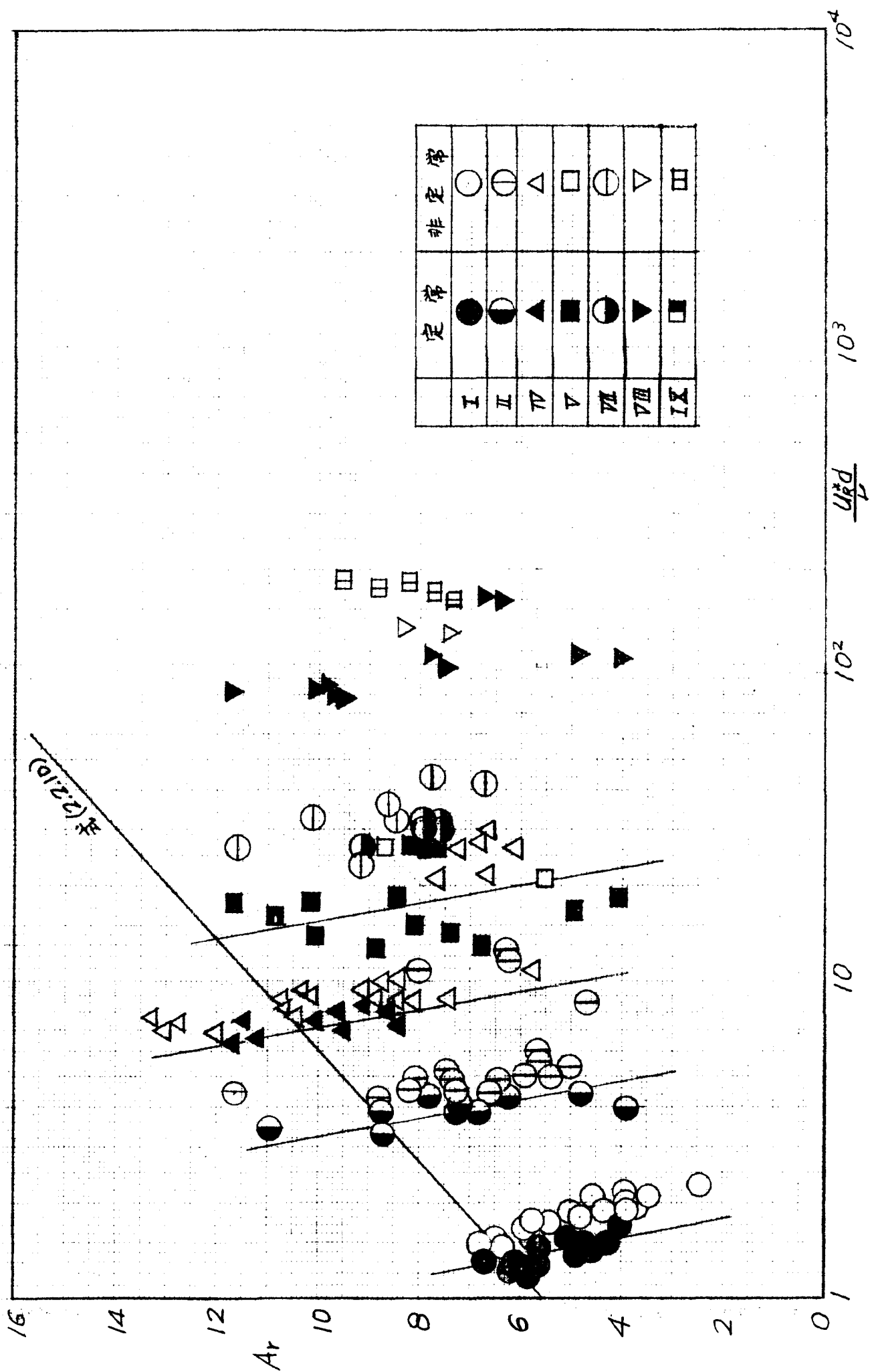


図-(2.2.23) A_r と Urd/μ の関係

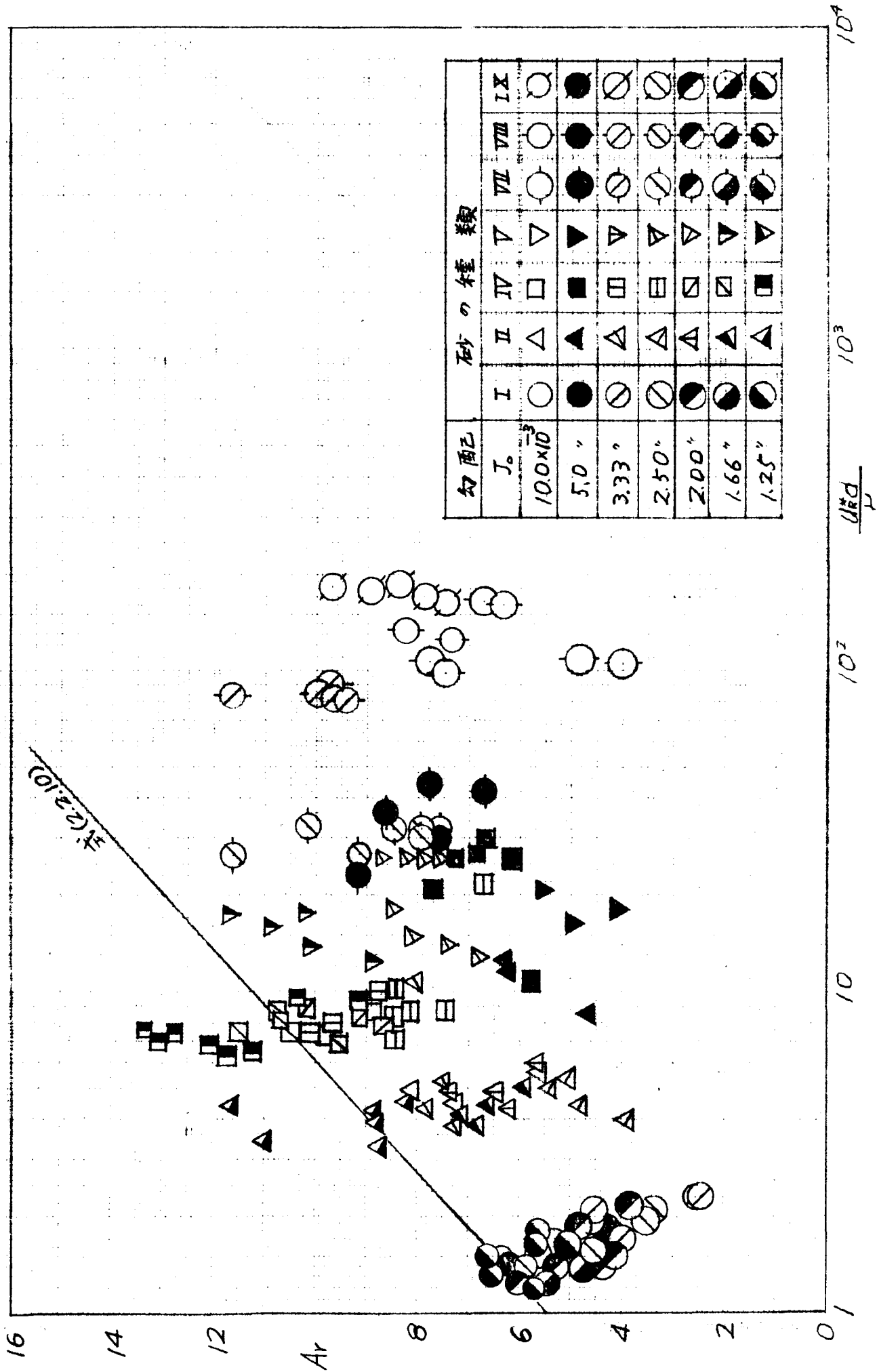
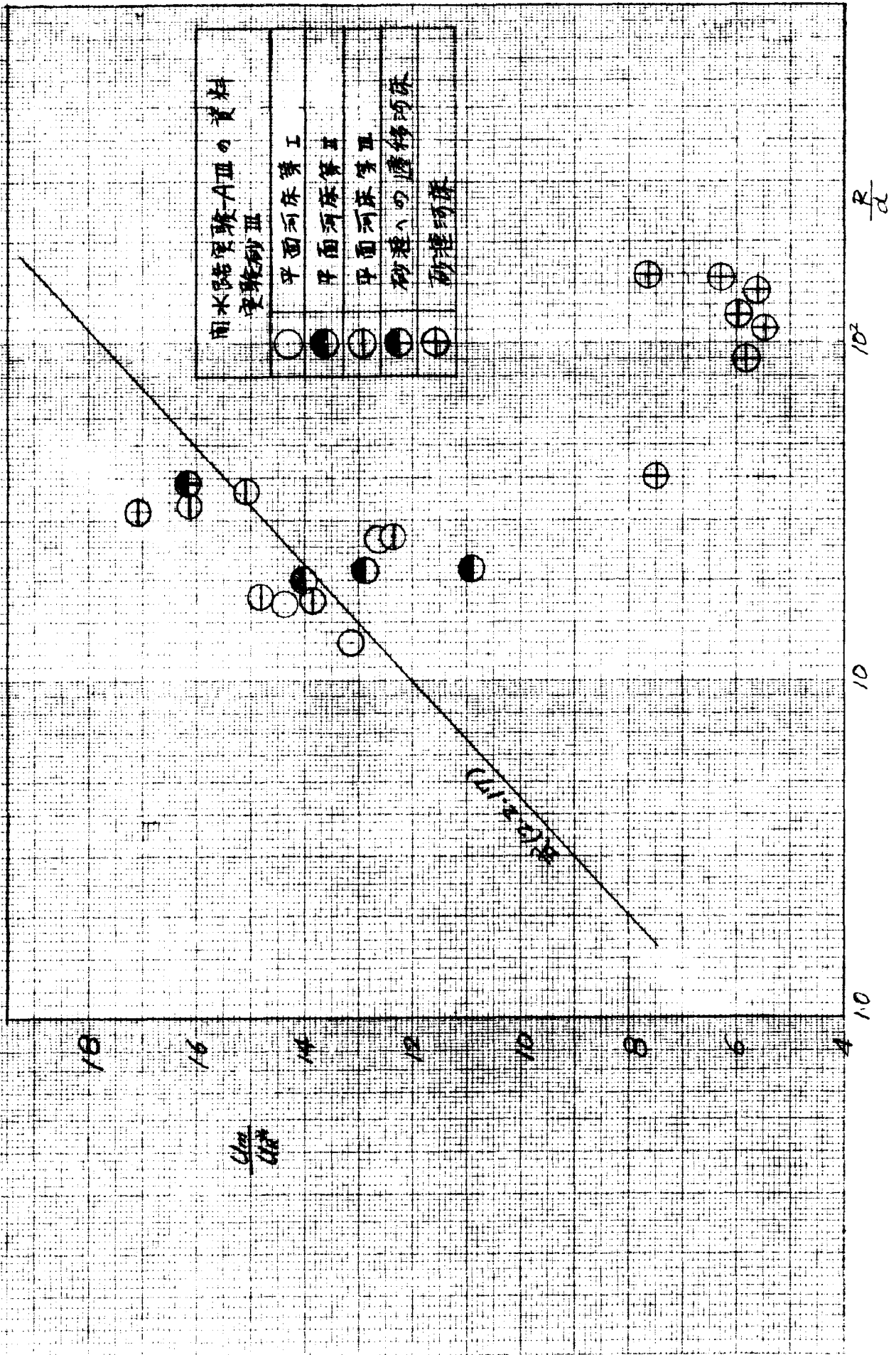


図-(2.2.24) $U_m/U_{*'}^2$ と R/d の関係



図(2.2.25) A_r と $U_{\text{砂}} d / \omega$ との関係

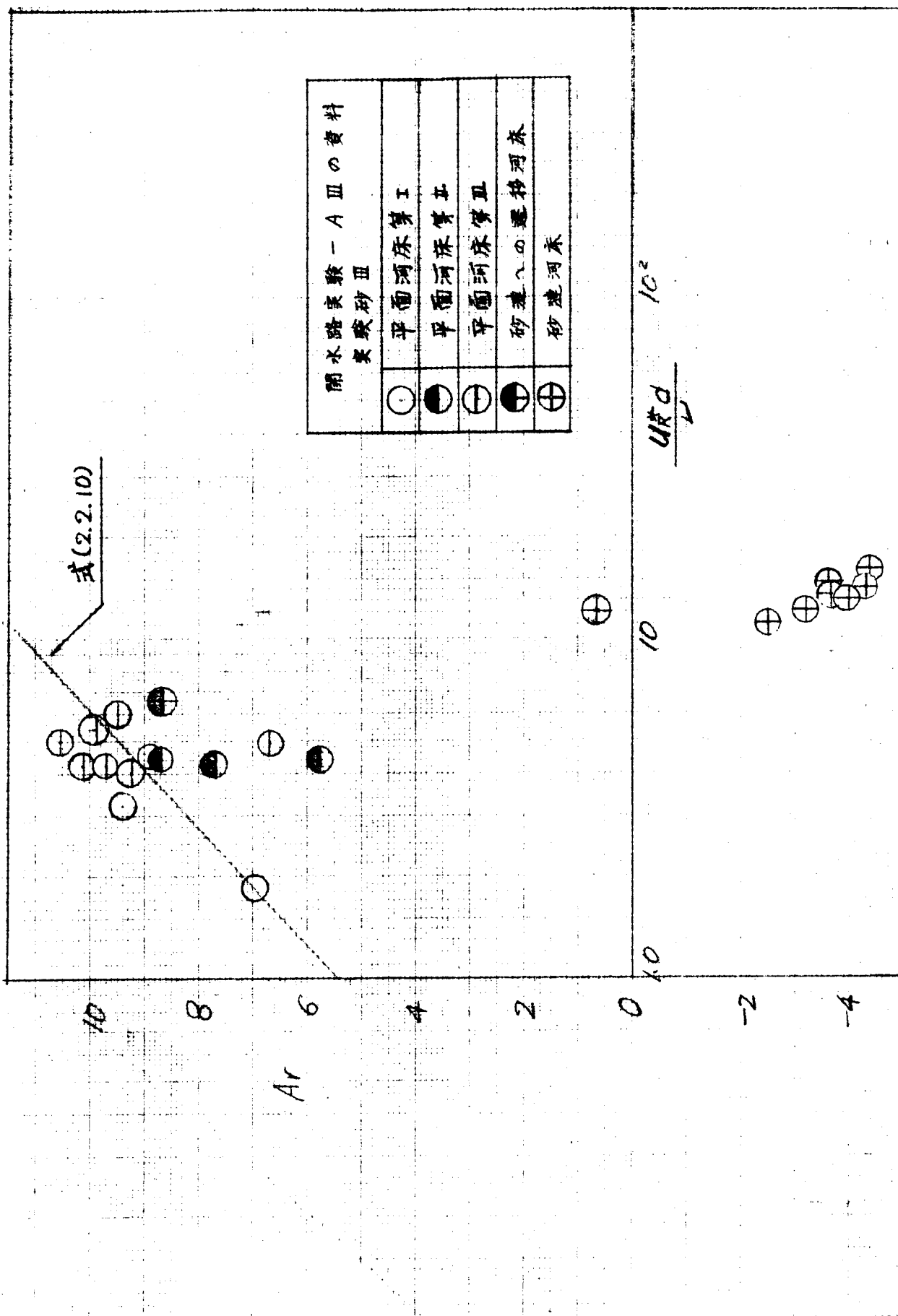


図1-(2.2.26) $U_m/U_{*'}^*$ と R/d の関係

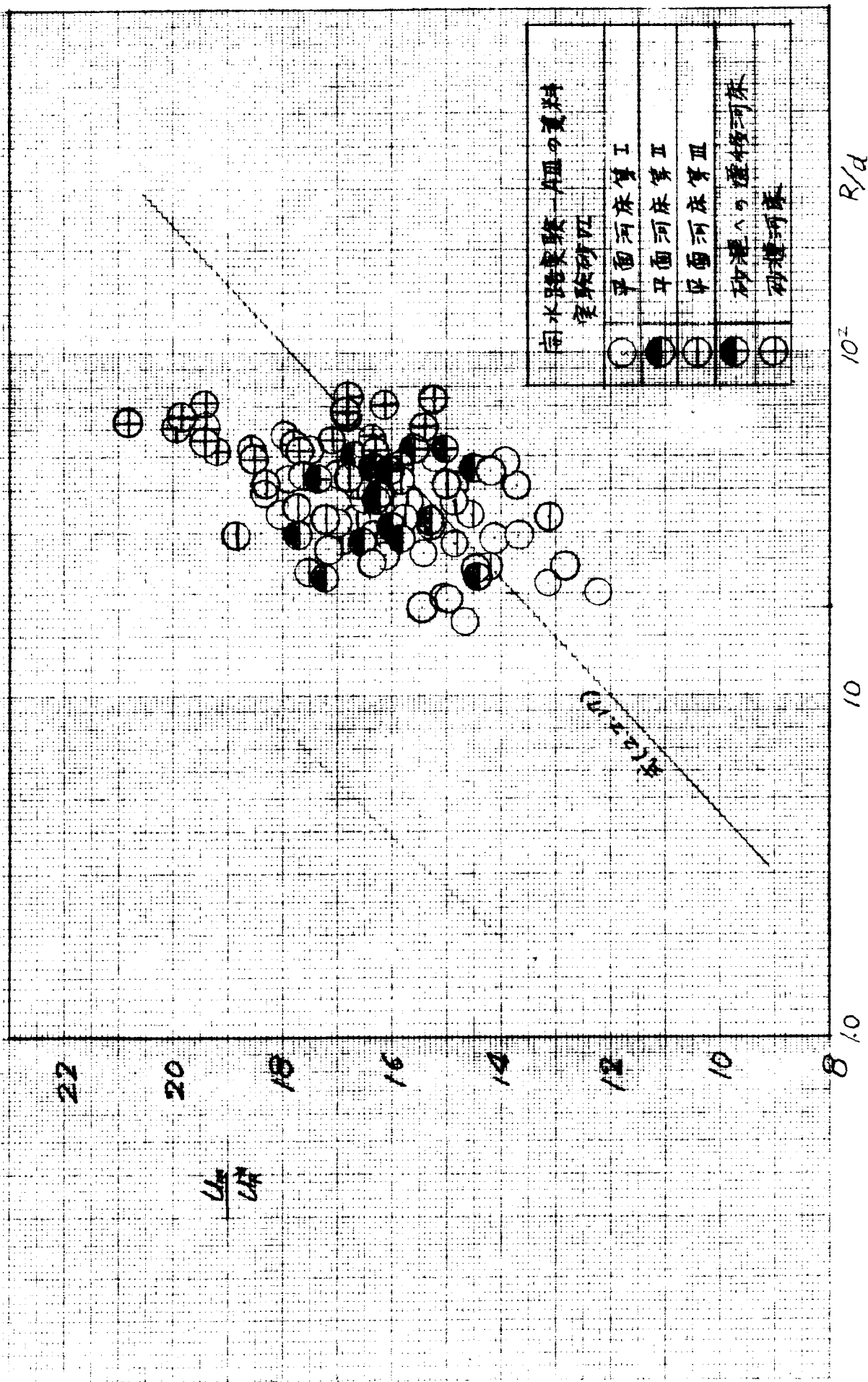


図- (2.2.27) Ar と U_{Ar}/U_{Ar} との関係

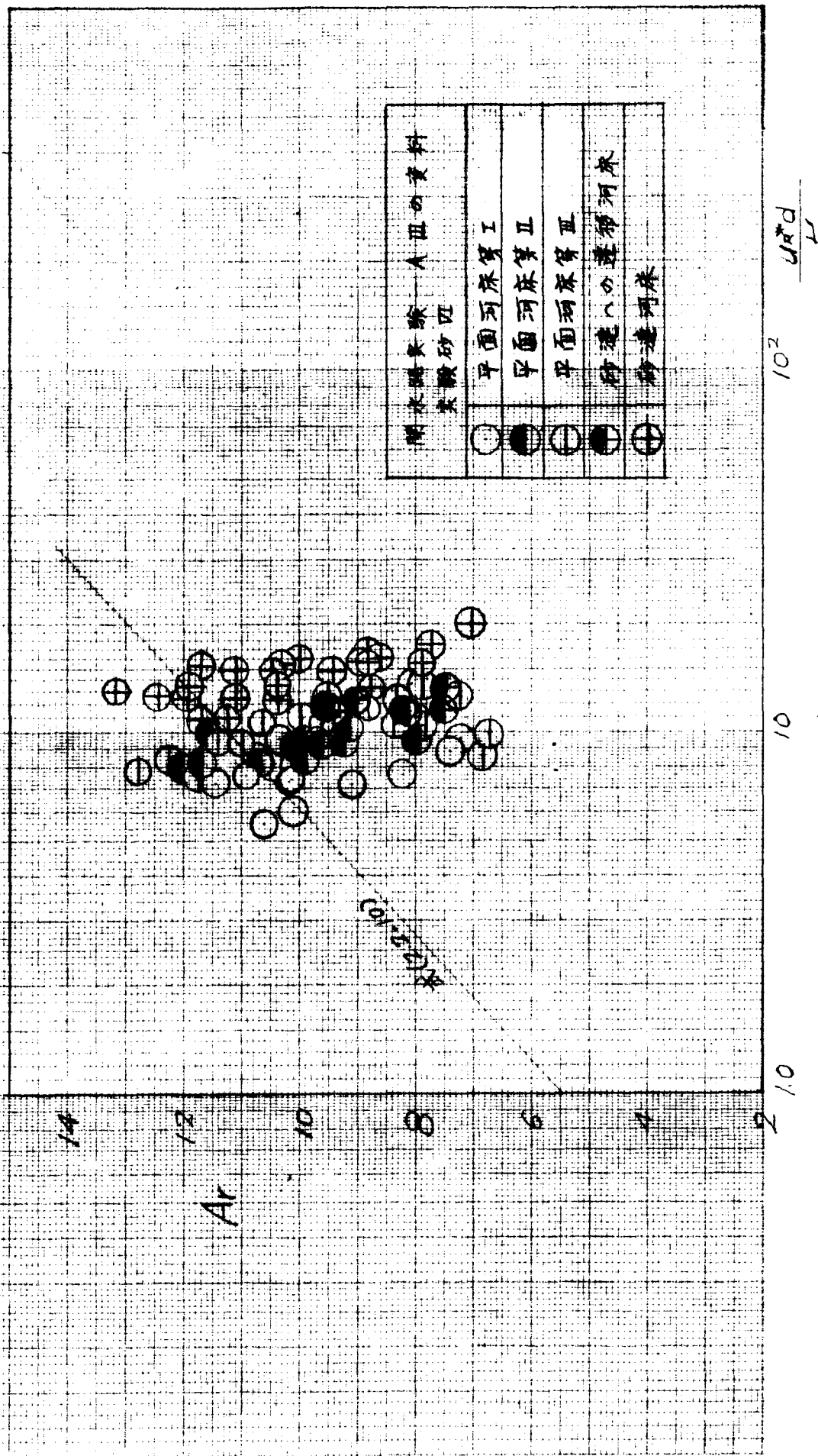


図-(2.2.28) U_m/U_c と R/d の関係

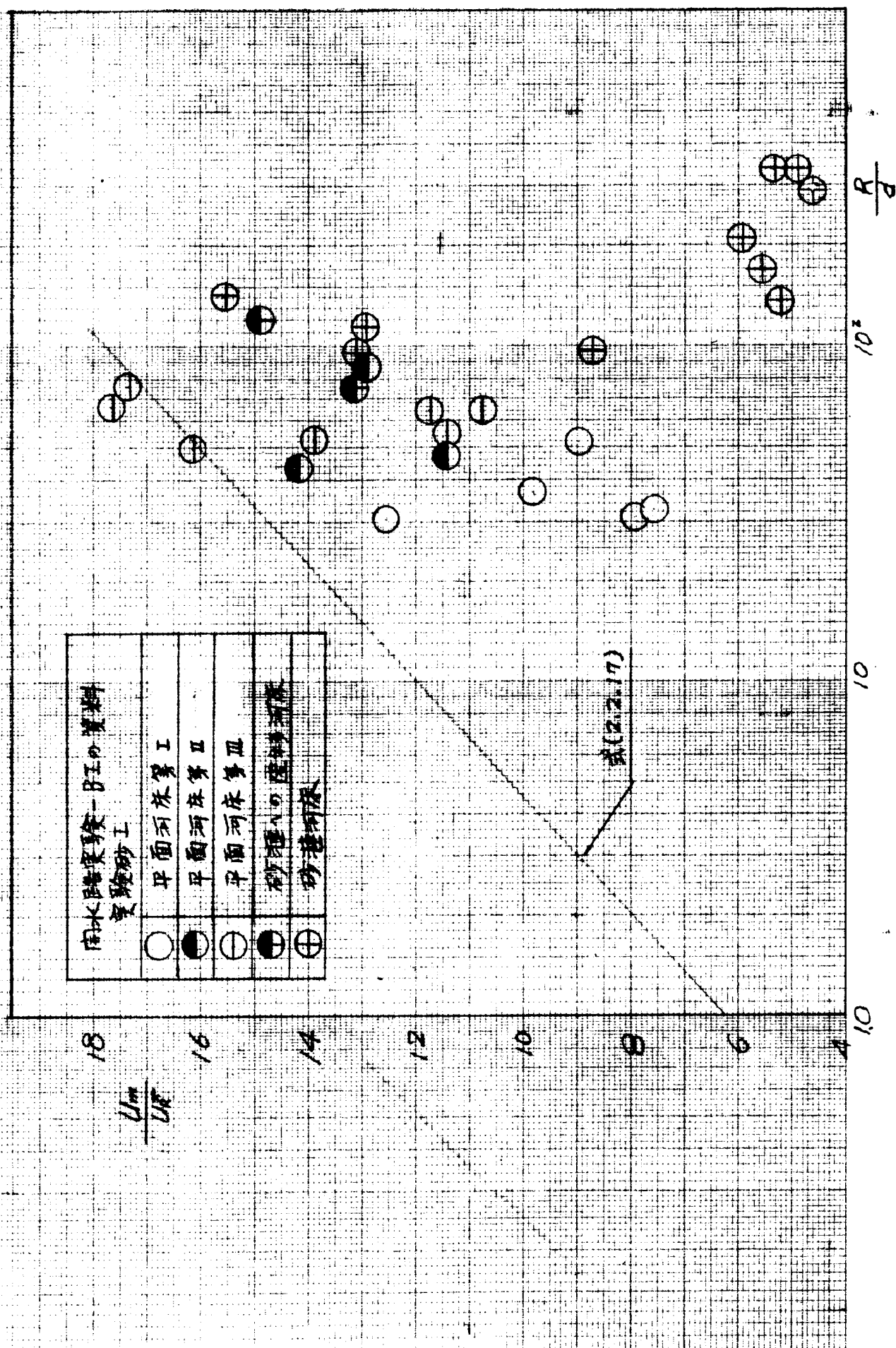


図-(2.2.29) Ar と $\frac{U_{*d}}{U_{*c}}$ の関係

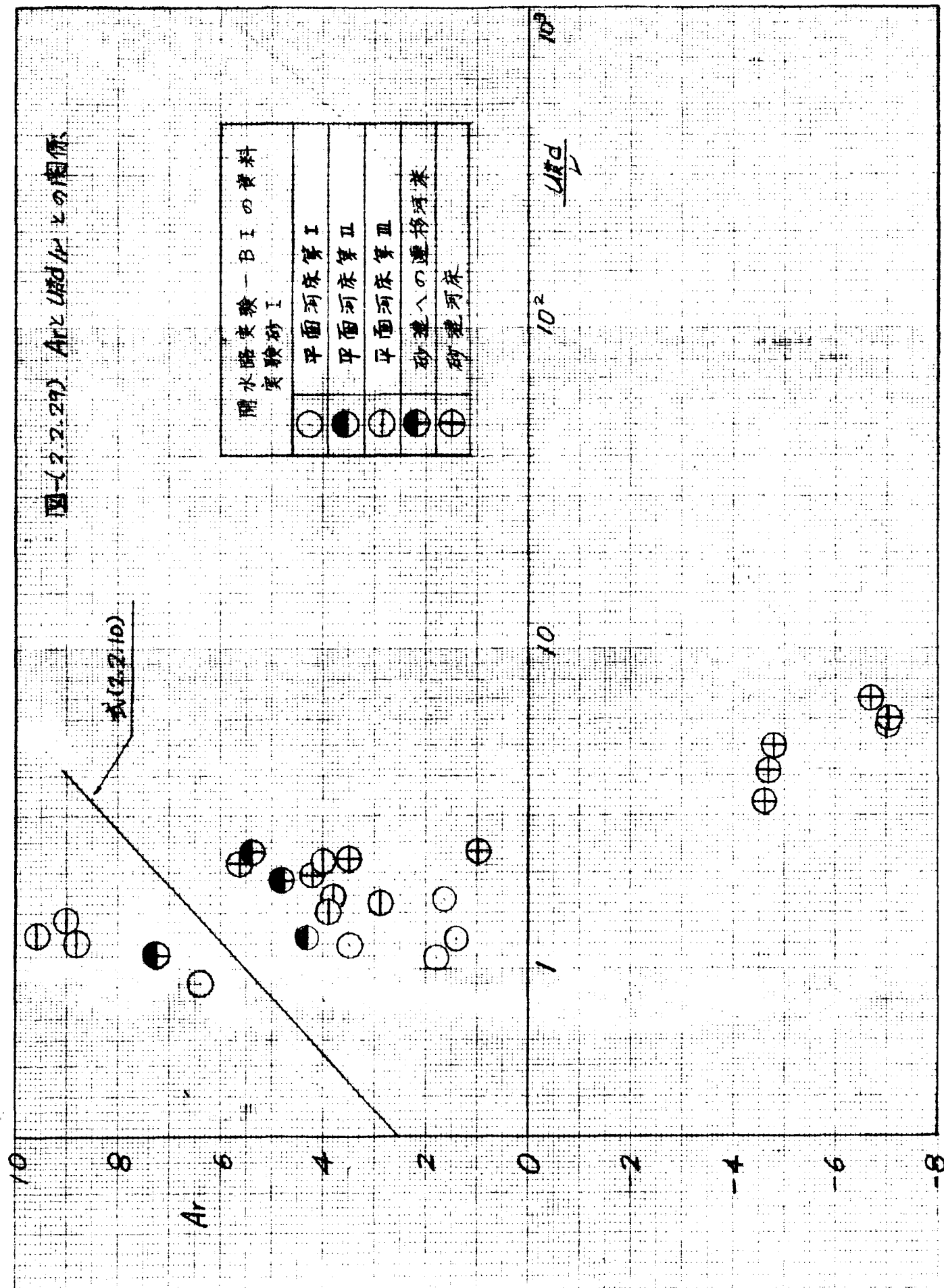


図-(2.2.30) a_3 と \bar{R} との関係

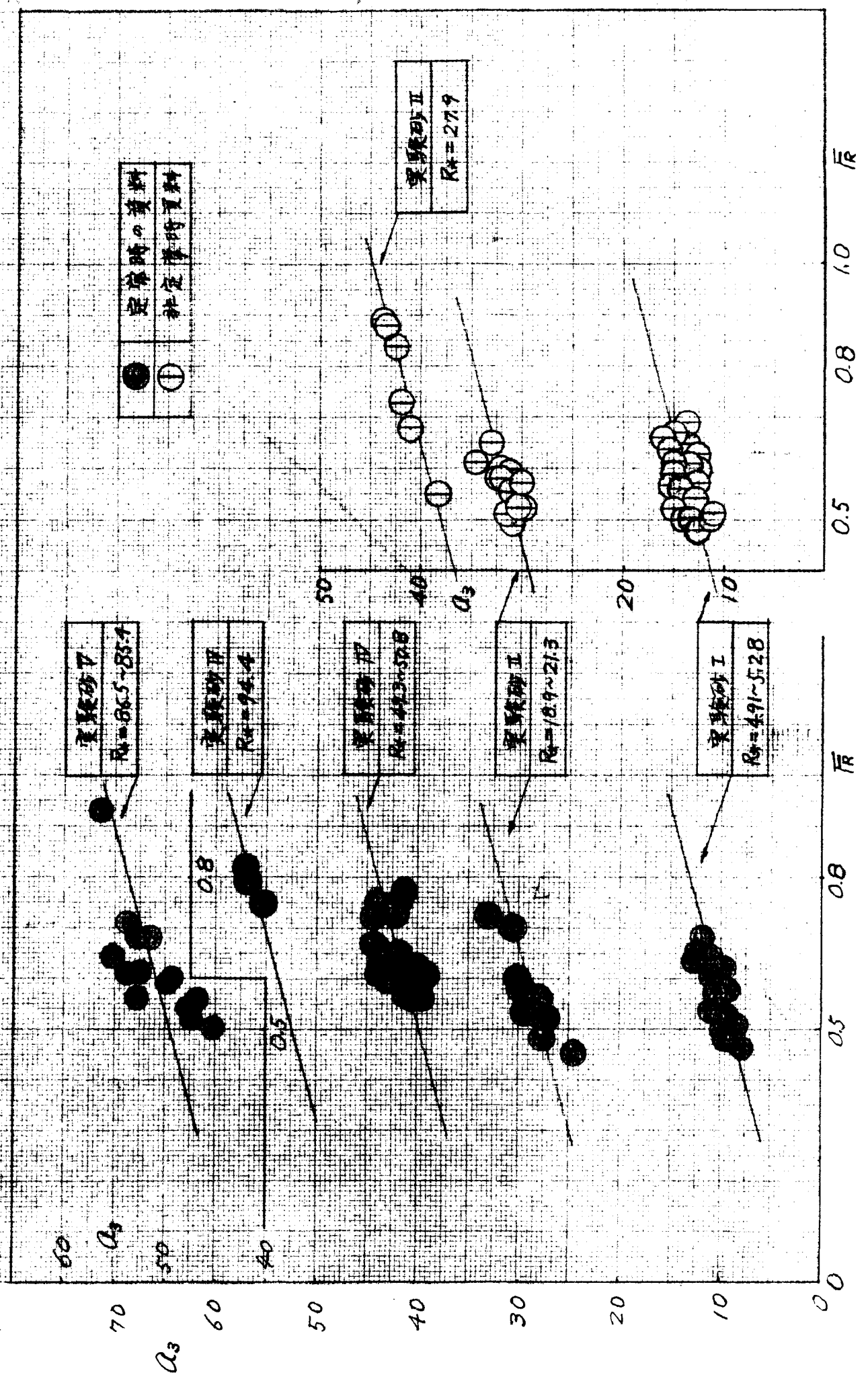
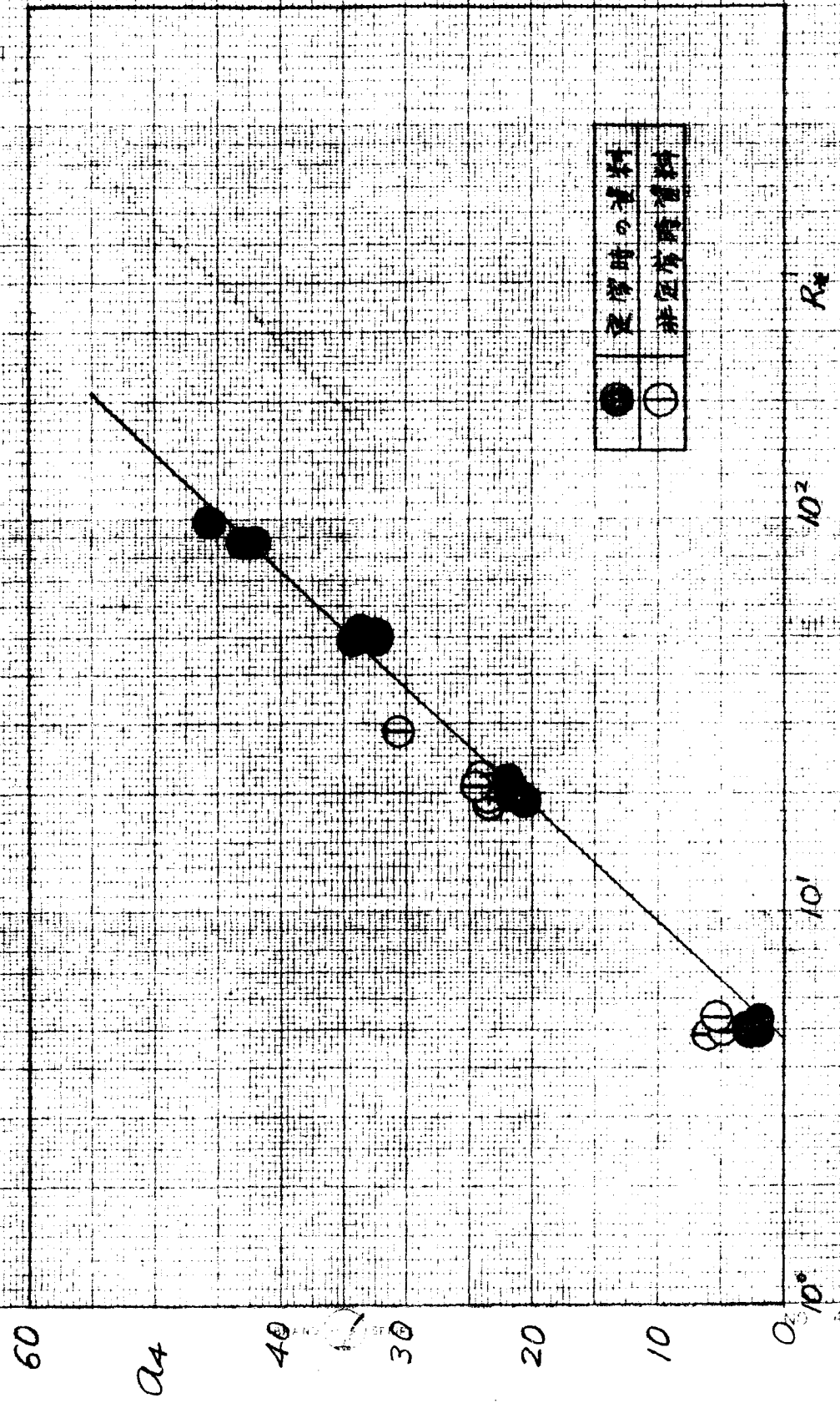


図-(2.2.31) a_4 と R_{40} の関係



図(2.2-32) 実験値 U_{ex}/U_{ex}^* と計算値 U_{ca}/U_{ca}^* との比較

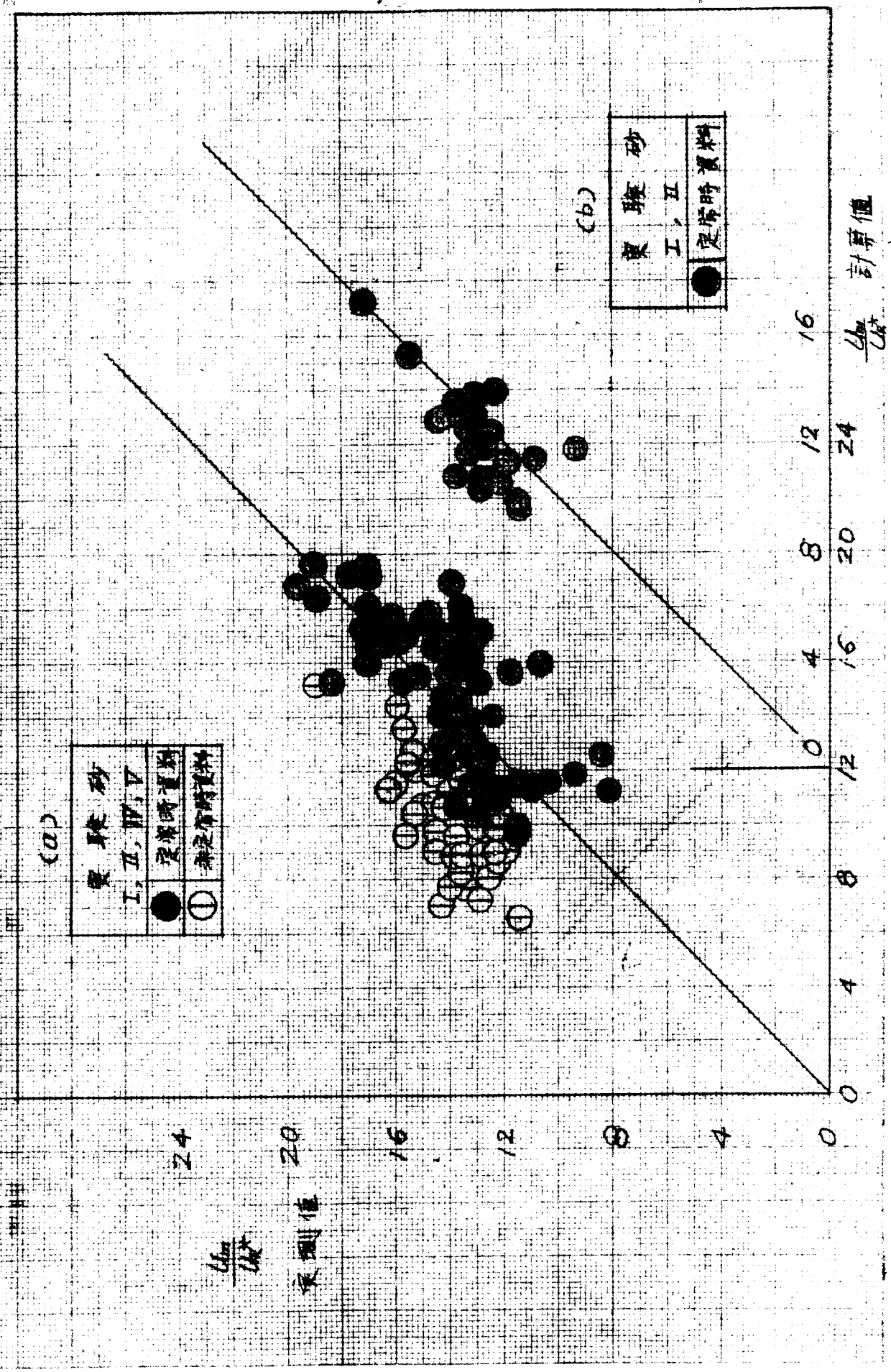


図 2.2.33) $\log W_0/d$ と ψ の関係

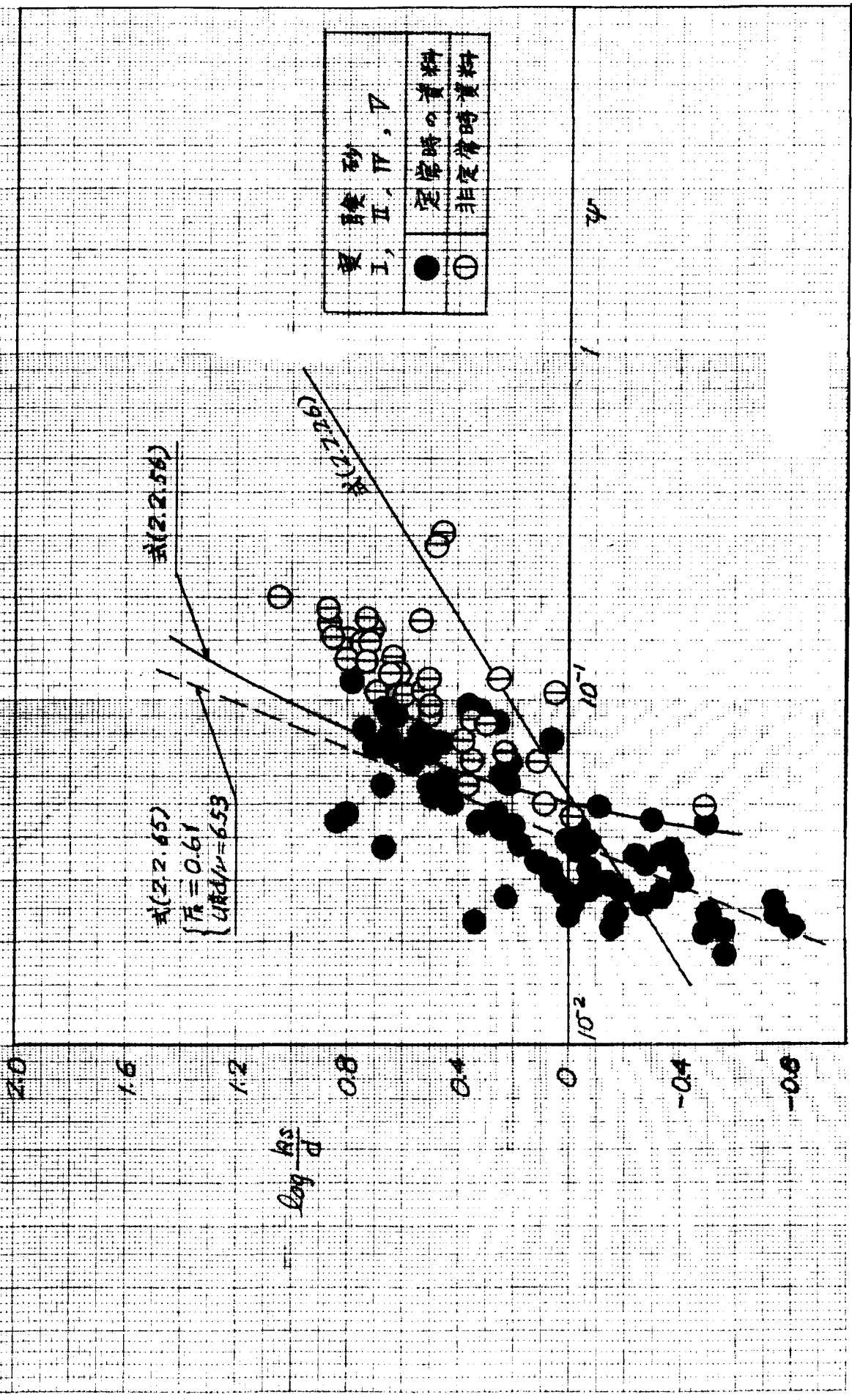
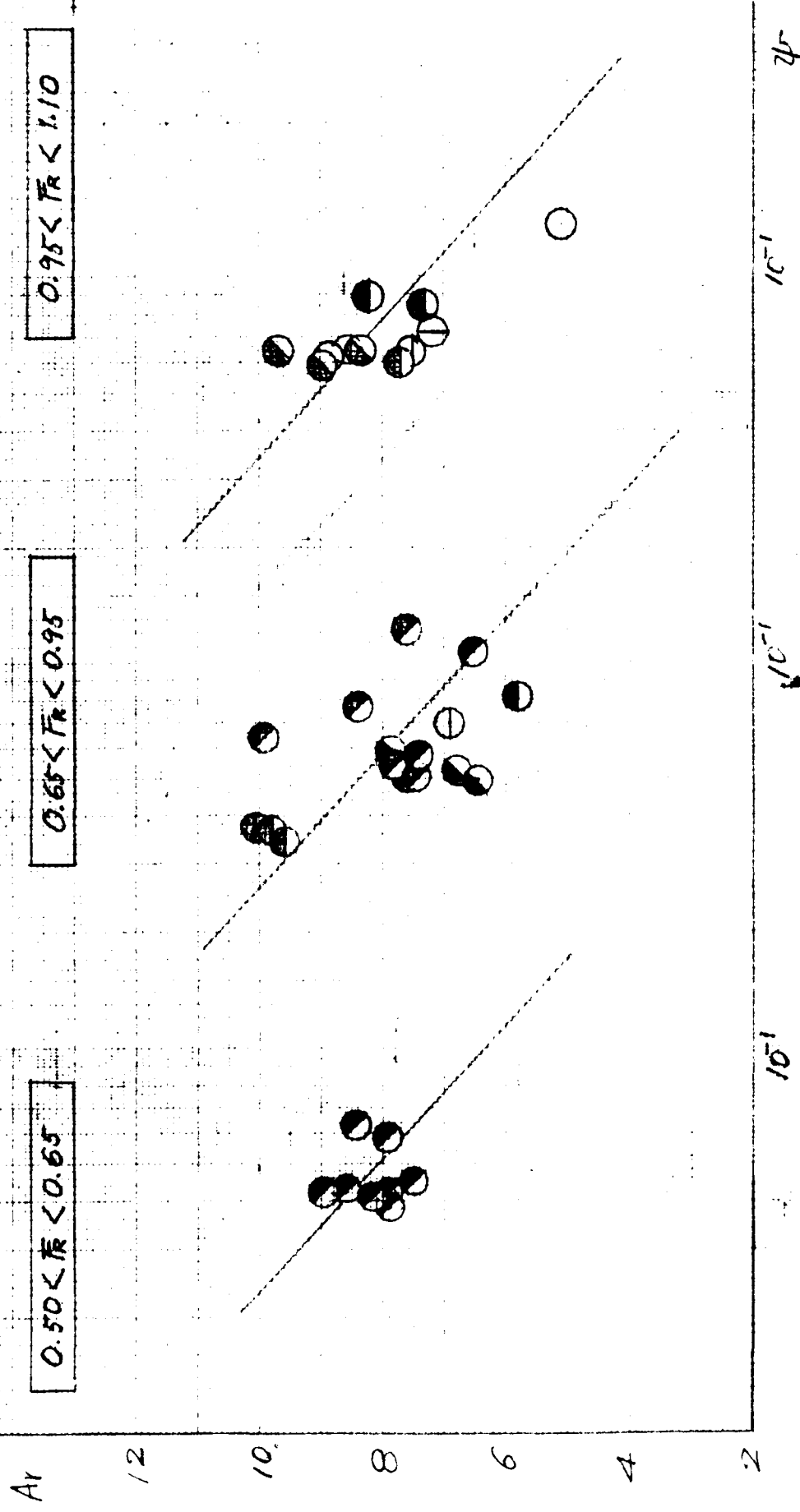


图-(2.2.34) $Ar \propto U_*^2/gd(\sigma/\rho-1)$ 与内径



实验砂Ⅱ	实验砂Ⅲ	实验砂Ⅳ	著者
●	◐	◑	
○	○	○	Gilbert
○	○	○	
○	○	○	
○	○	○	
○	○	○	

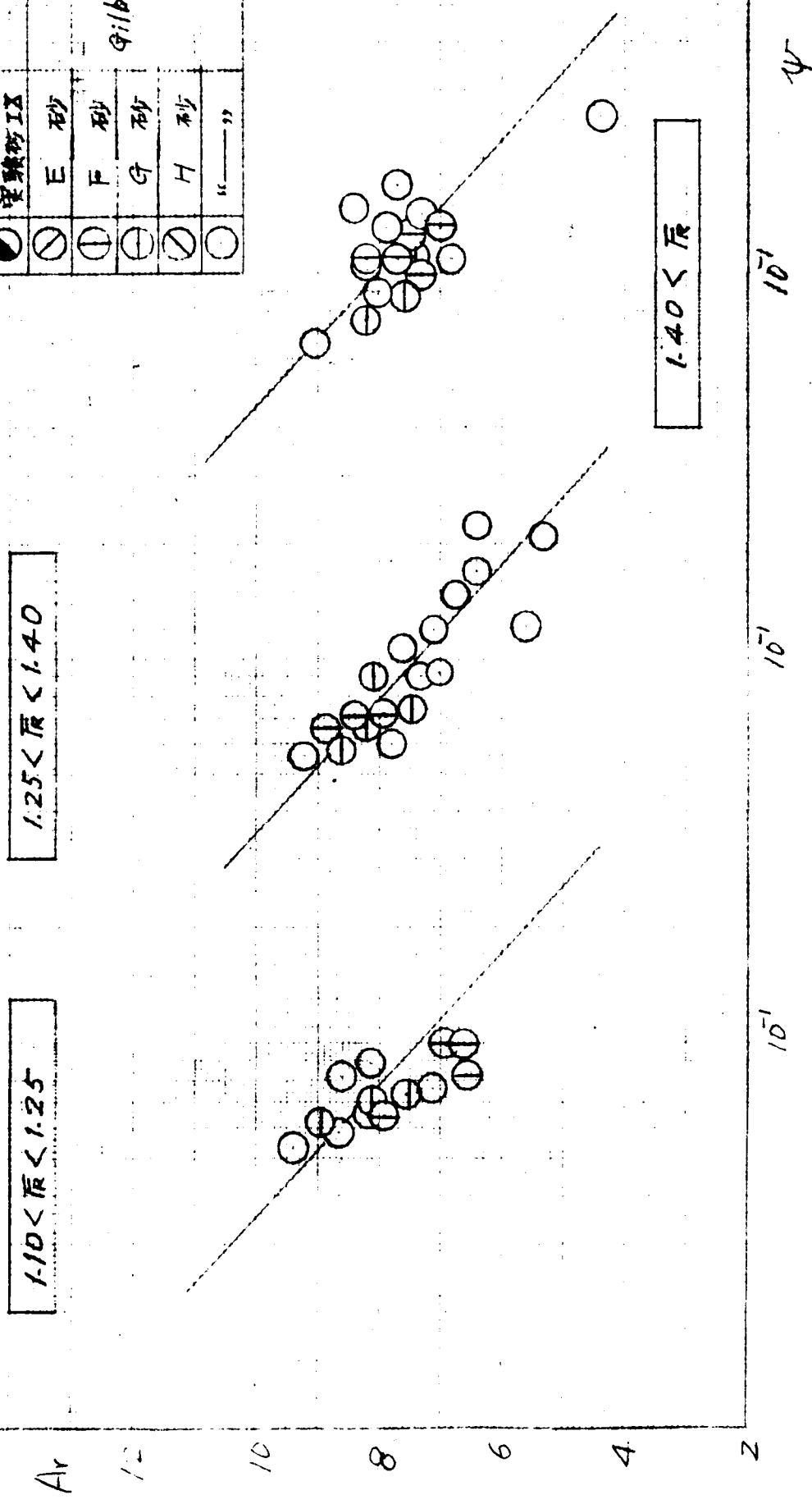


図-(2.2.35) a_b と \bar{R} との関係

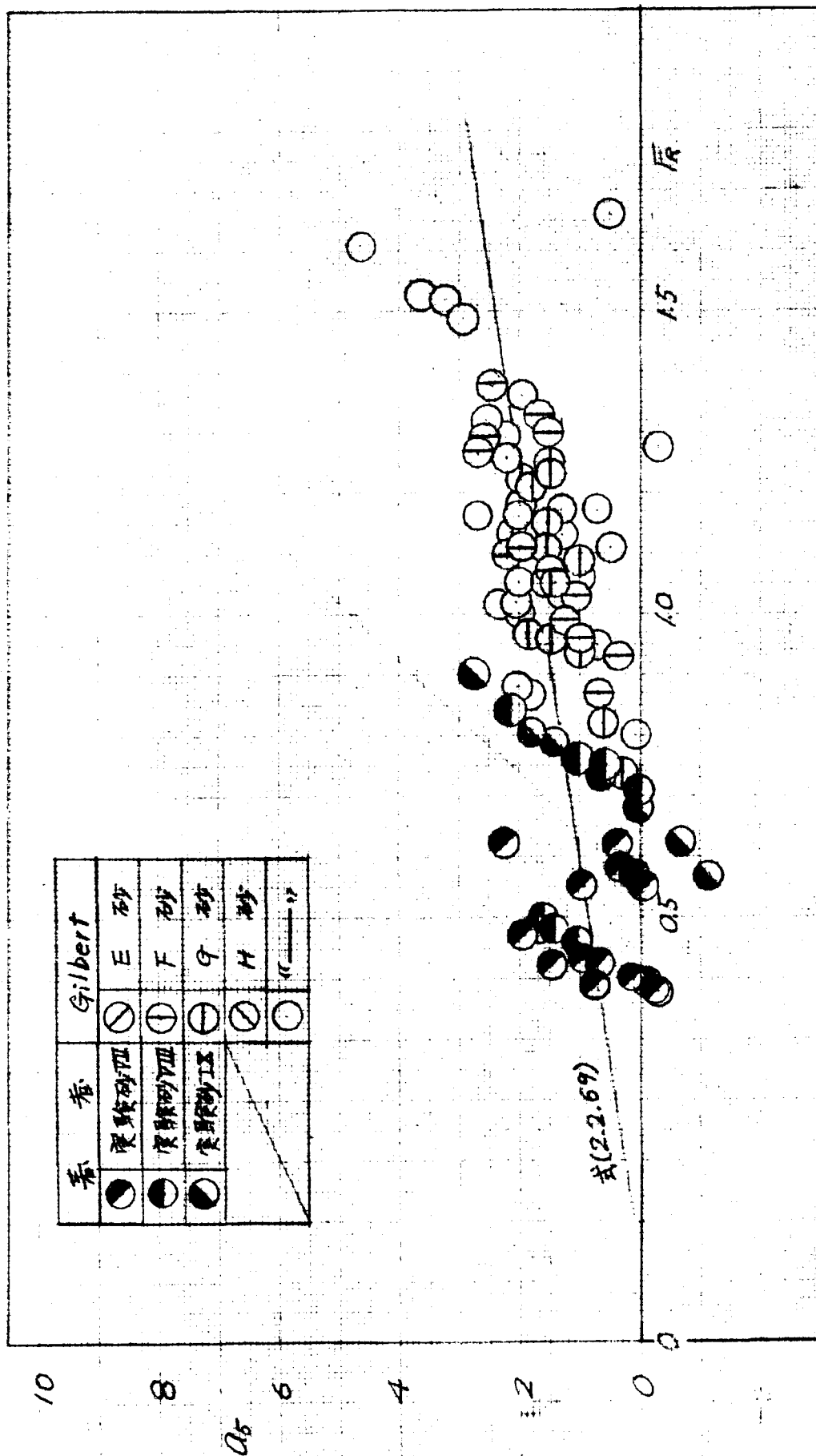


図-(2.2.36) 実測値 U_m/U_B と計算値 U_m/U_B との比較

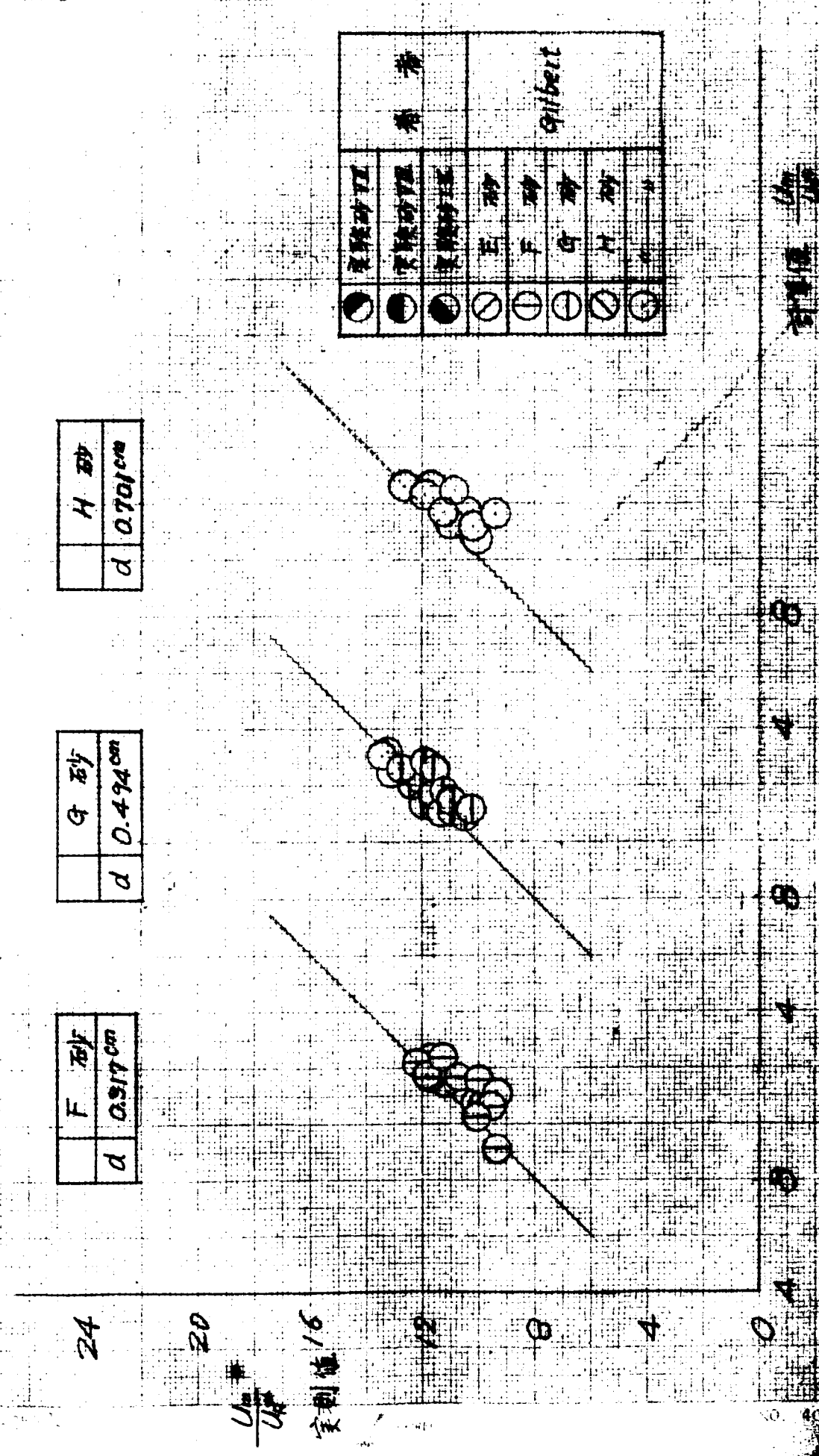
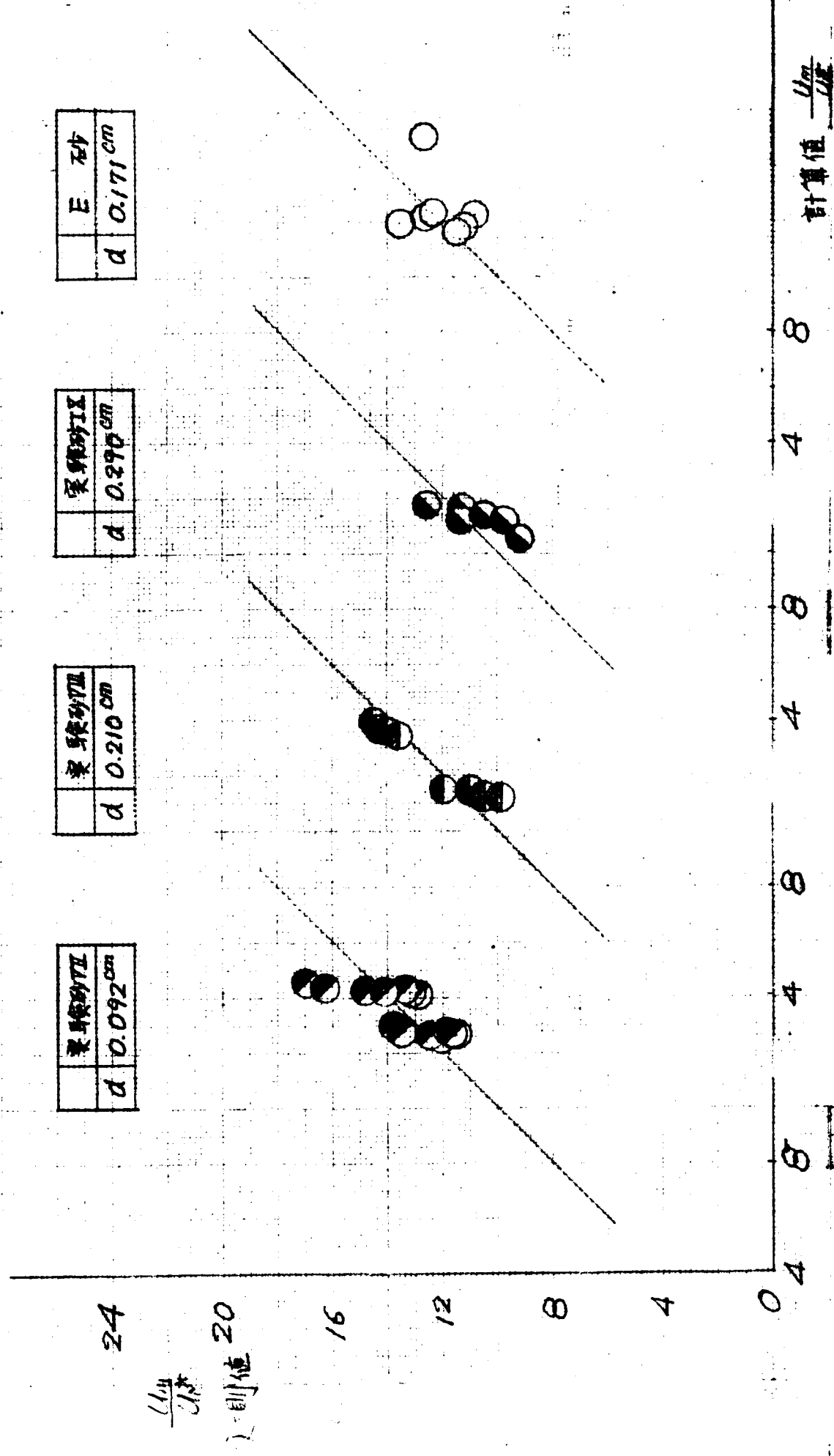
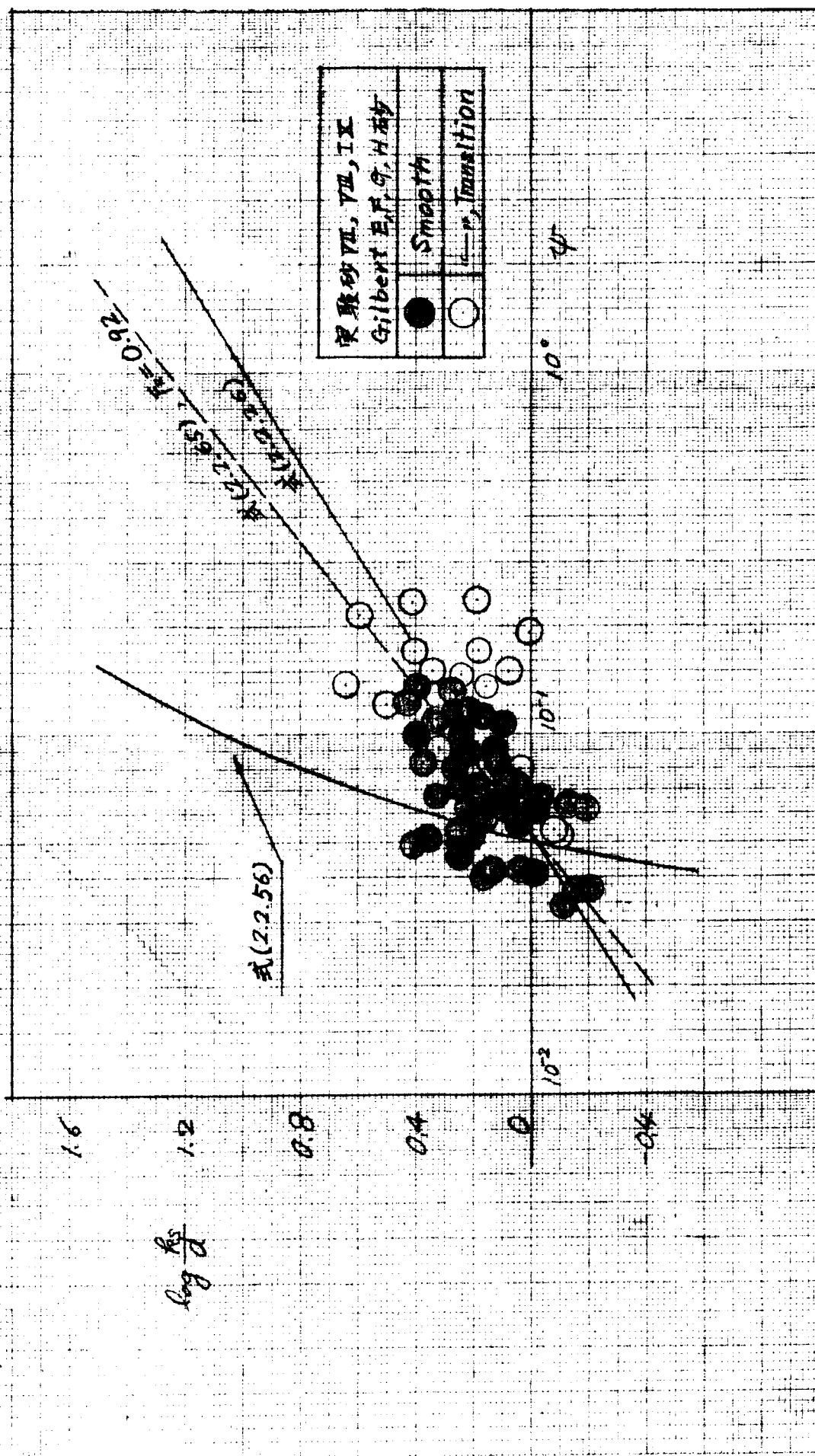
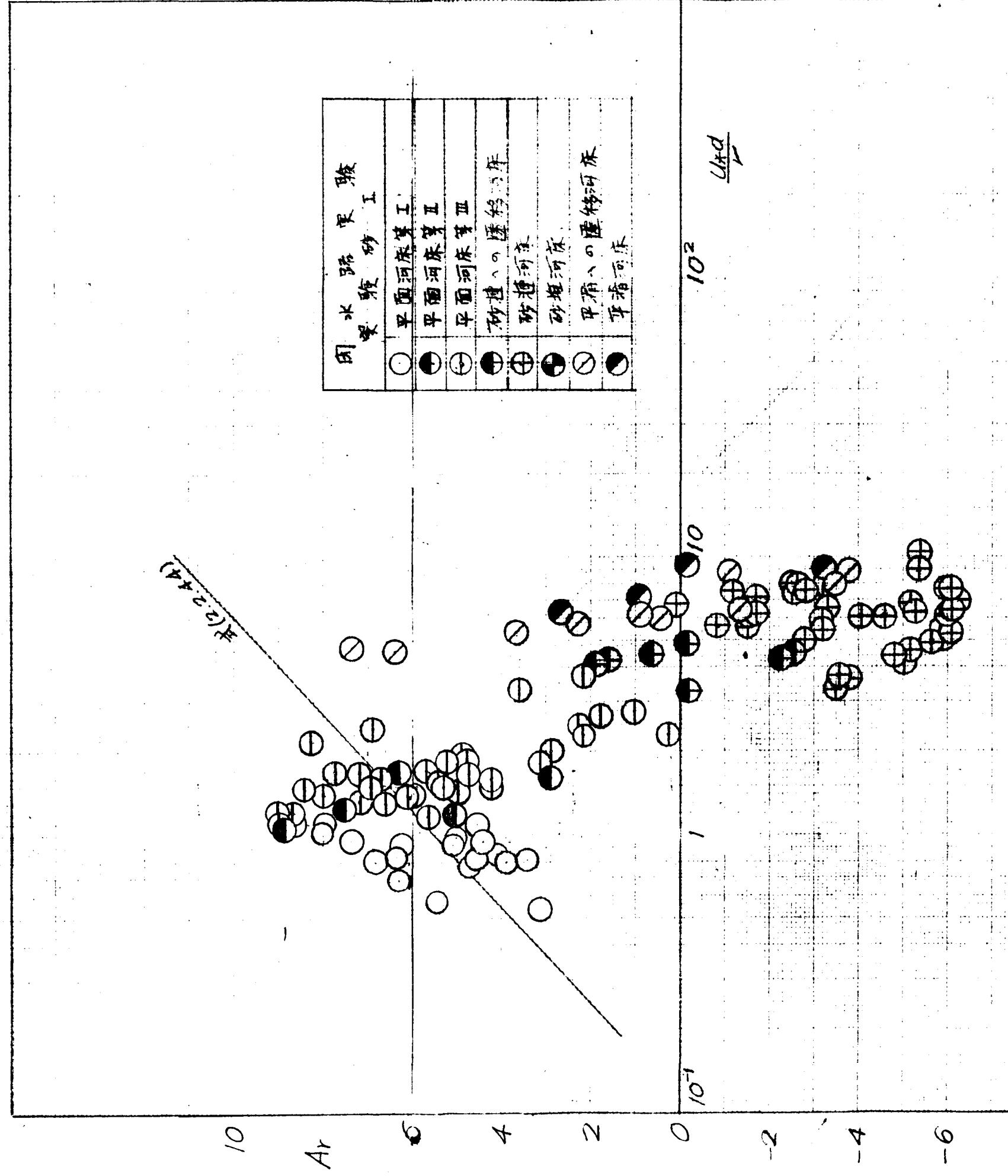


図-(2.2.37) $\log N/d$ と ψ の関係



図(2.2.38) Ar と U_{*d}/ν との関係



図(2.2.39) $\log ks/d$ と ψ の関係

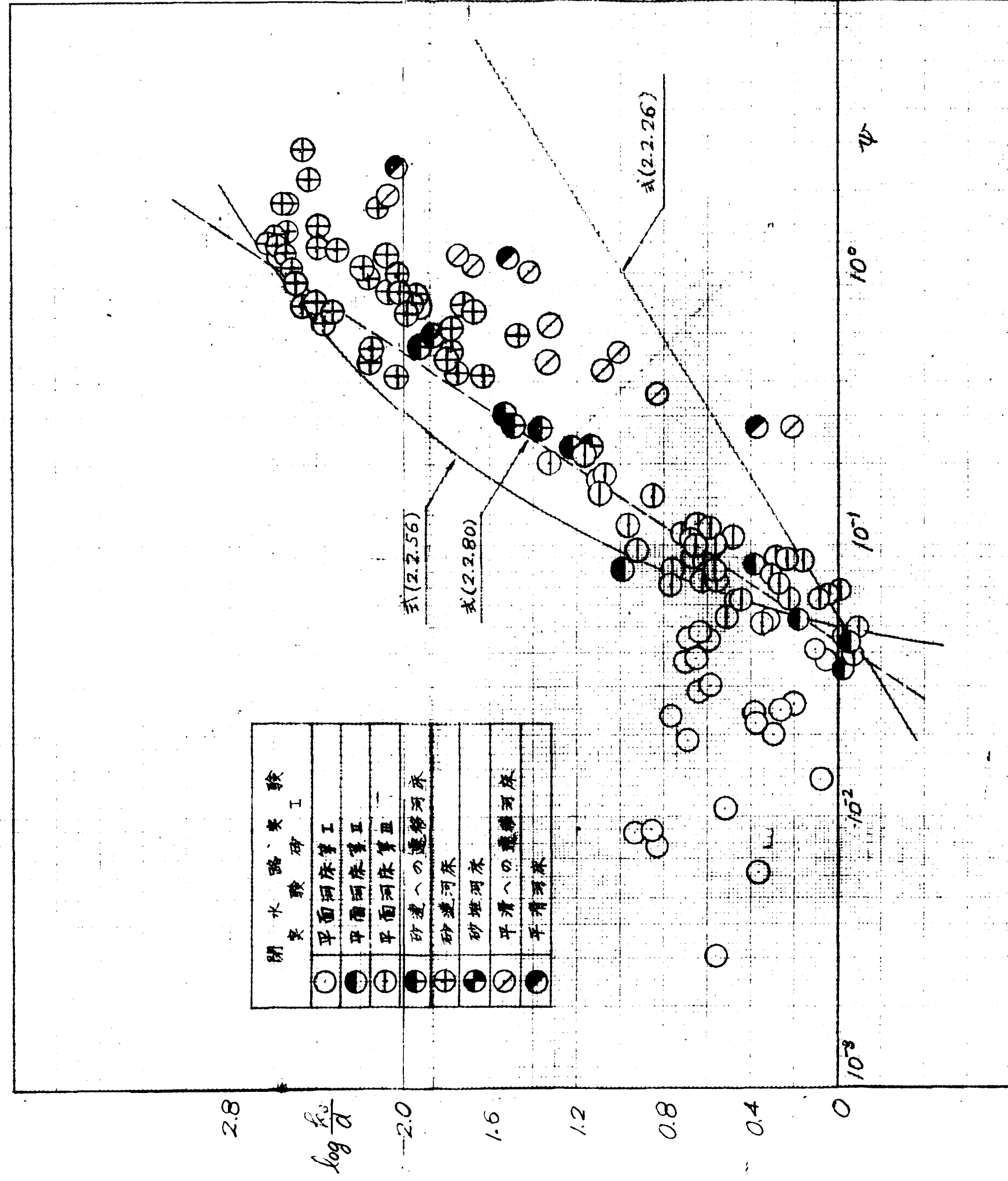


図-(2.2.40) A_r と ψ との関係

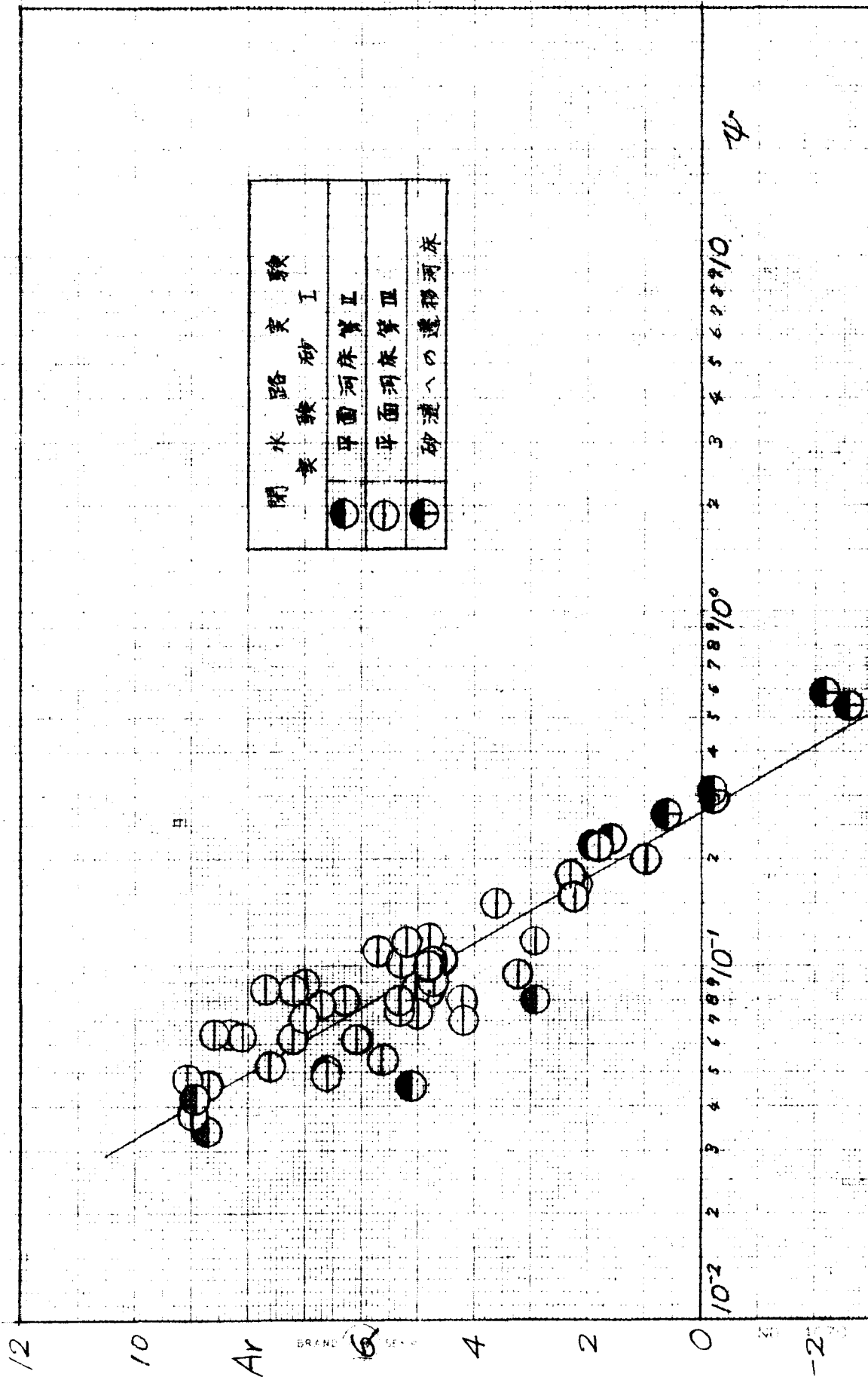


図-(2.3.2) (b) 流動量の掃減力にEを定数

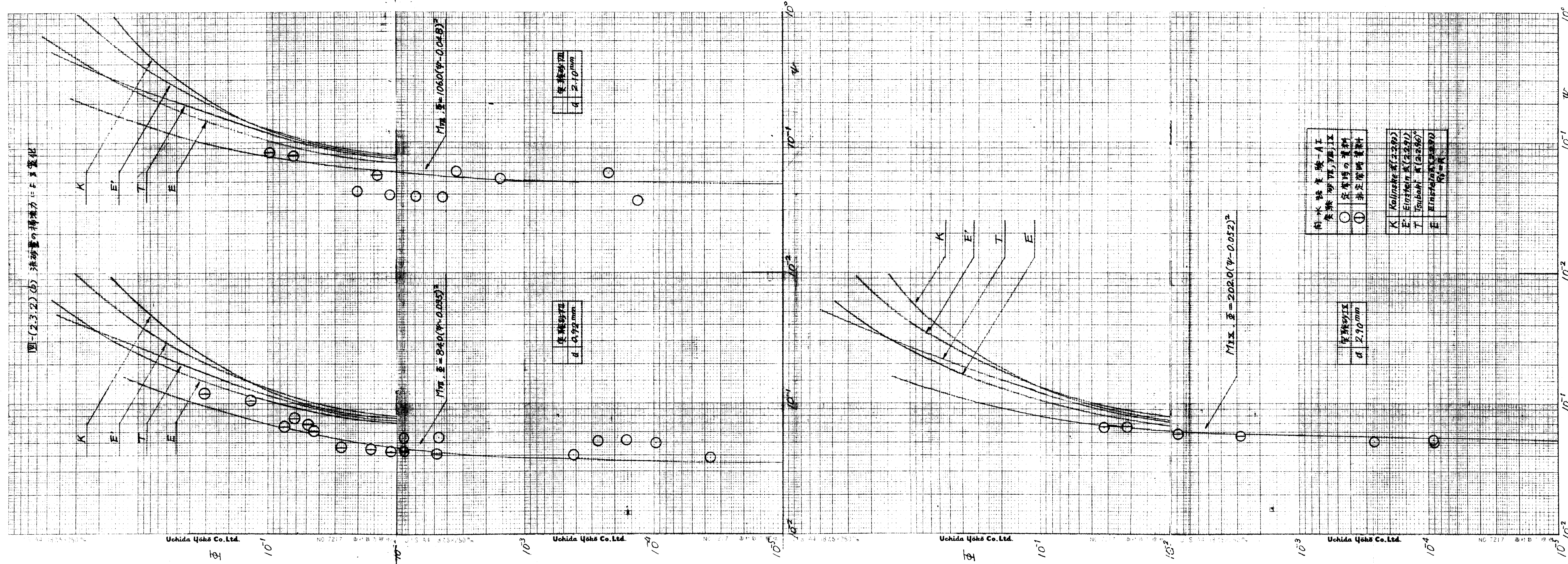


図-(2.3.3) 流砂量の掃流力による変化

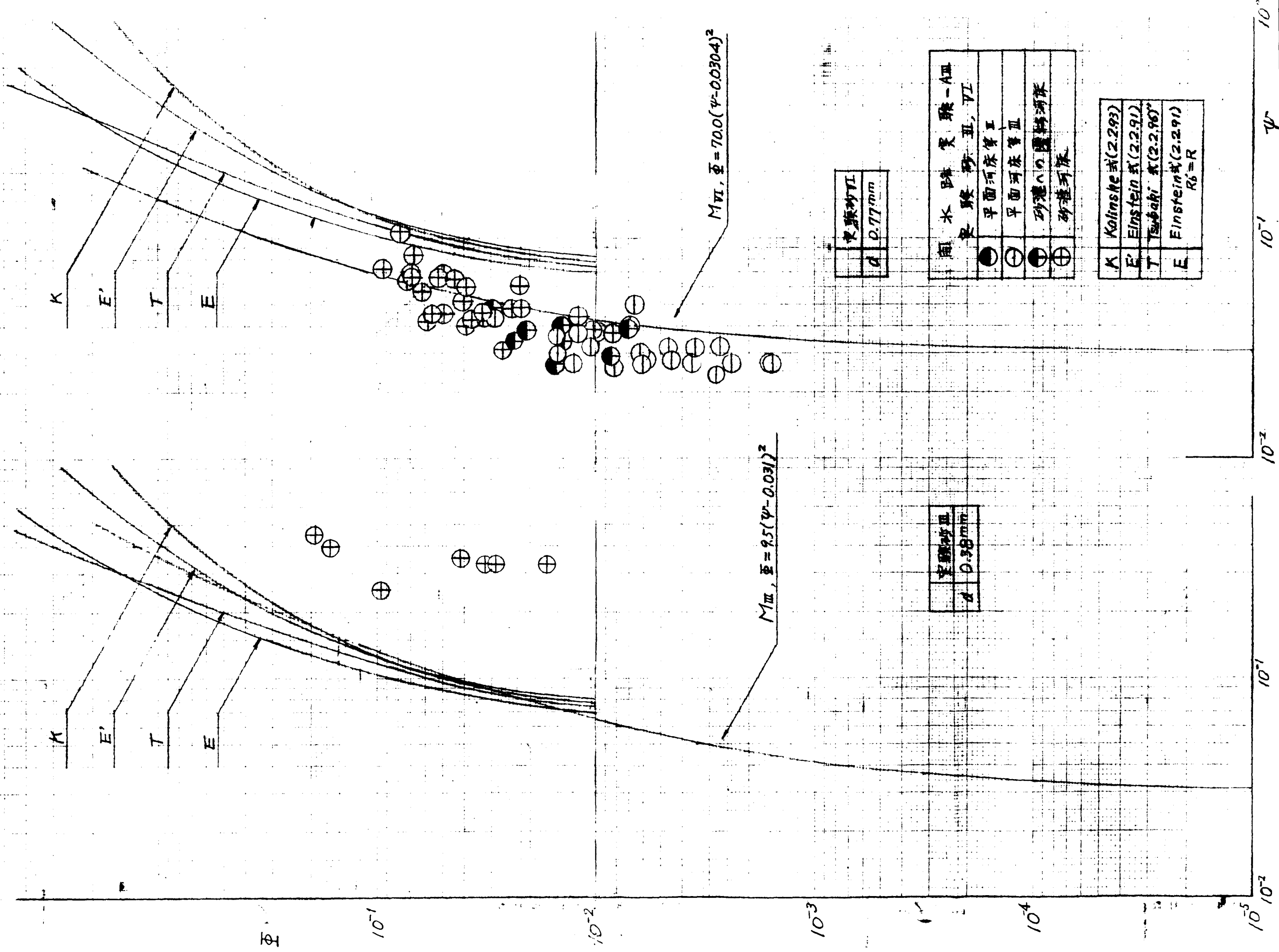
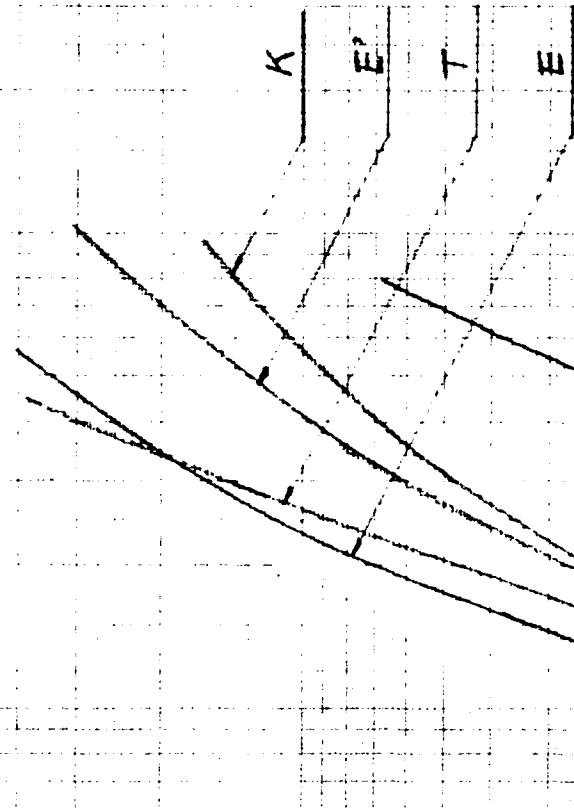


図-(2.3.4) 流砂量の推移による変化



K	Kalinske式(2.293)
E'	Einstein式(2.2.91)
T	Tsubaki式(2.2.90)
E	Einstein式(2.2.91) $R_0 = R$

$$M_s = 1.35(\psi - 0.064)^2$$

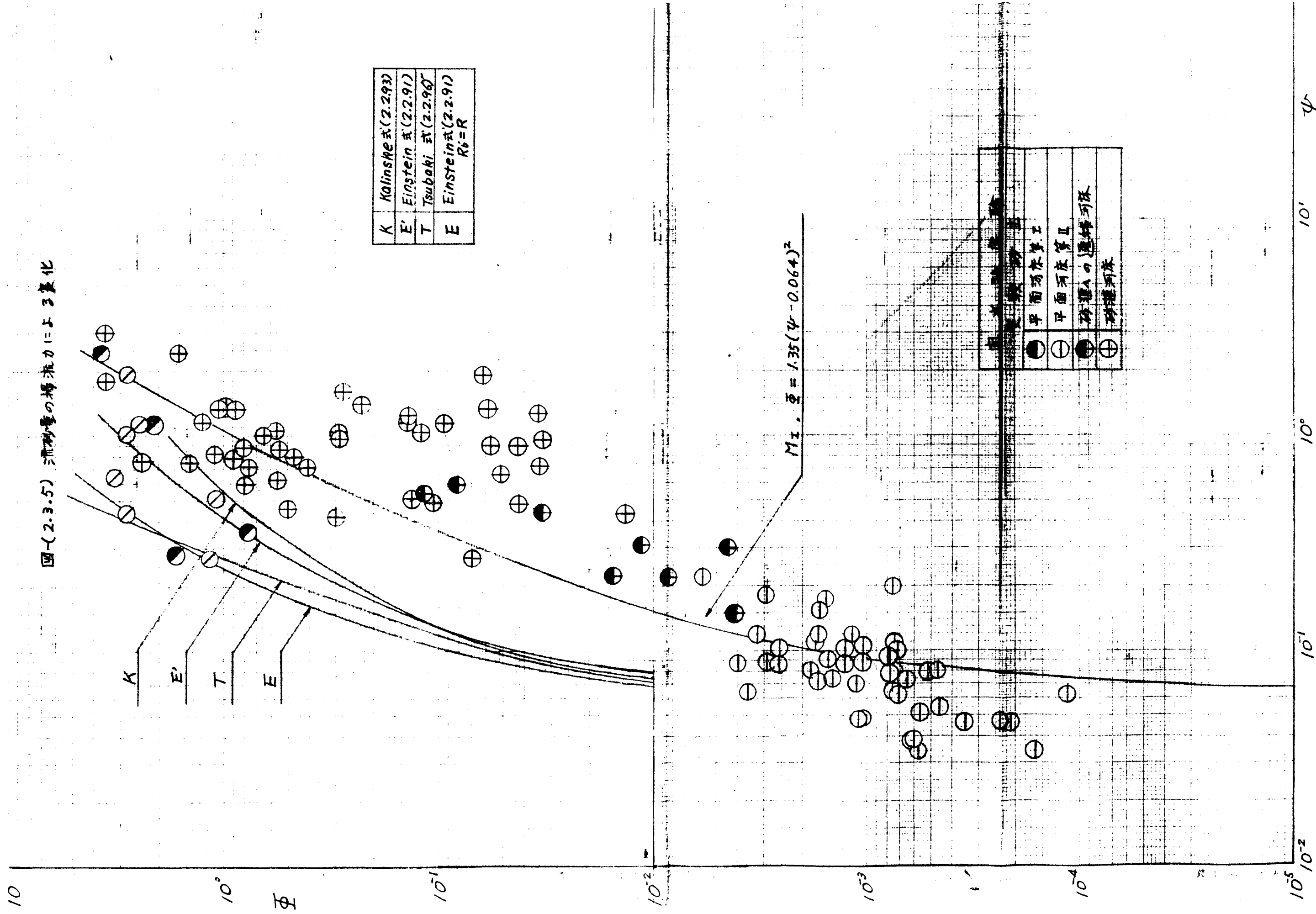
水路実験-BI	
●	実験砂上
○	平面河床管渠
●	平面河床管渠
●	砂槽入りの縦溝河床
+	砂槽河床

Uchida Yakō Co. Ltd.

Uchida Yakō Co. Ltd.

10^-5 10^-4 10^-3 10^-2 10^-1 10^0 10^1

図-(2.3.5) 流砂量の揚流力による変化



圖(2.3.6) U_{eff}/U に対する ψ の変化

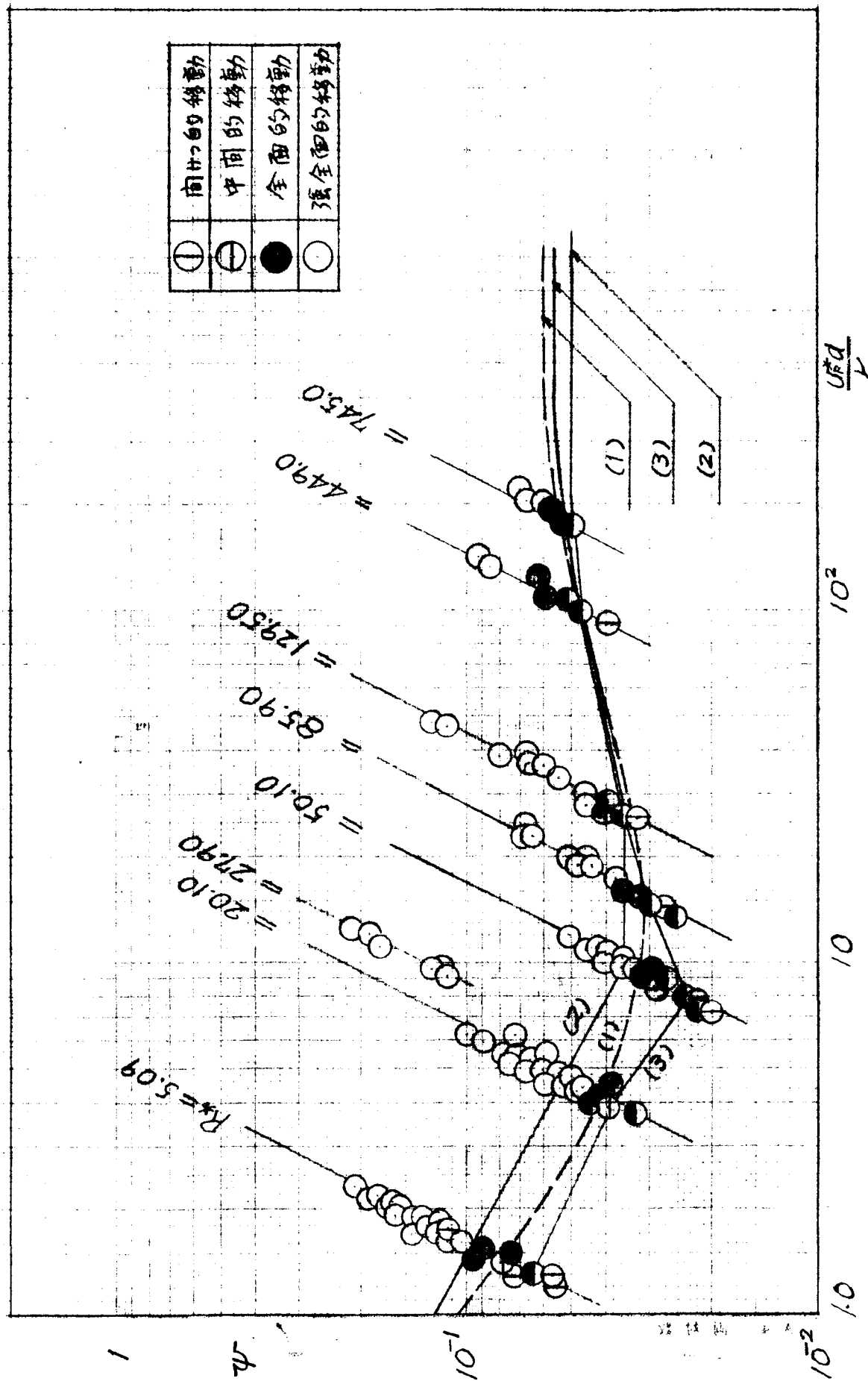
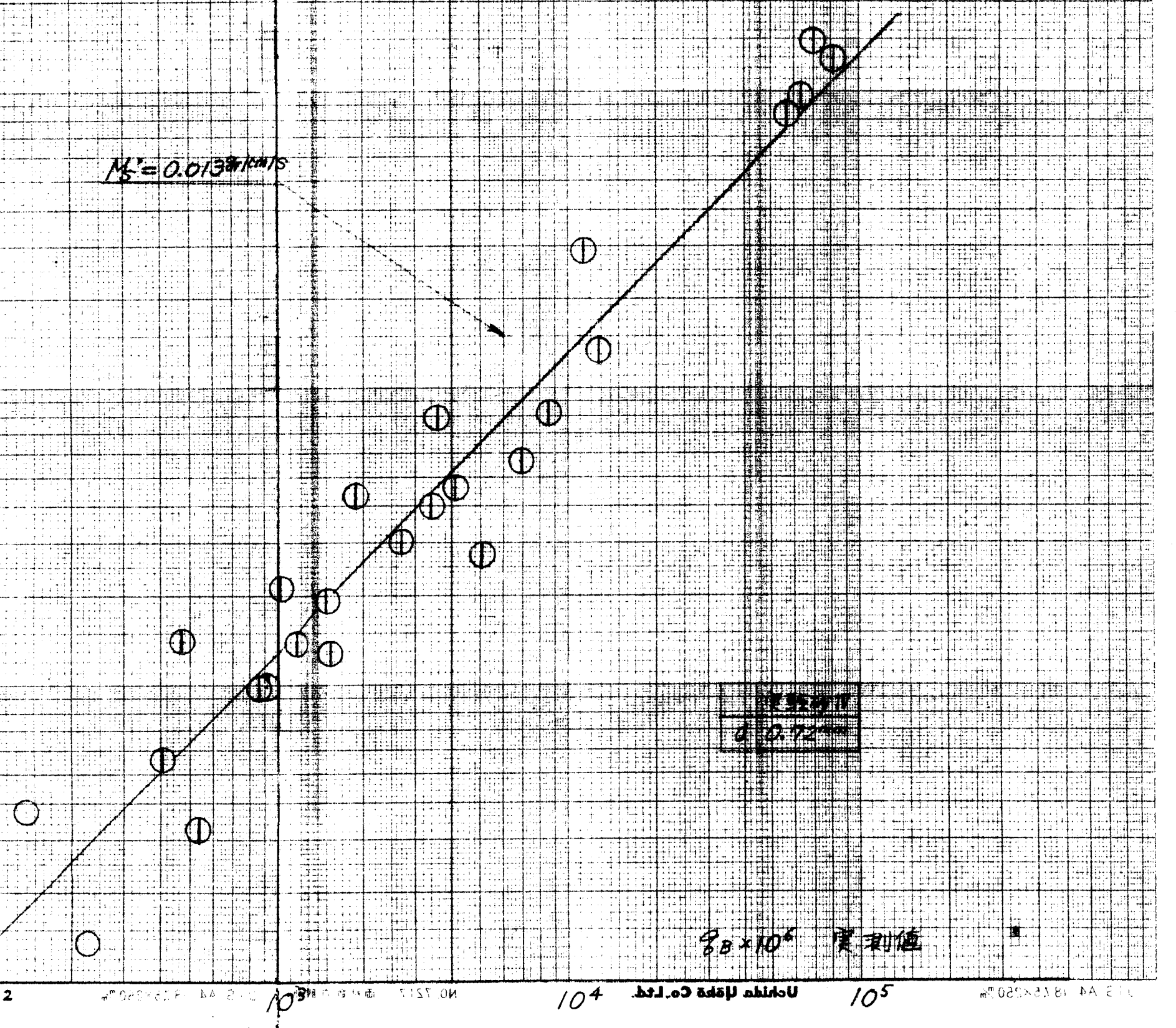
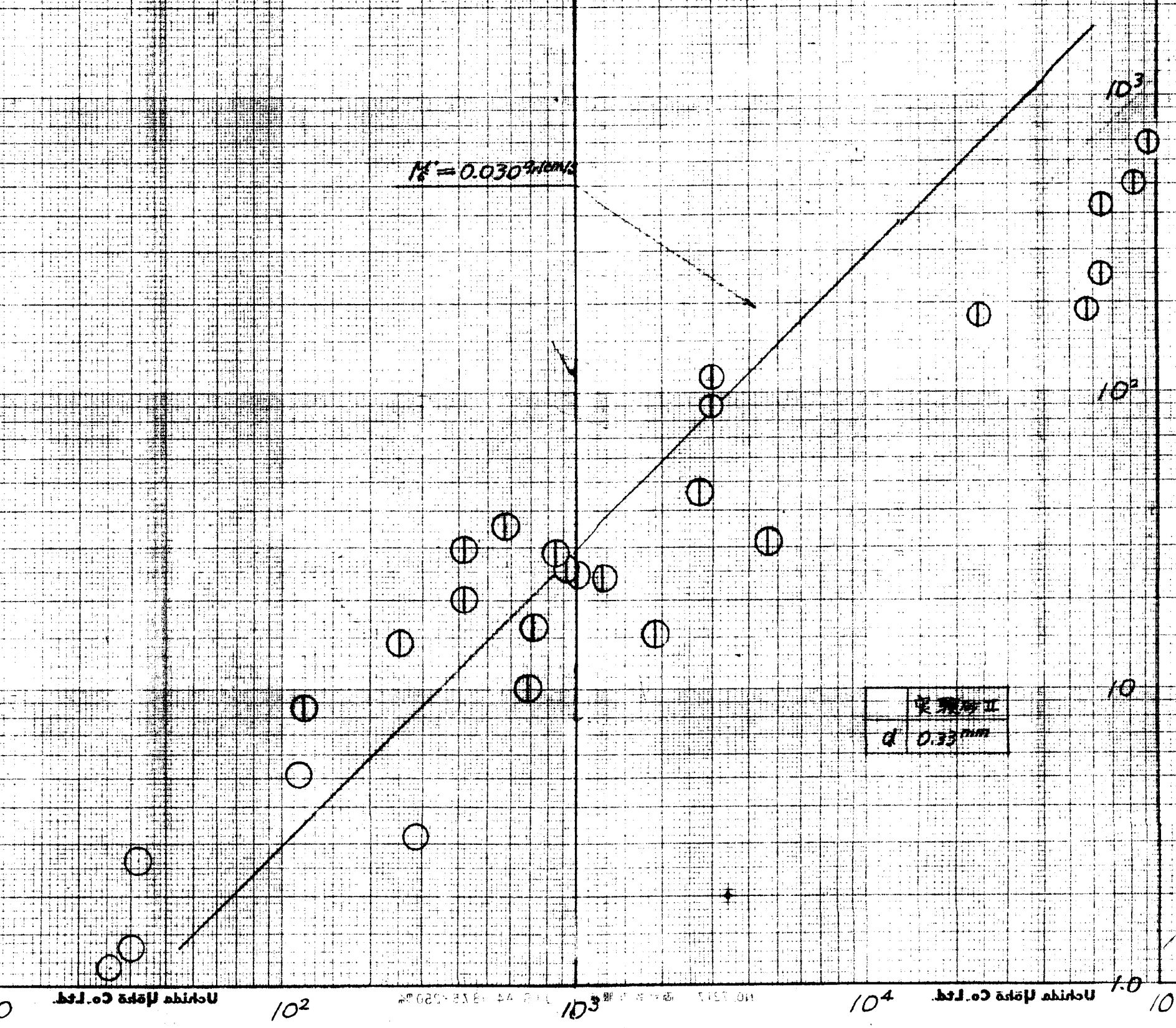
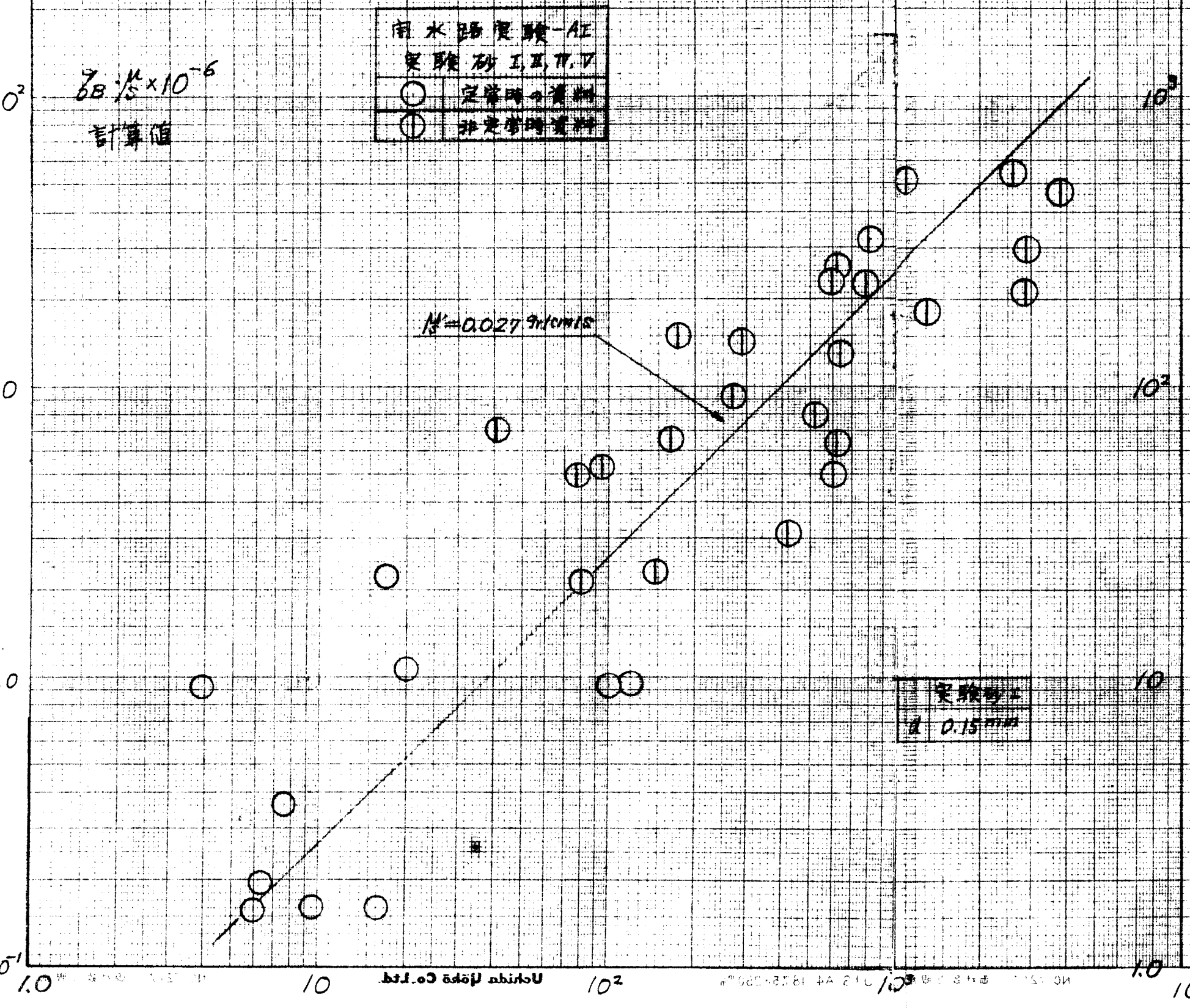
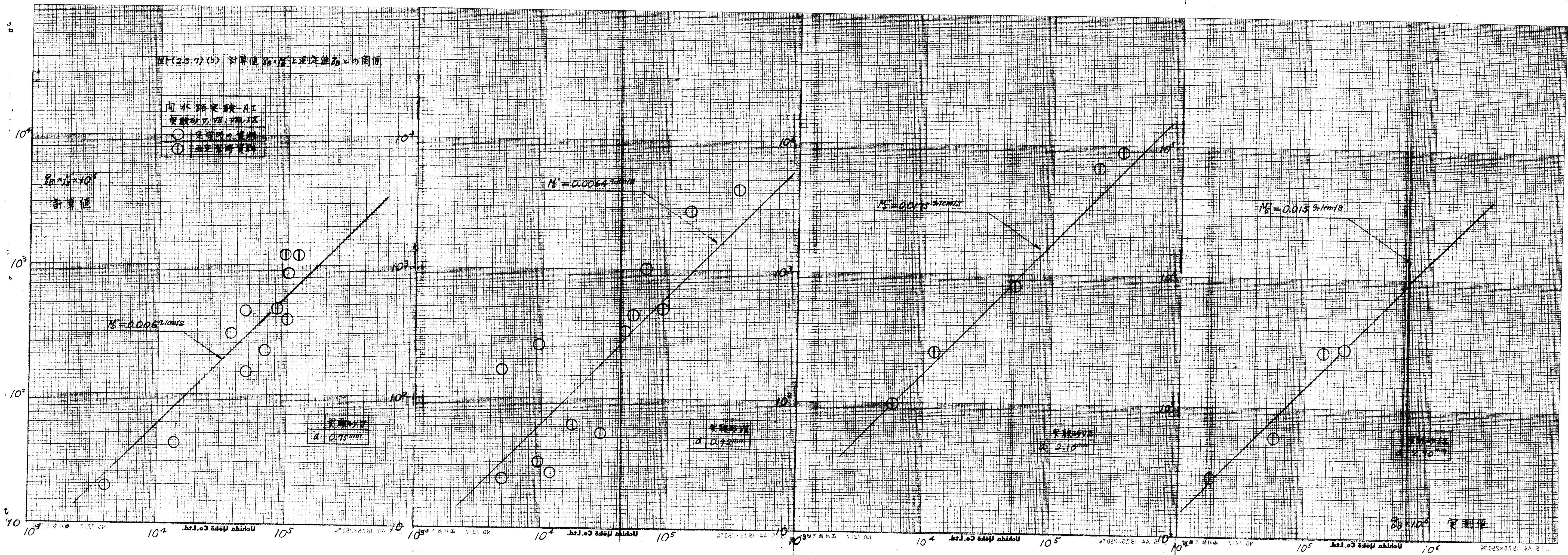
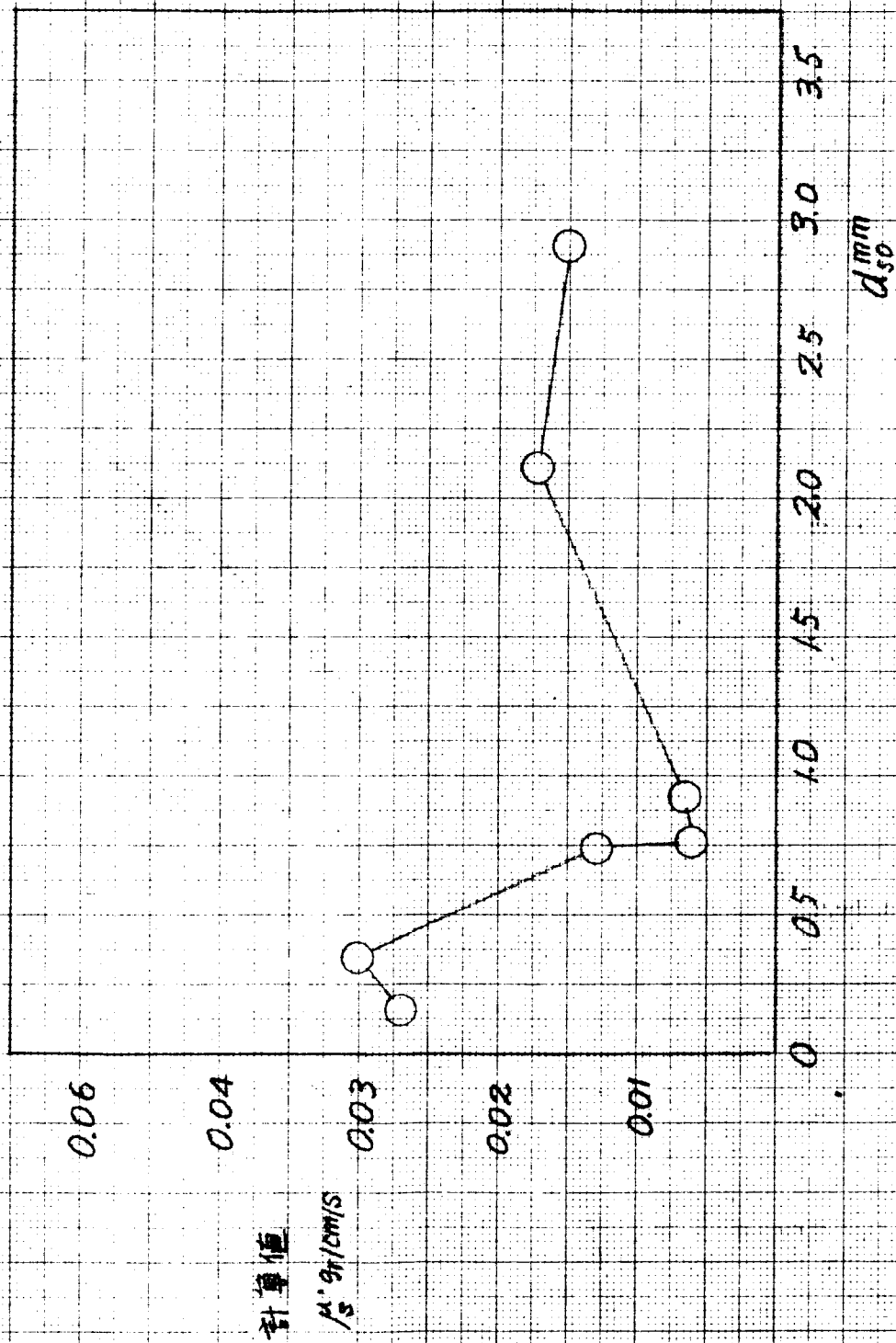


図1-(2.3.7) (a) 計算値 δ_B と実験値 δ_B の関係





図(2.3.8) 計算値 μ_s と d_{50} の関係



図(2.3.9) R^* による K の変化

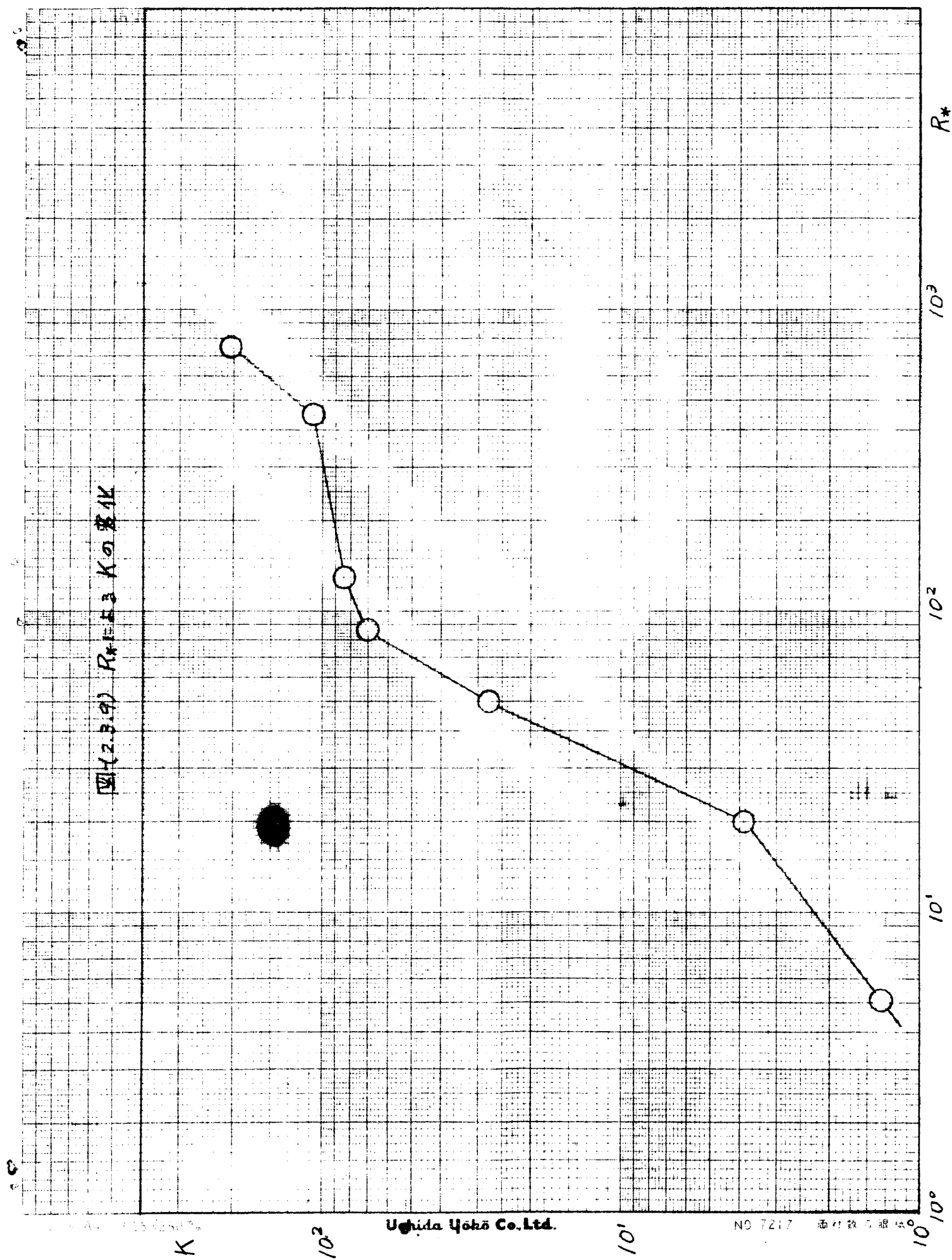
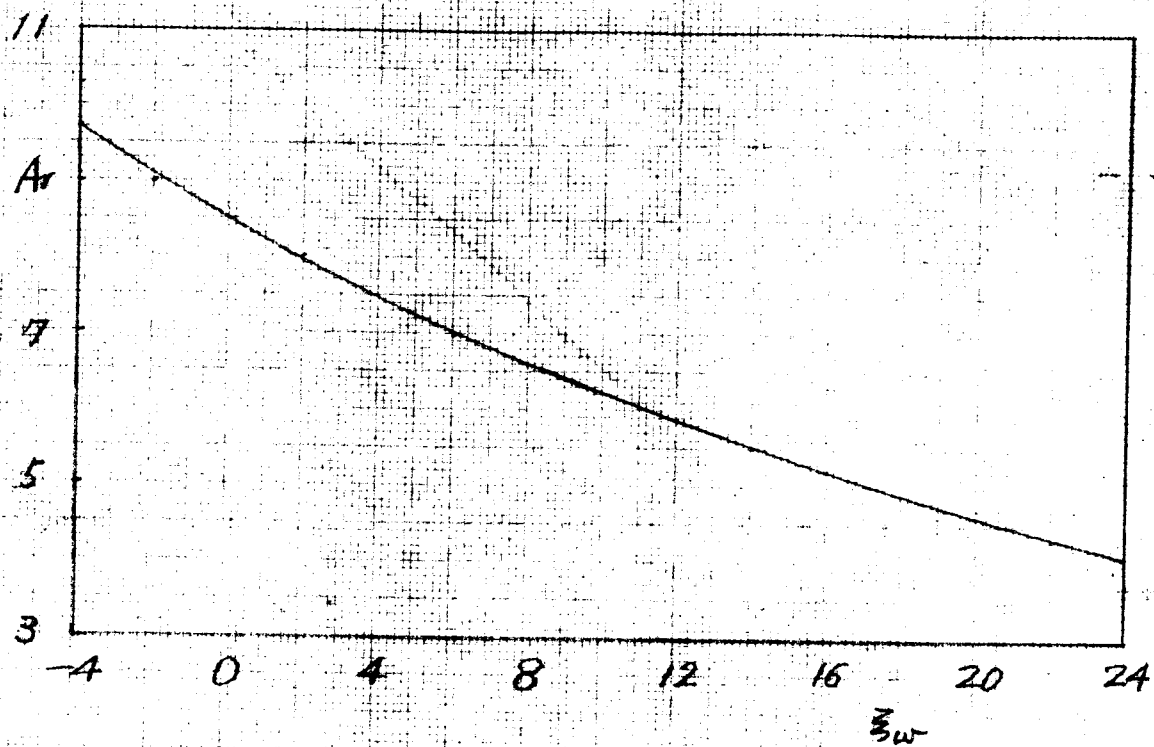


図-(24.12) Ar と ξ_w との関係

(a) $33 < U_* d/\nu < 51.1$



(b) $U_* d/\nu > 51.1$

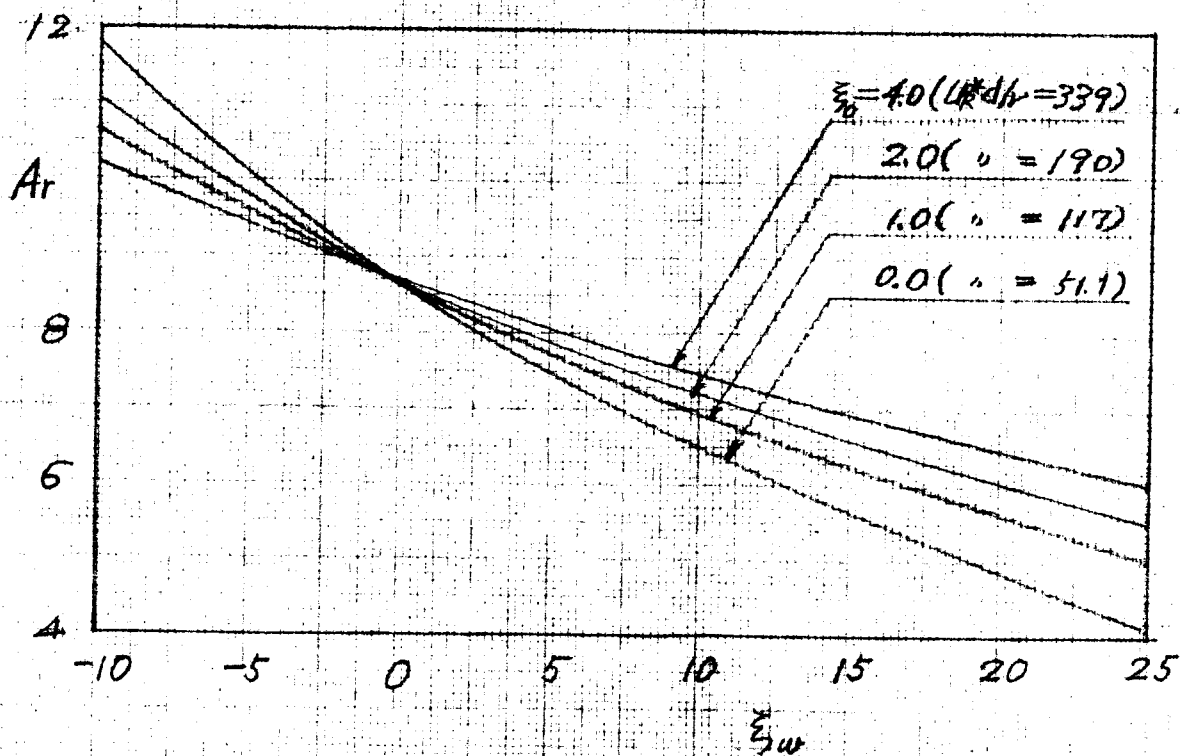


図4-(3.2.1) 断面形状の模型の説明図

開水路水流

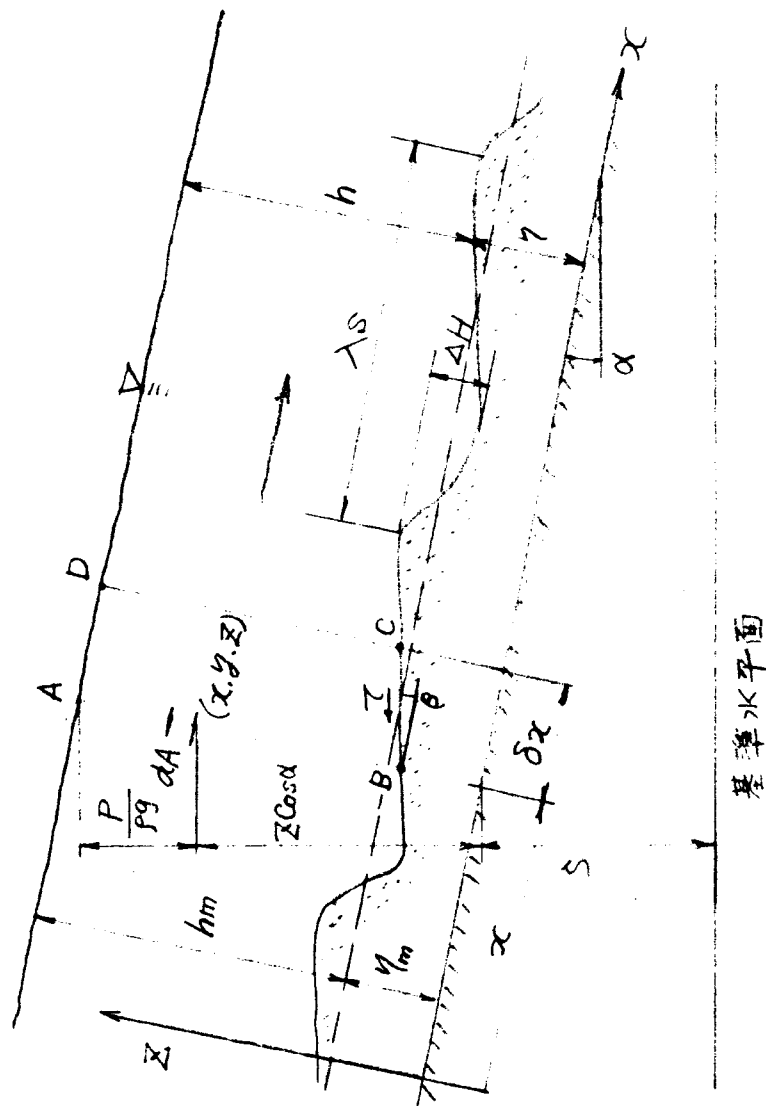
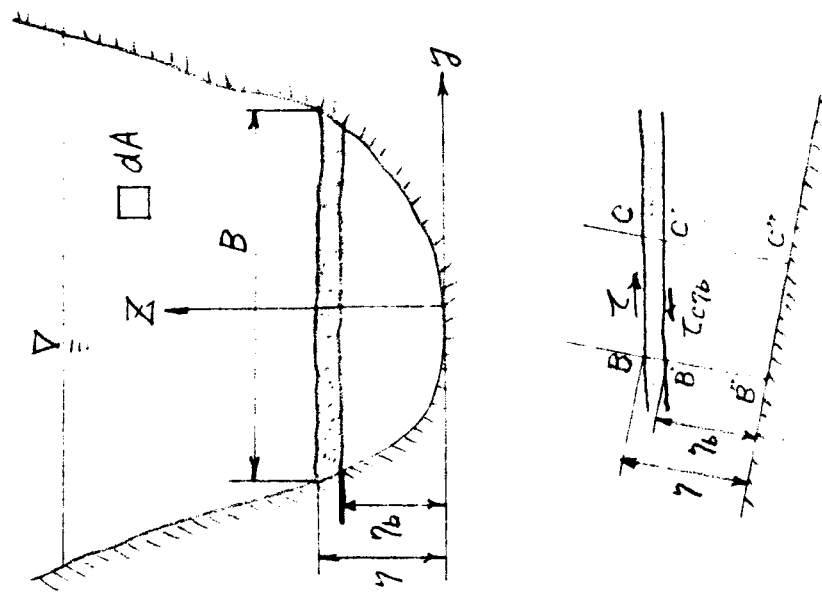
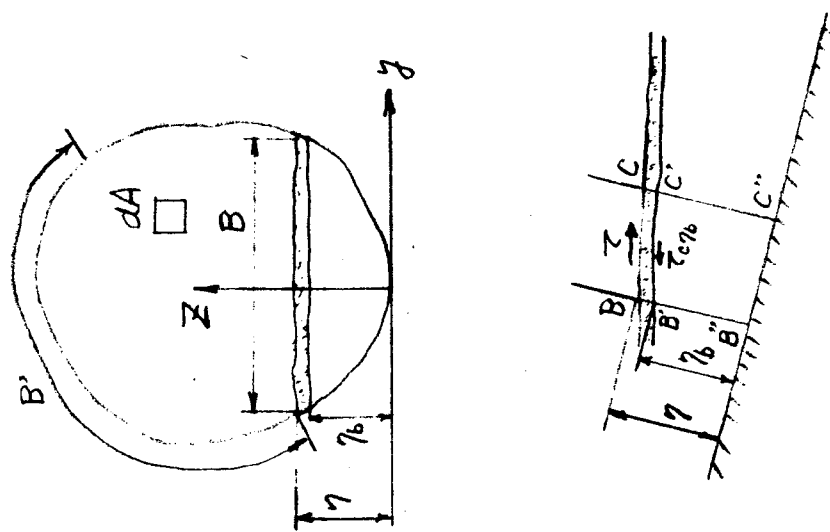


図-(3.2.2) 砂面変形の模型の證明図

閉水路水流



図(3.3.1) 砂面の微小変形の模式的説明図

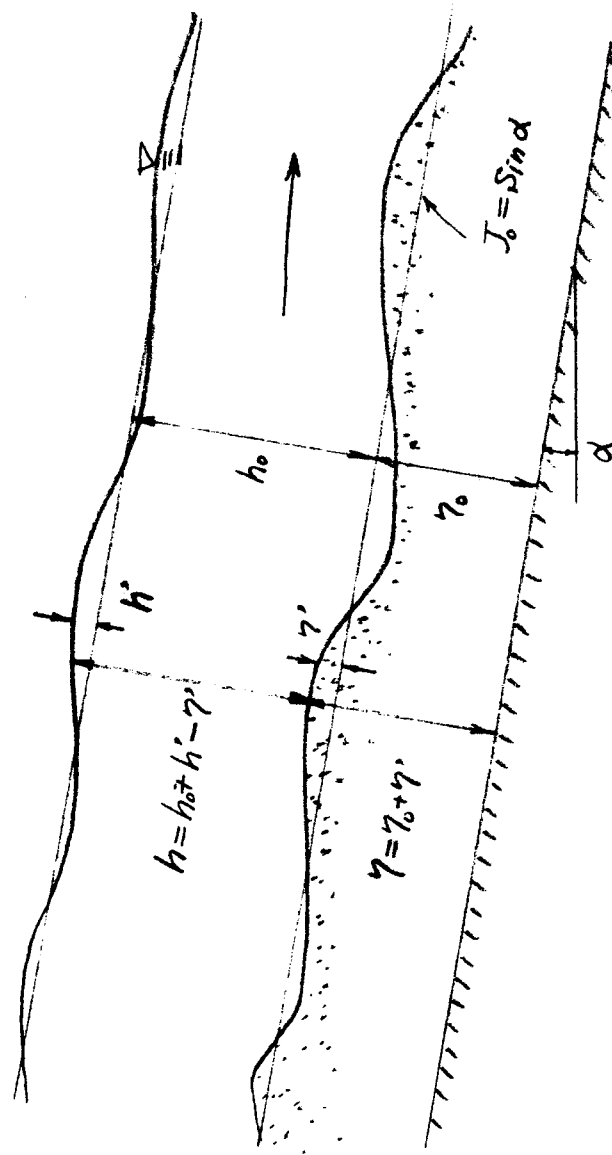


図-(3.4.0) λ と U_{mo}/U_{R_0} との関係

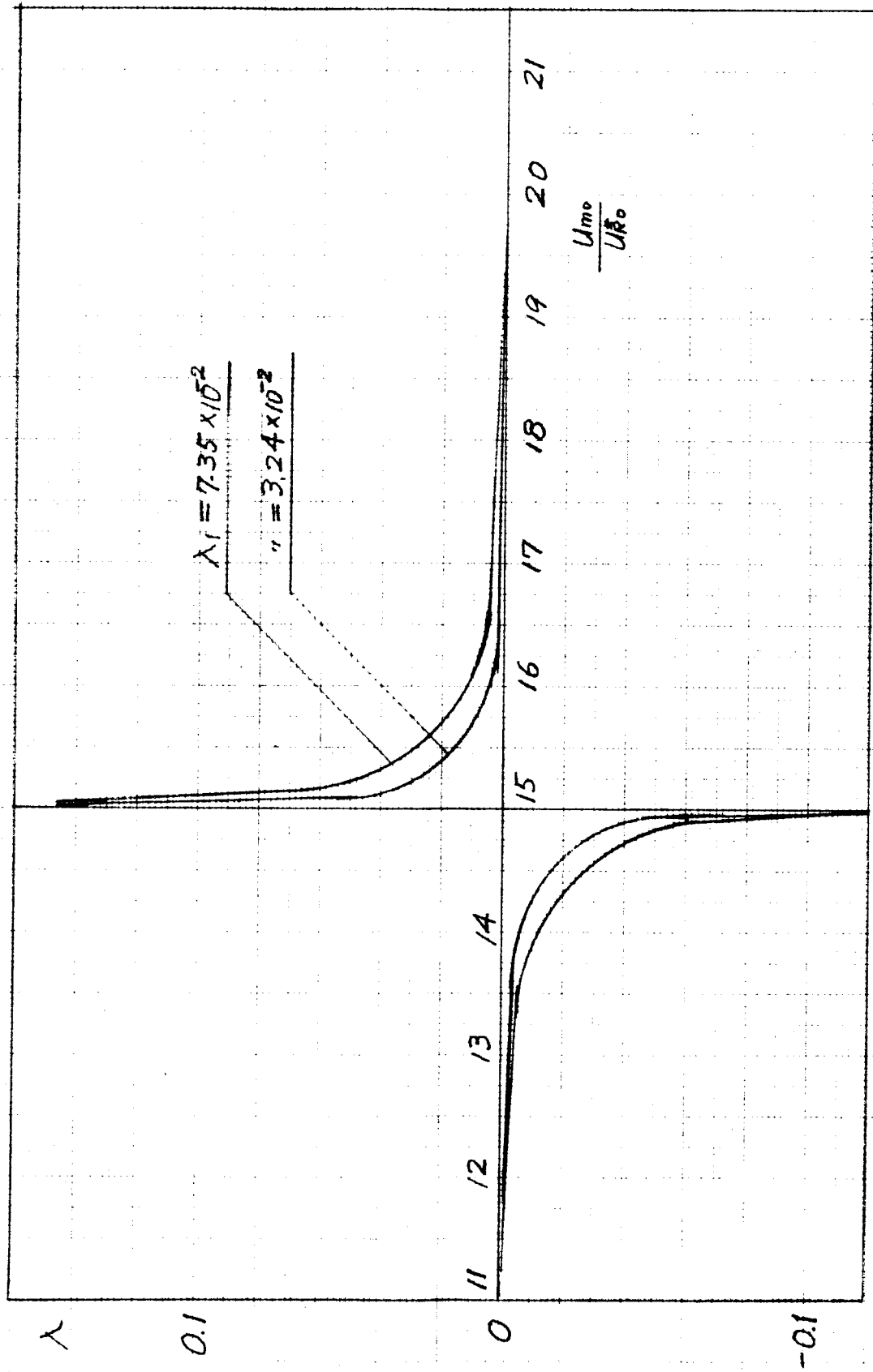
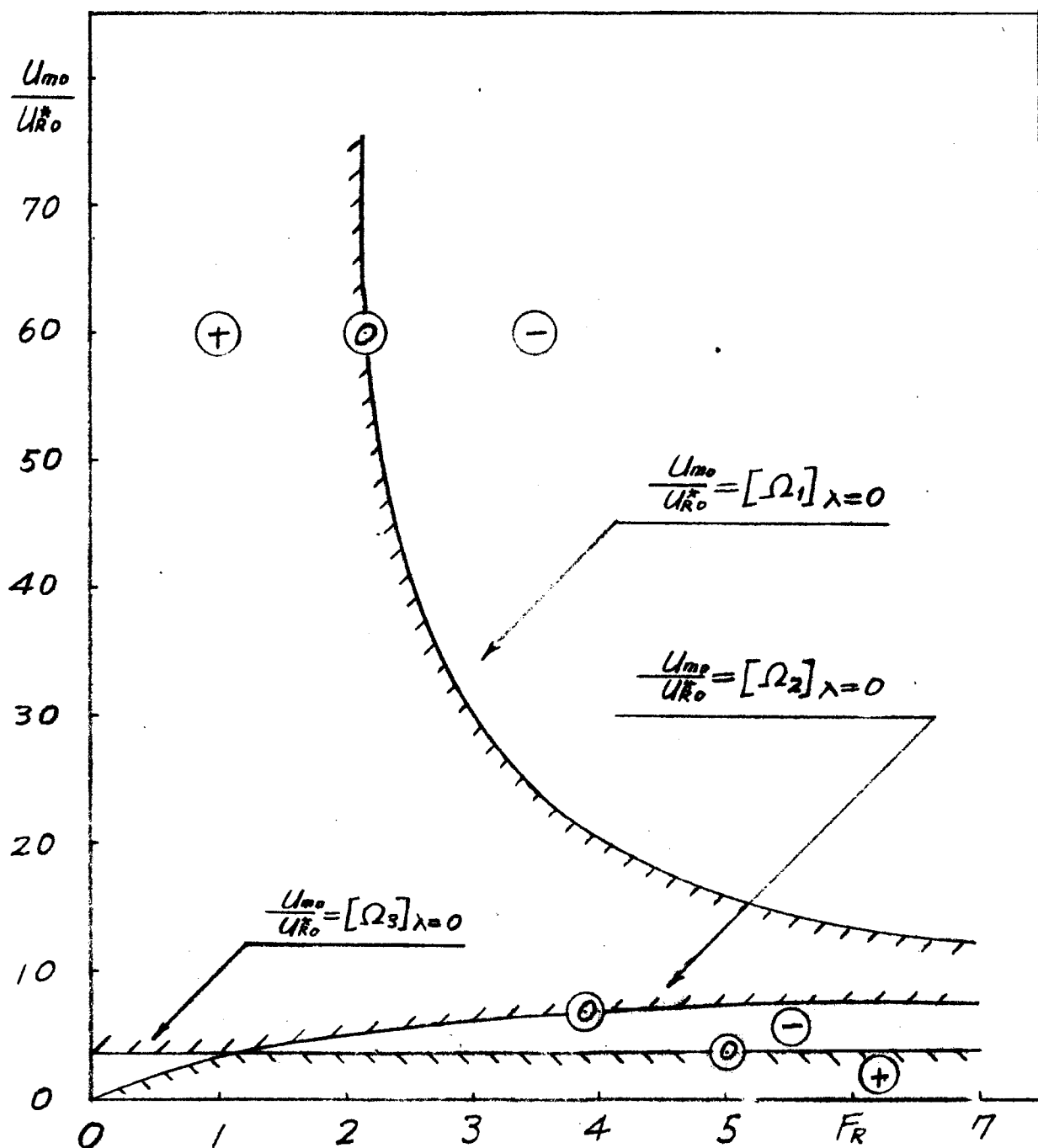


図-(3.4.1) $[\xi_1]_{\lambda=0}$ の符号特性



図(3.4.2) $[\xi_1]_{\lambda=0.1}$ の符号特性

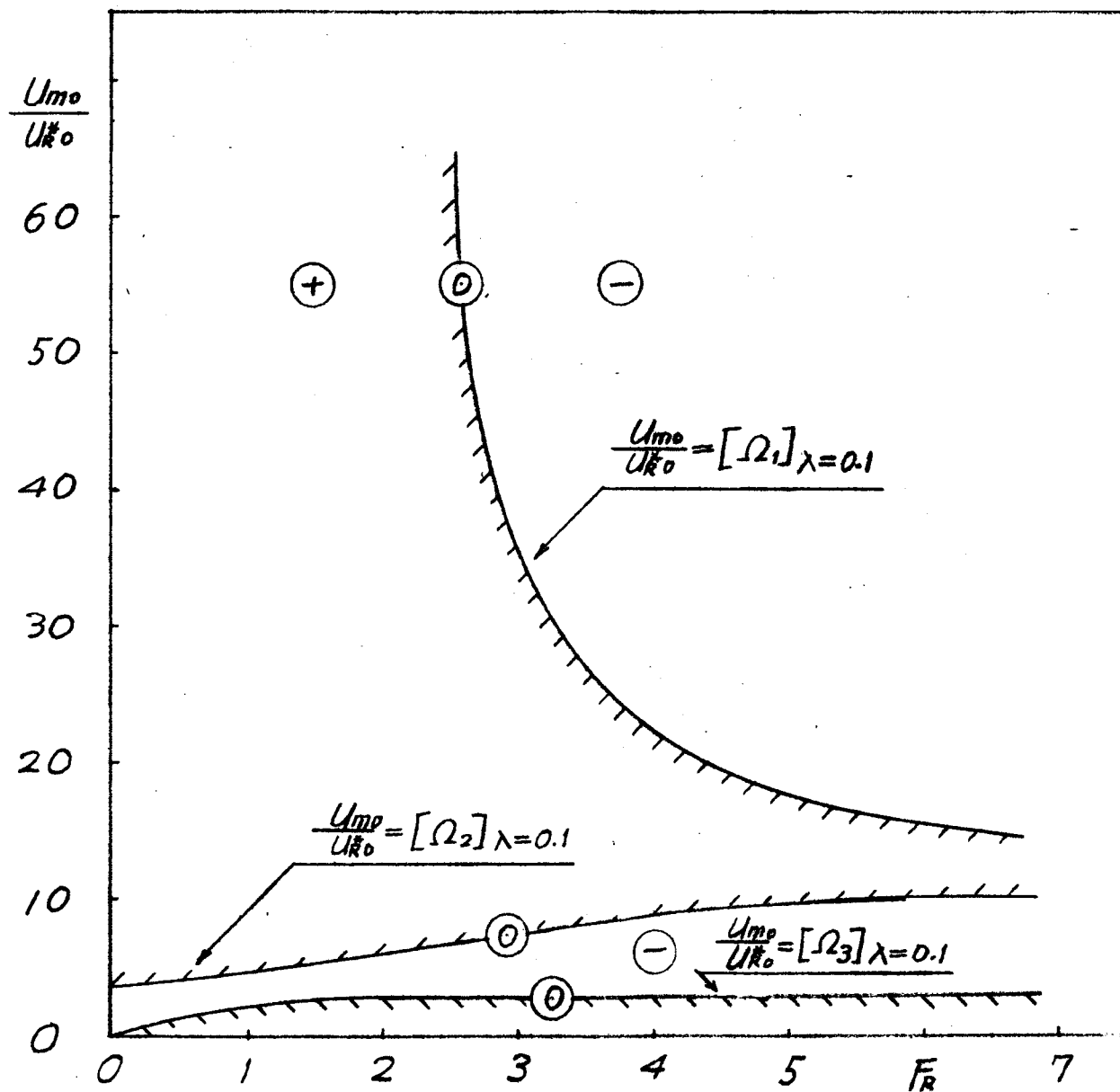


図-(3.4.3) $[\zeta_1]_{\lambda=0}$ の符号特性

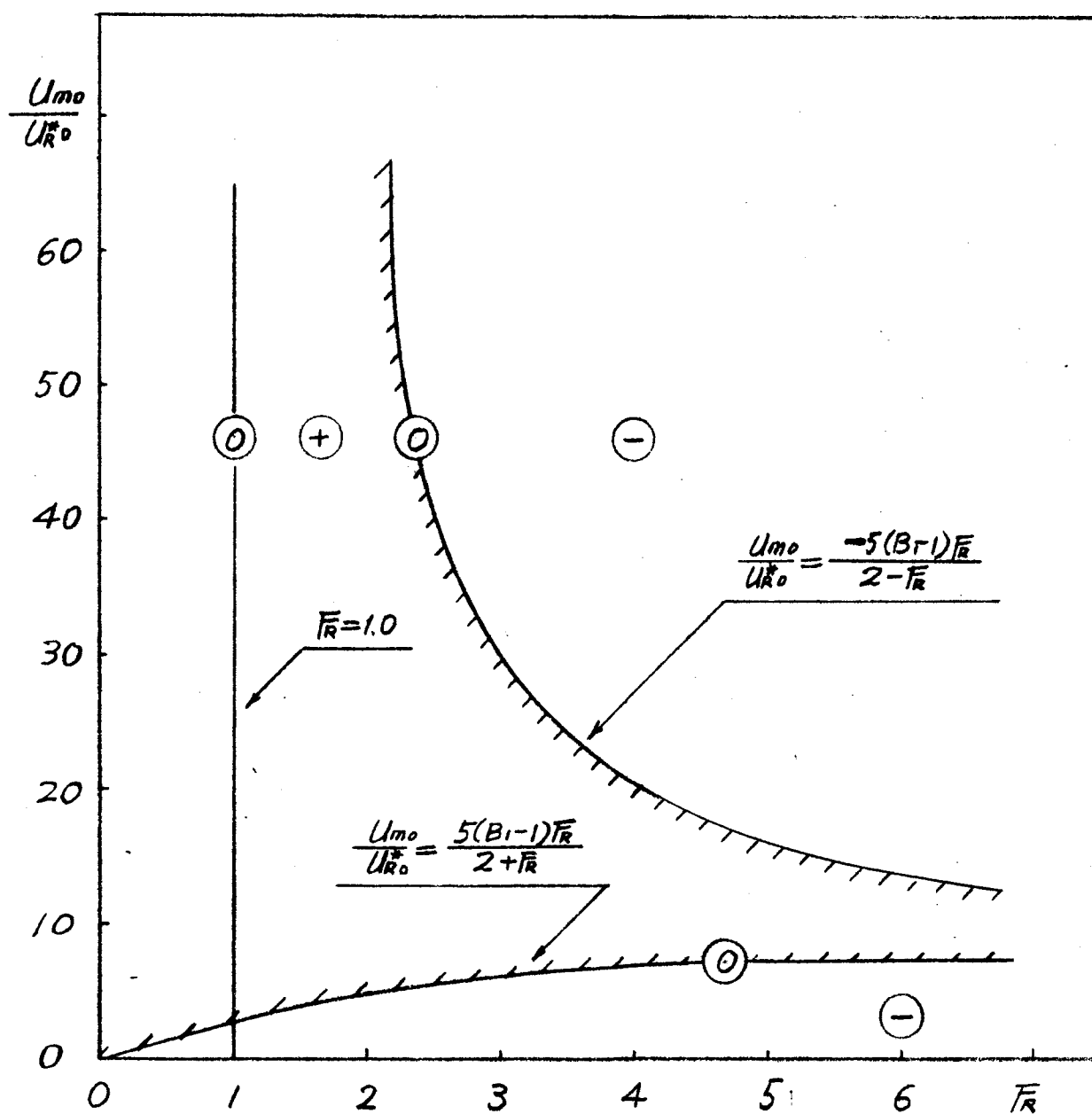


図-(3.4.4) $[G_1]_{\lambda=0.1}$ の符号特性

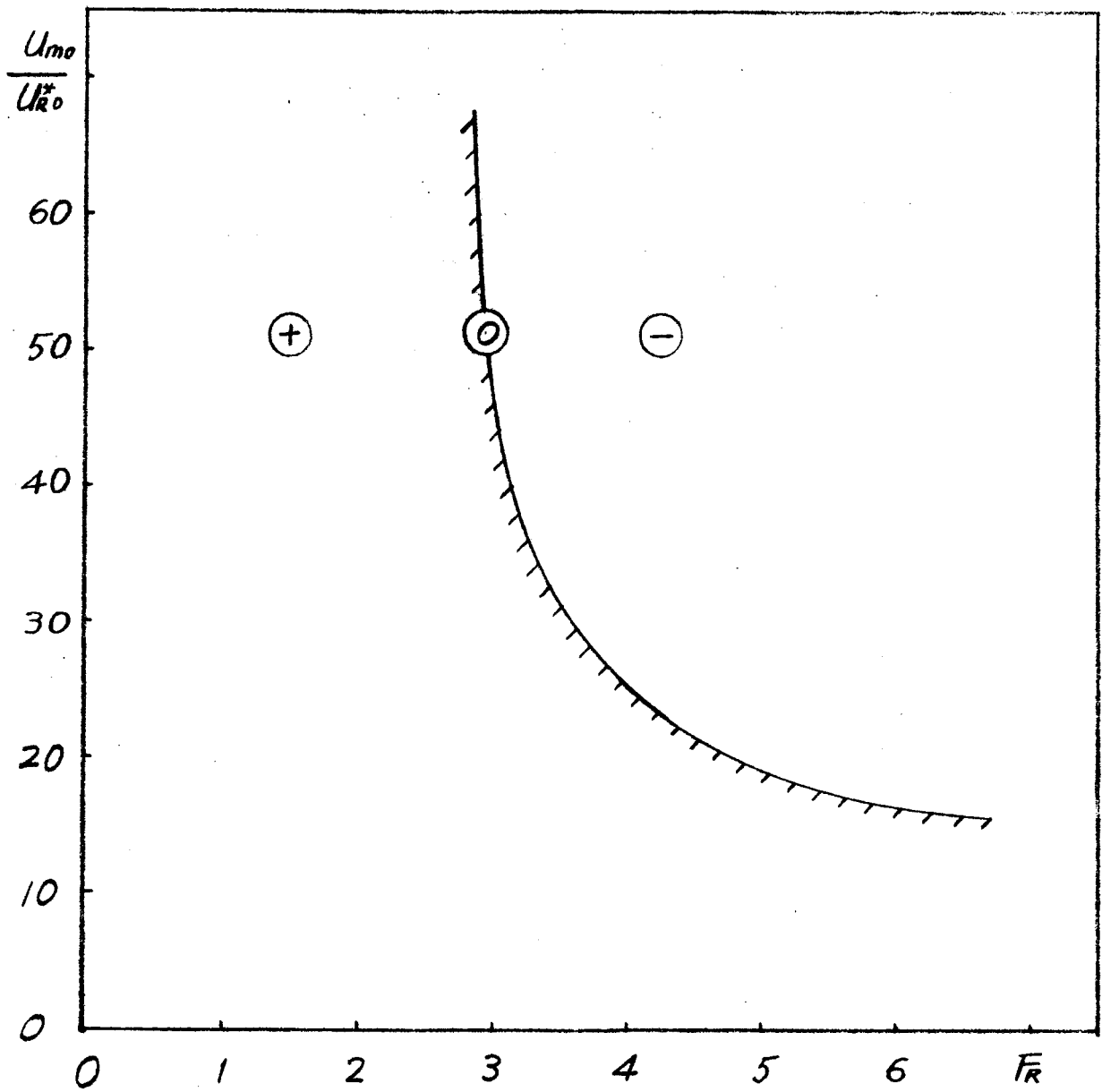


図-(3.4.5) $[0_1]_{\lambda=0}$ の符号特性

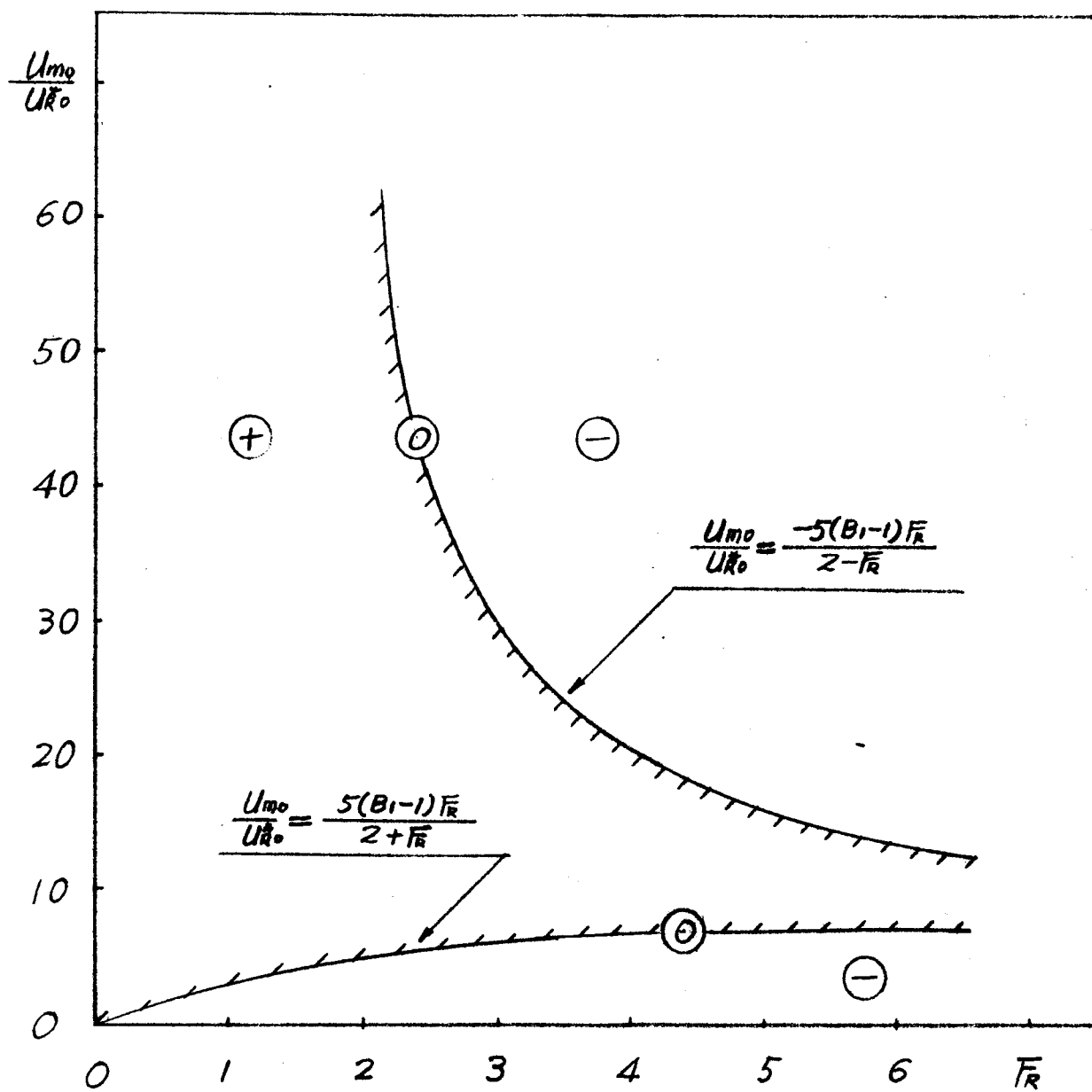


図-(3.4.6) $[\sigma]_{\lambda=0.1}$ の符号特性

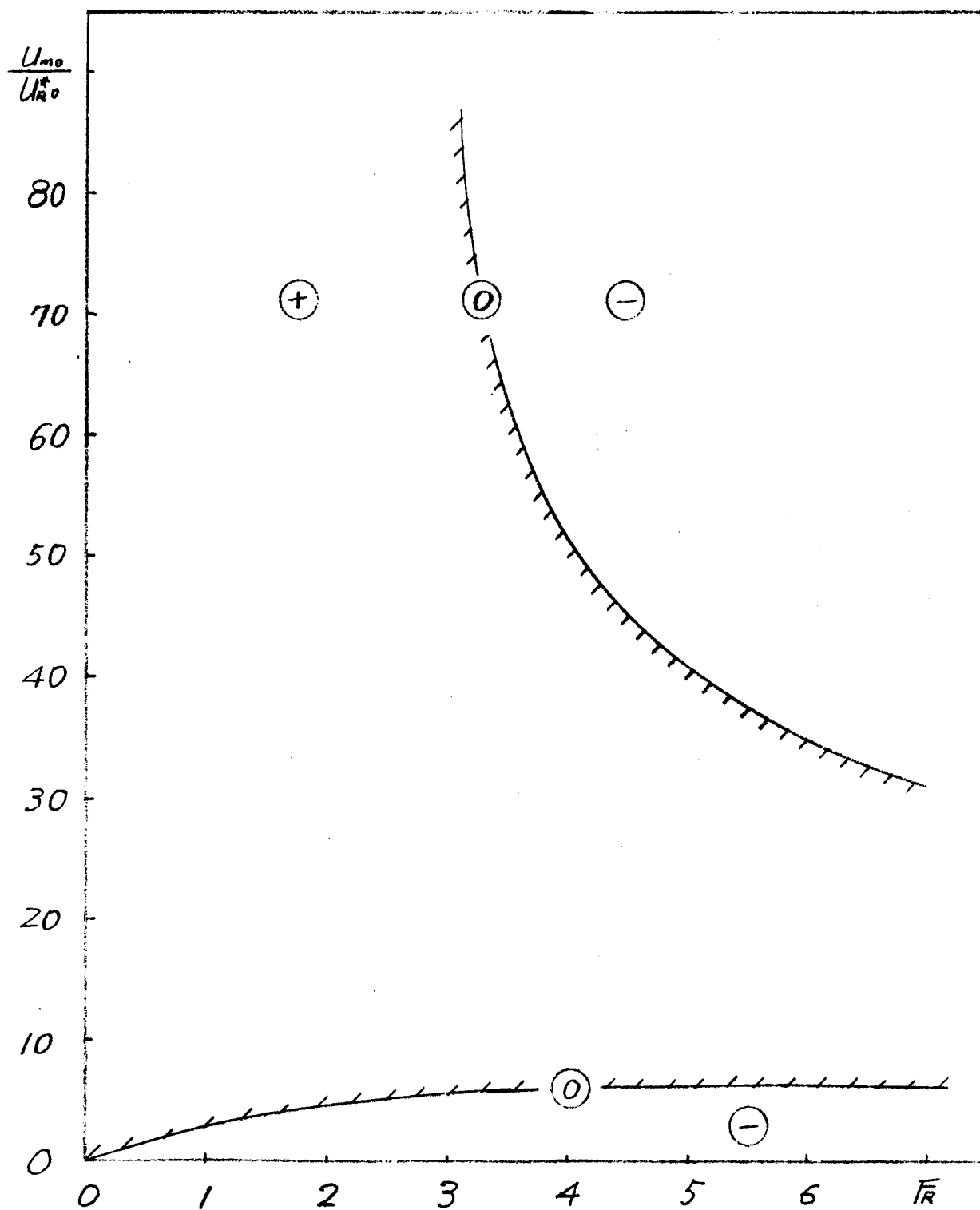
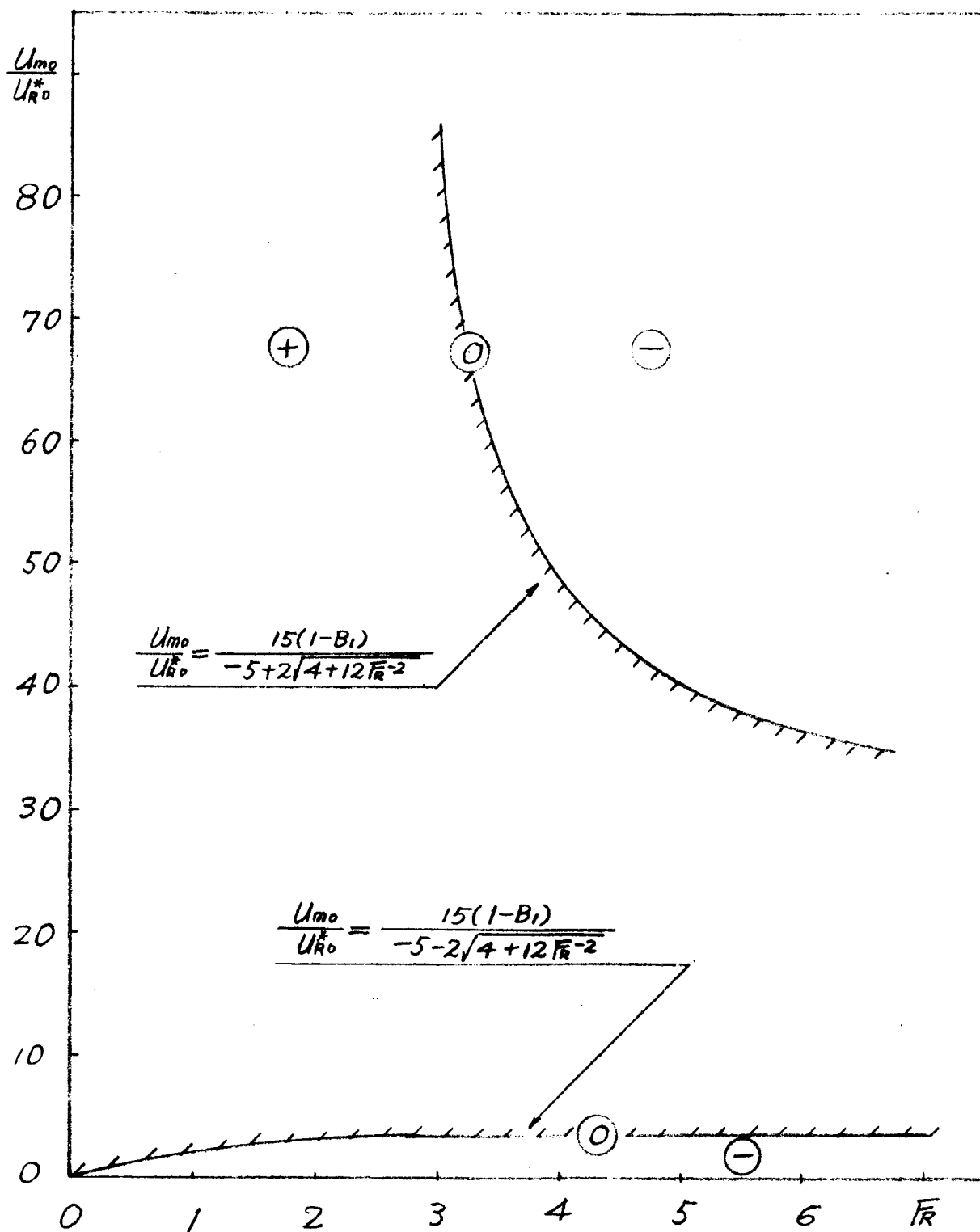
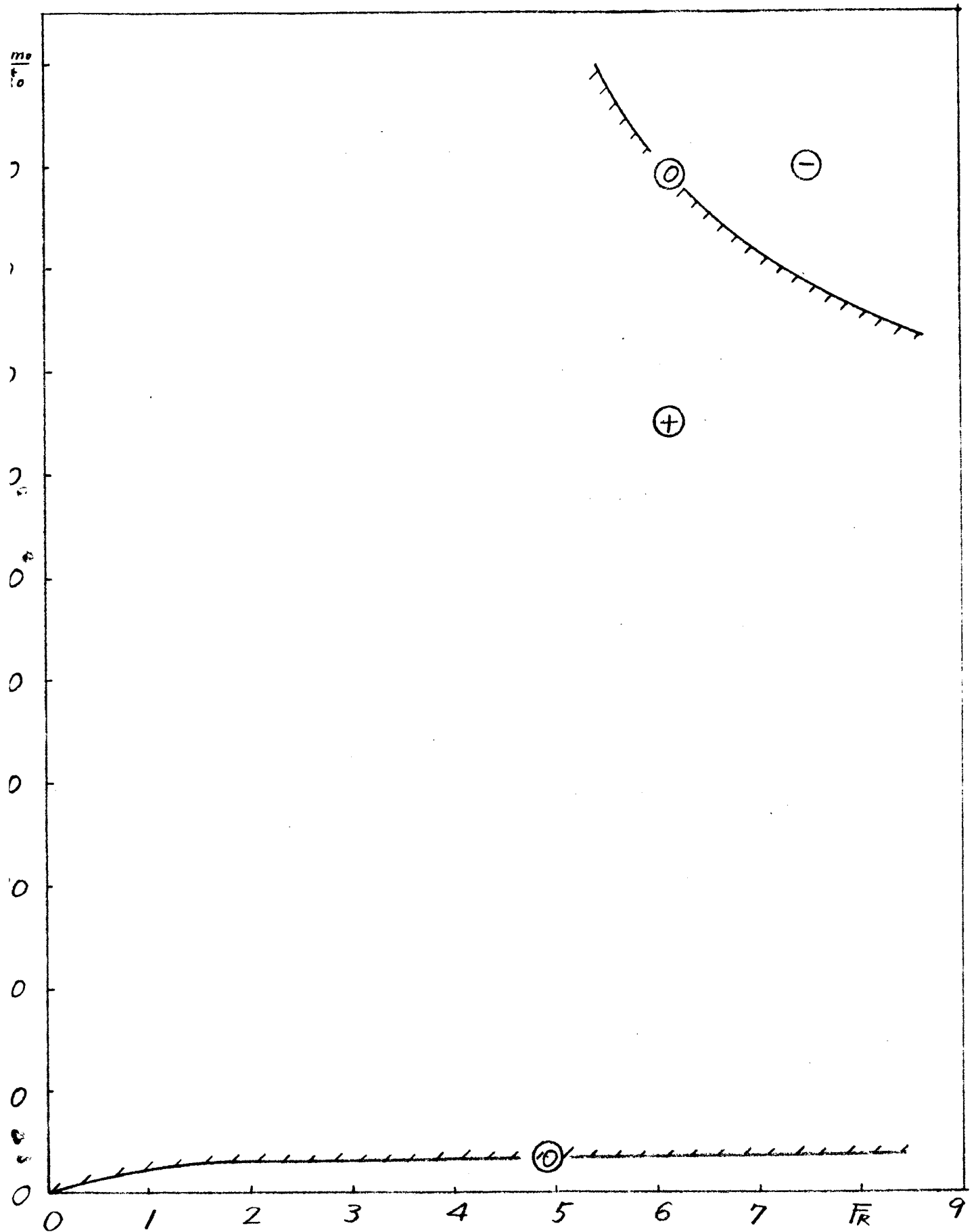


図-(3.4.7) $\left[\left(P - \frac{N}{M} \right)^2 - 4Q + 4 \left(P - \frac{N}{M} \right) \frac{N}{M} \right]_{\lambda=0}$ の符号特性



四-(3.3.8) $\left[\left\{\left(P-\frac{N}{M}\right)^2-4Q+4\left(P-\frac{N}{M}\right)\frac{N}{M}\right\}_1\right]_{\lambda=0.1}$ の符号特性



図(3.4.9) $[b_1]_{\lambda=0}$ の符号特性

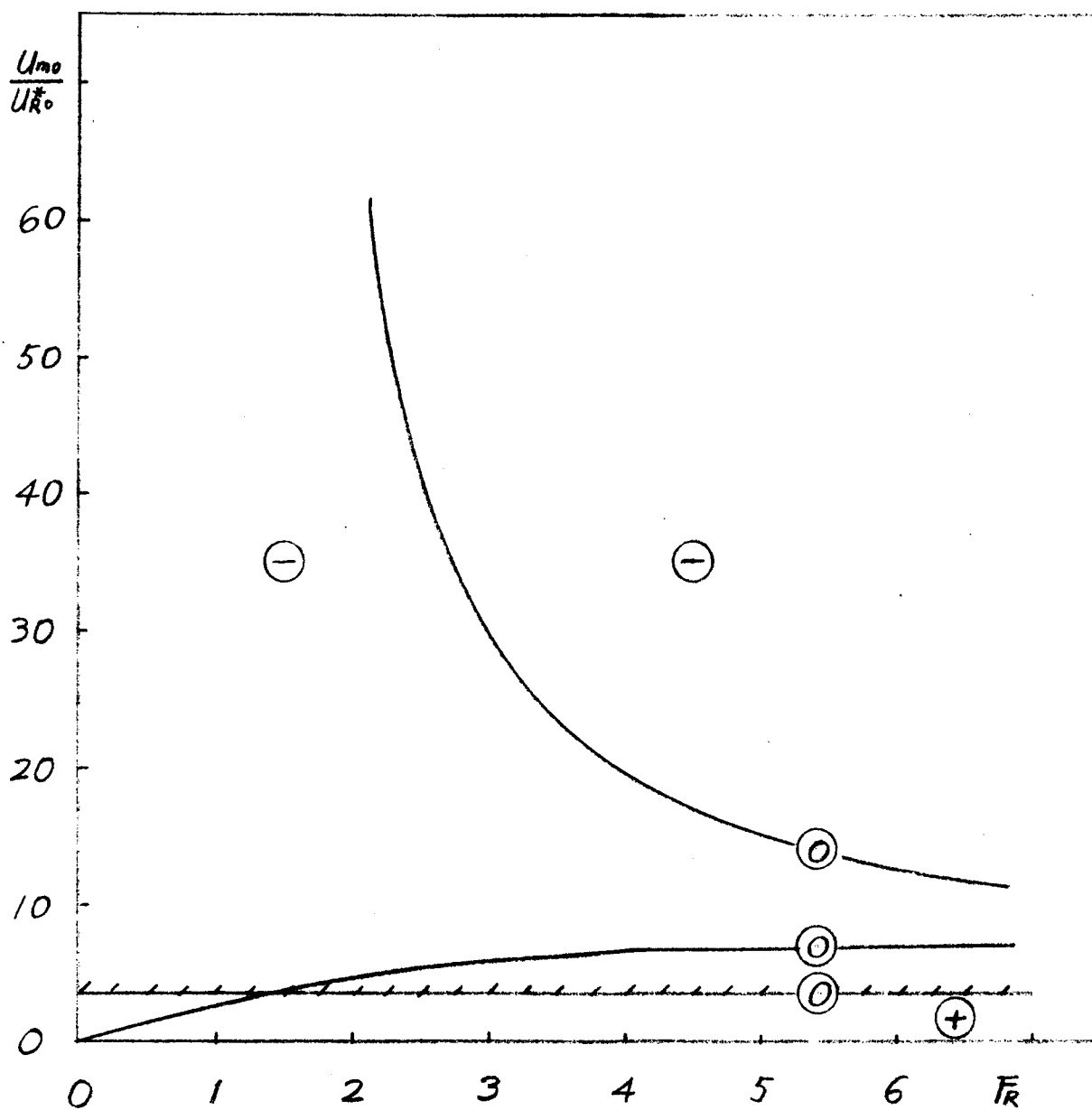


図-(3.4.10) $[b_2]_{\lambda=0}$ の符号特性

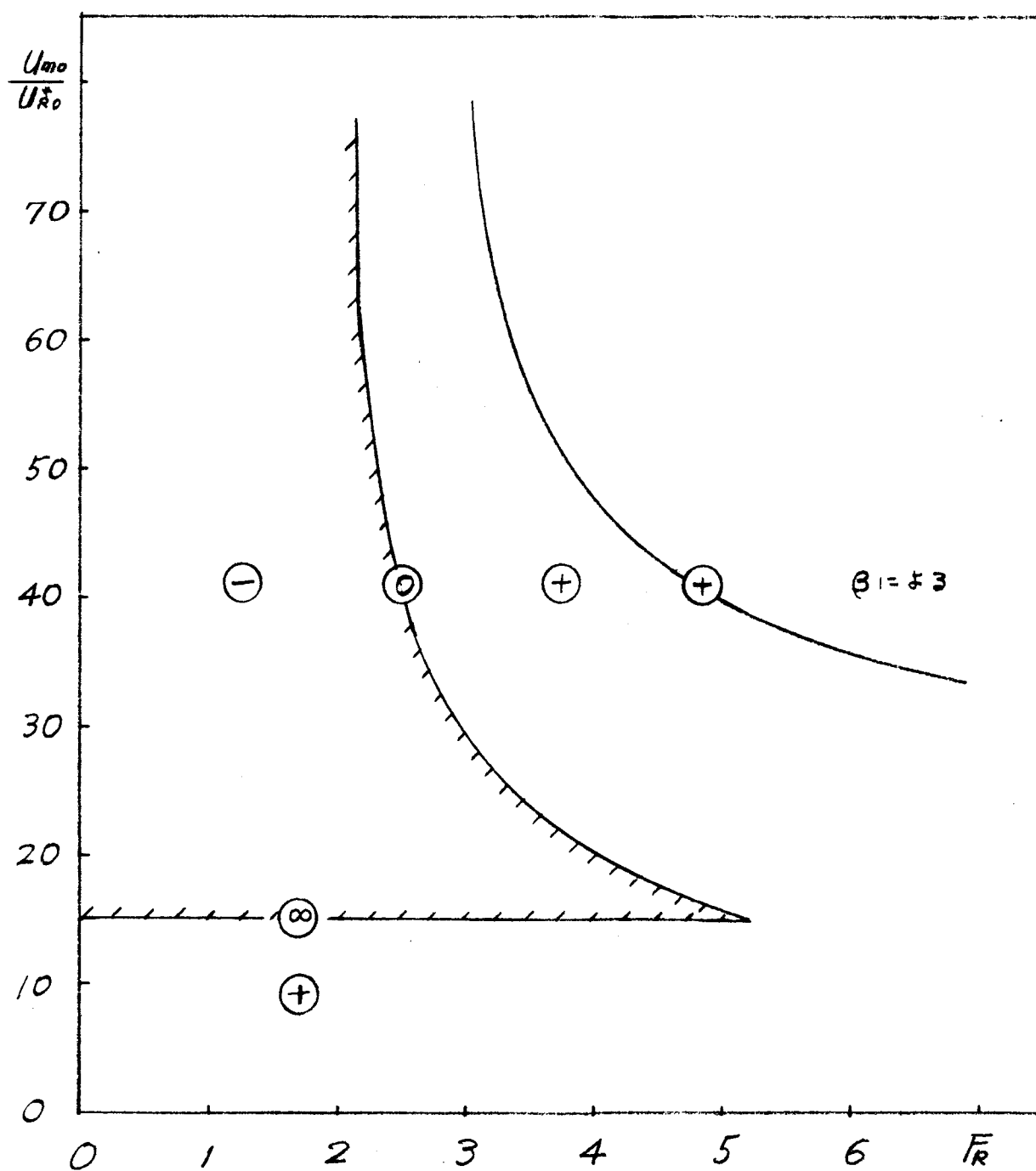


图-(3.4.11) $[b_3]_{\lambda=0}$ 的符号特性

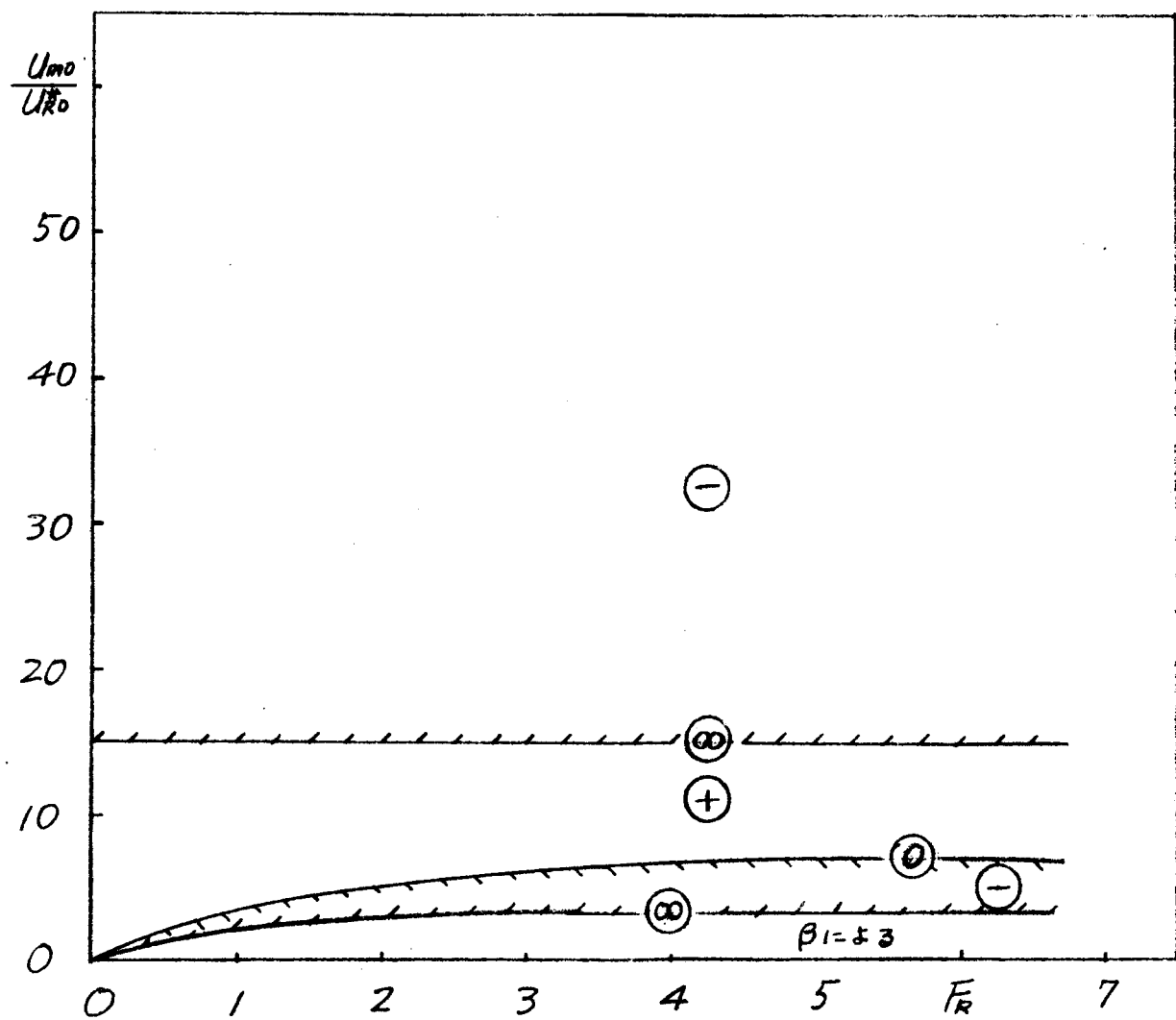


図-(3.4.12) $[w_{s1}]_{\lambda=0}$ の符号特性

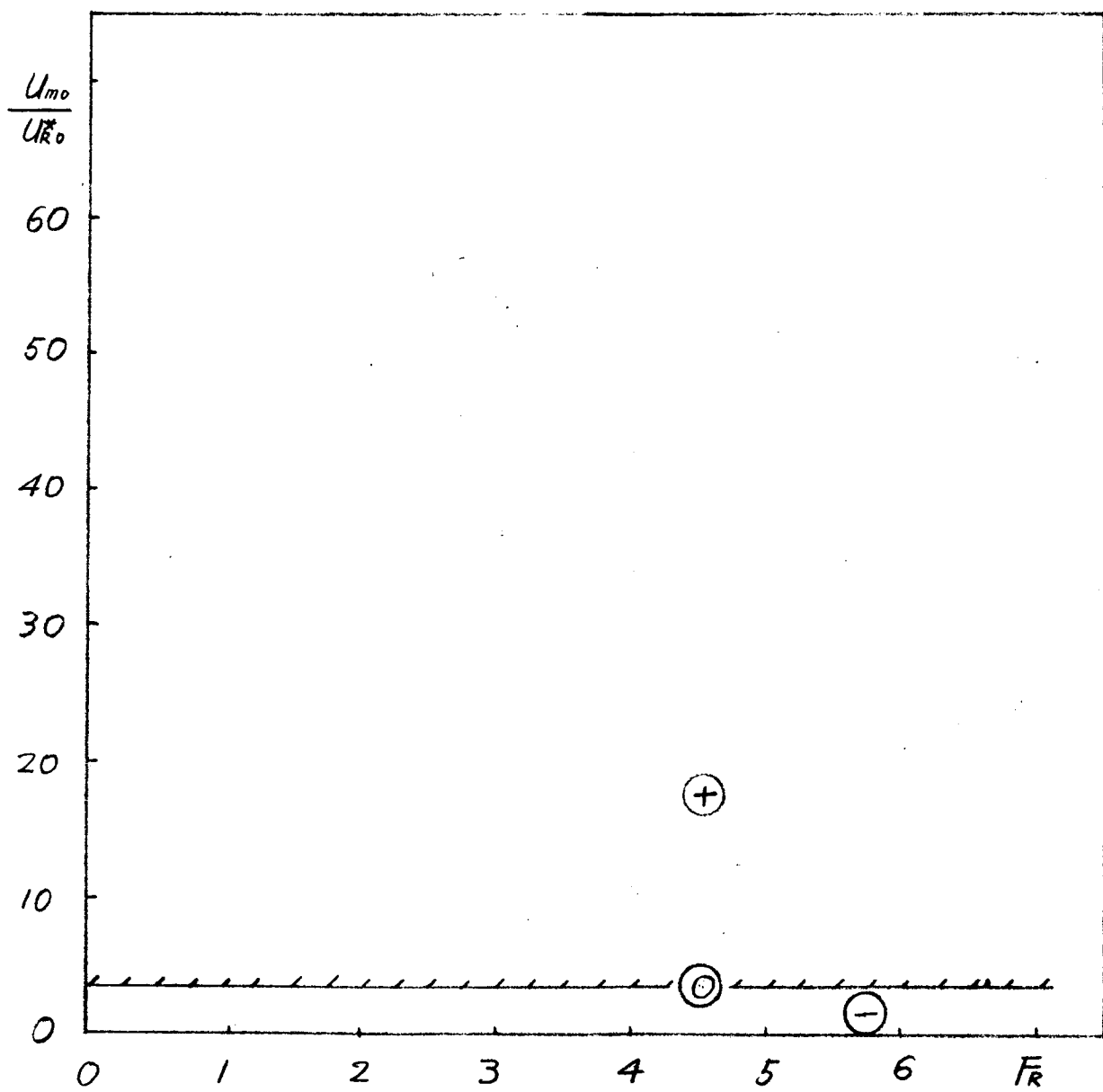


図-(3.4.13) $[W's_2]_{\lambda=0}$ の符号特性

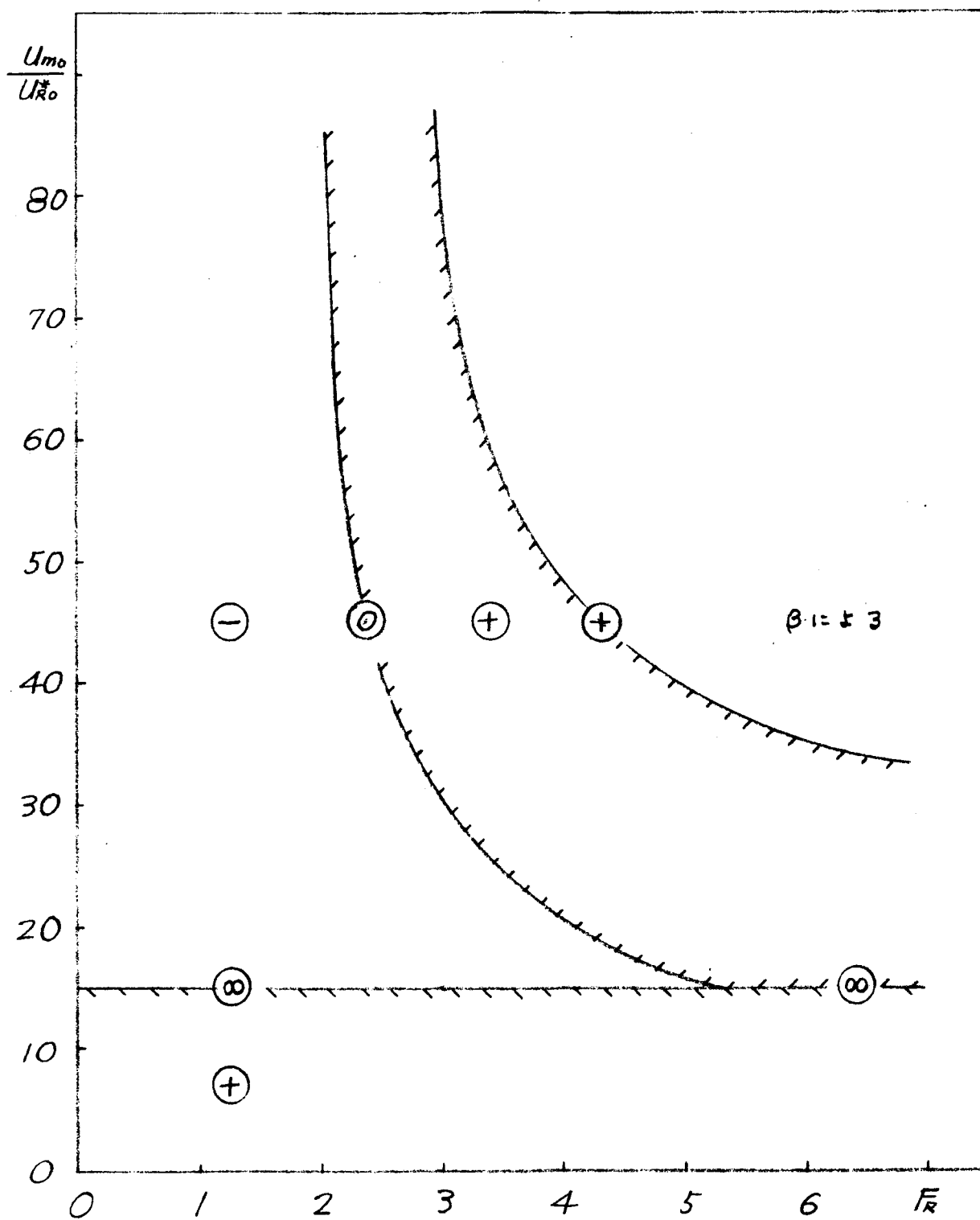
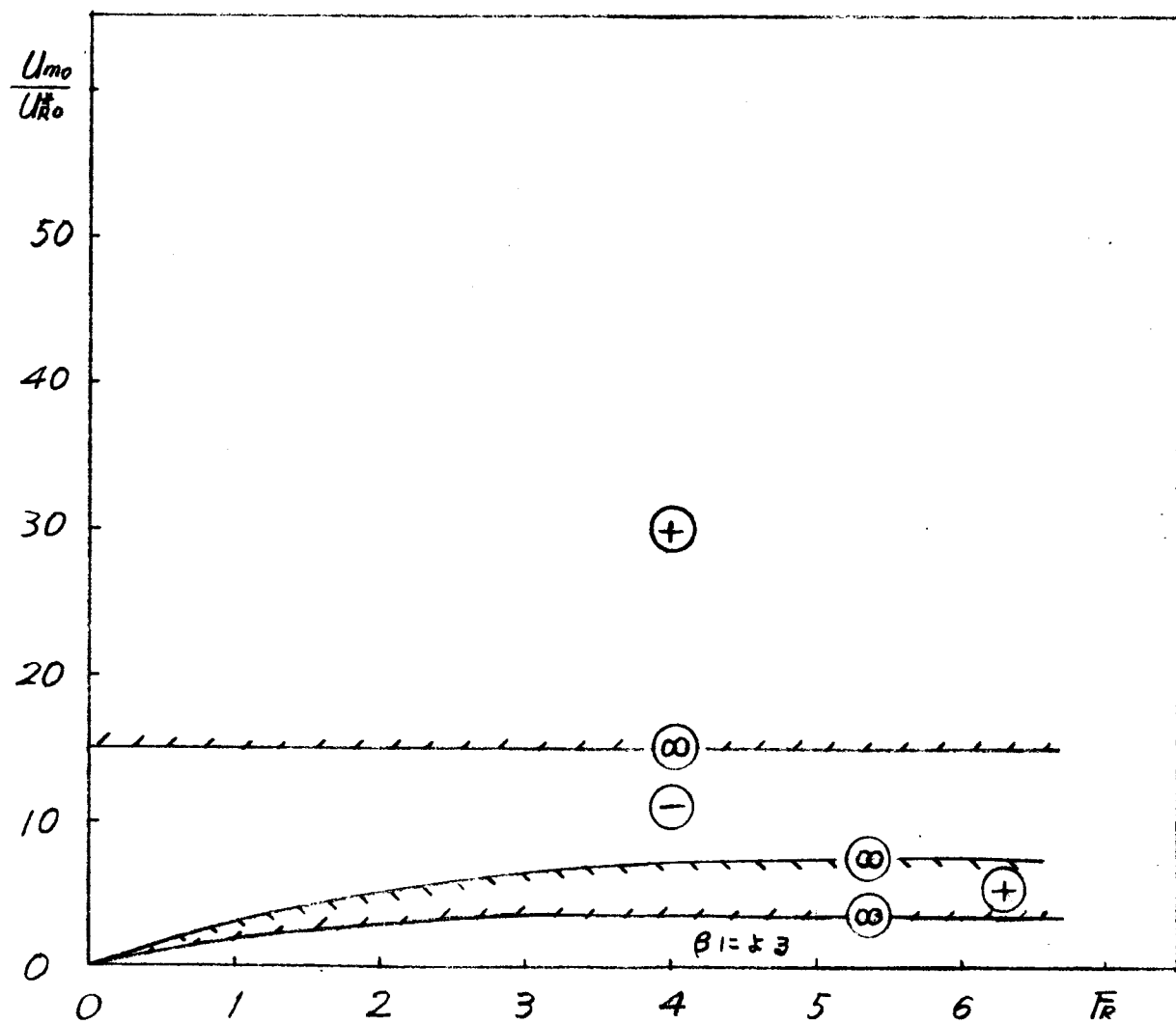
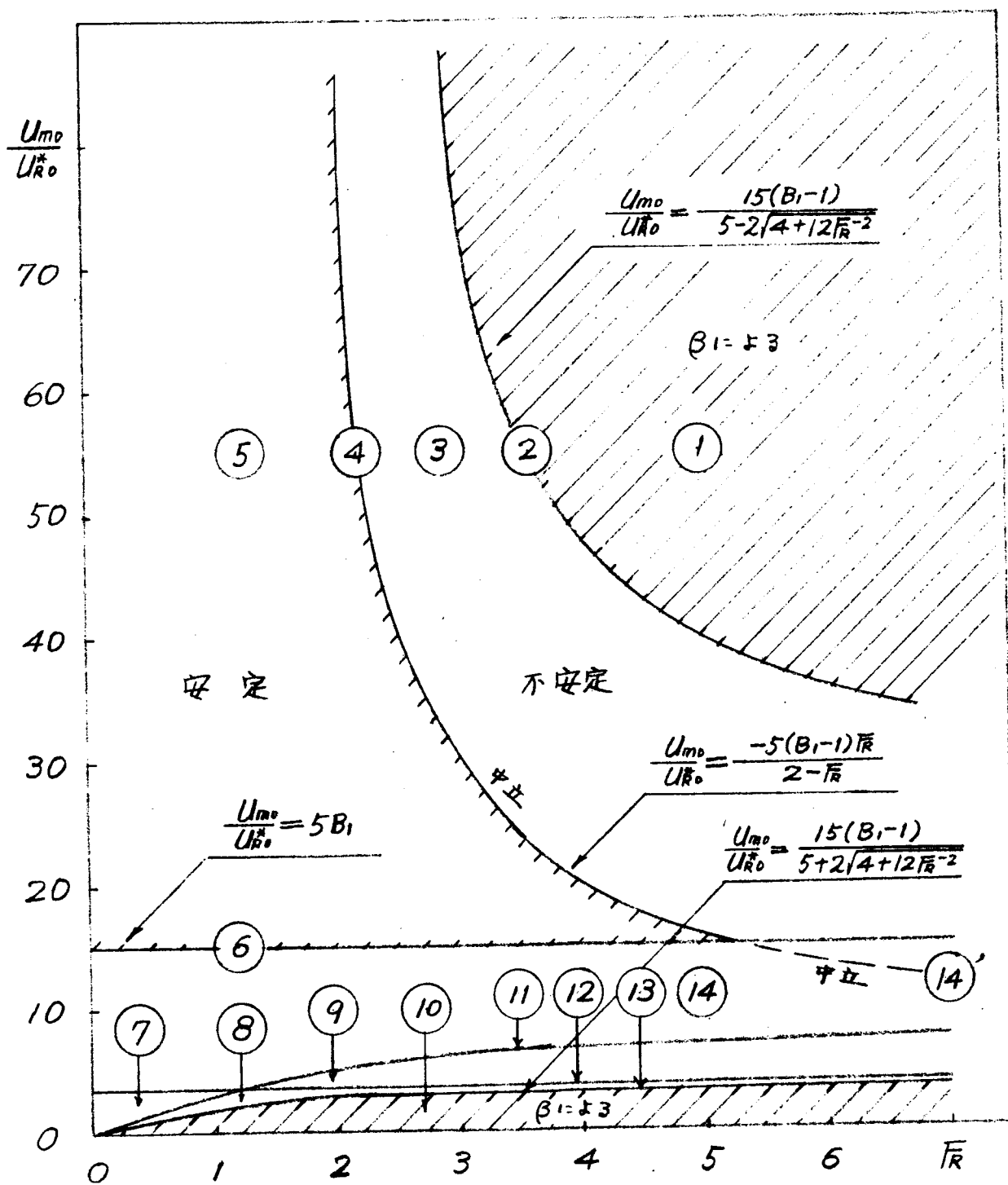


図-(3.4.14) $[W\bar{s}_2]_{\lambda=0}$ の符号特性



図(3.4.15) $W_0 > 0$ のときの不安定性
 $\lambda = 0$



図(3.4.16) $W_3 > 0$ のときの不安定性
 $\lambda = 0.1$

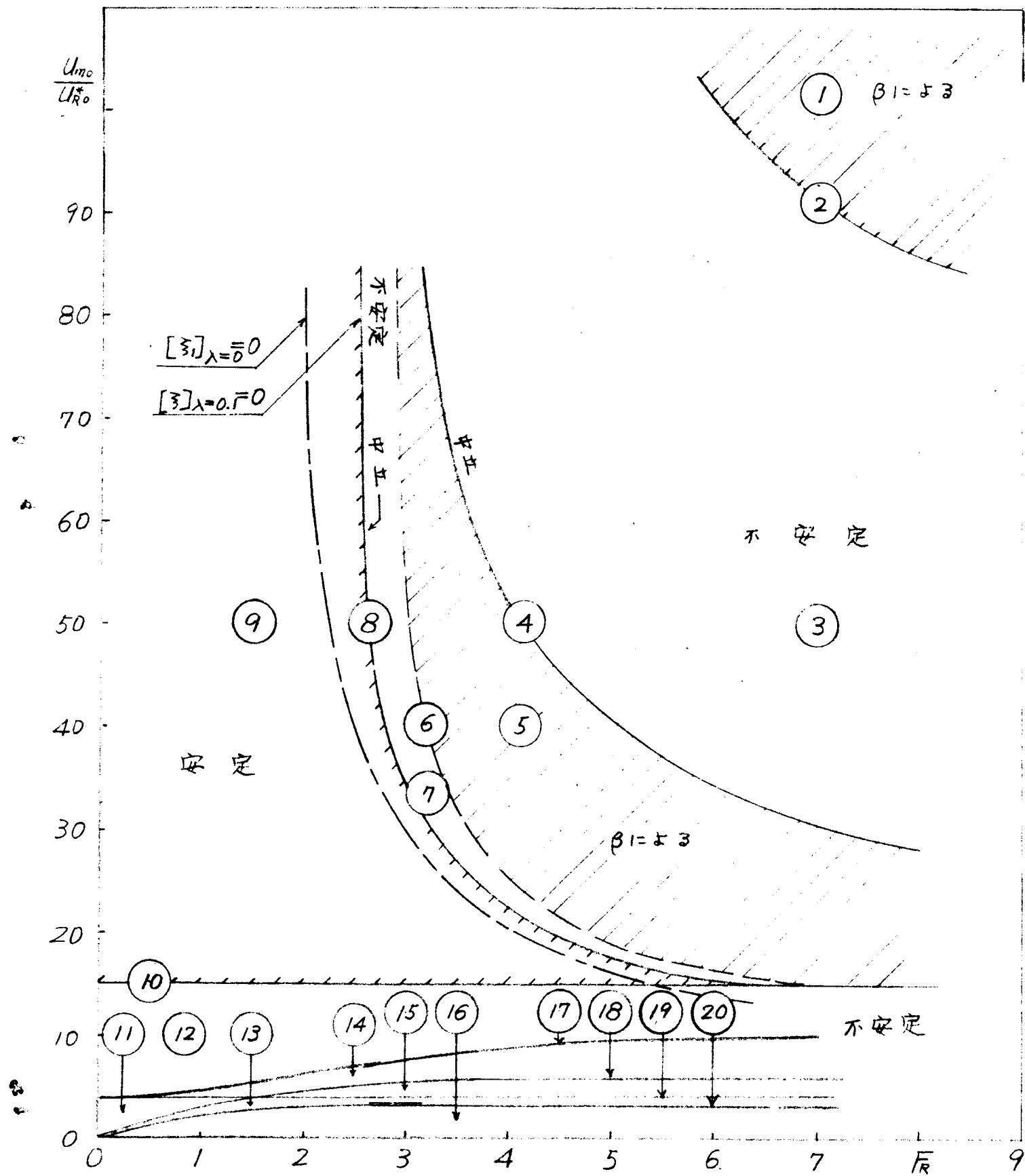


図-(3.4.17) $W_5 > 0$ のときの不安定性
 $\lambda \rightarrow +\infty$

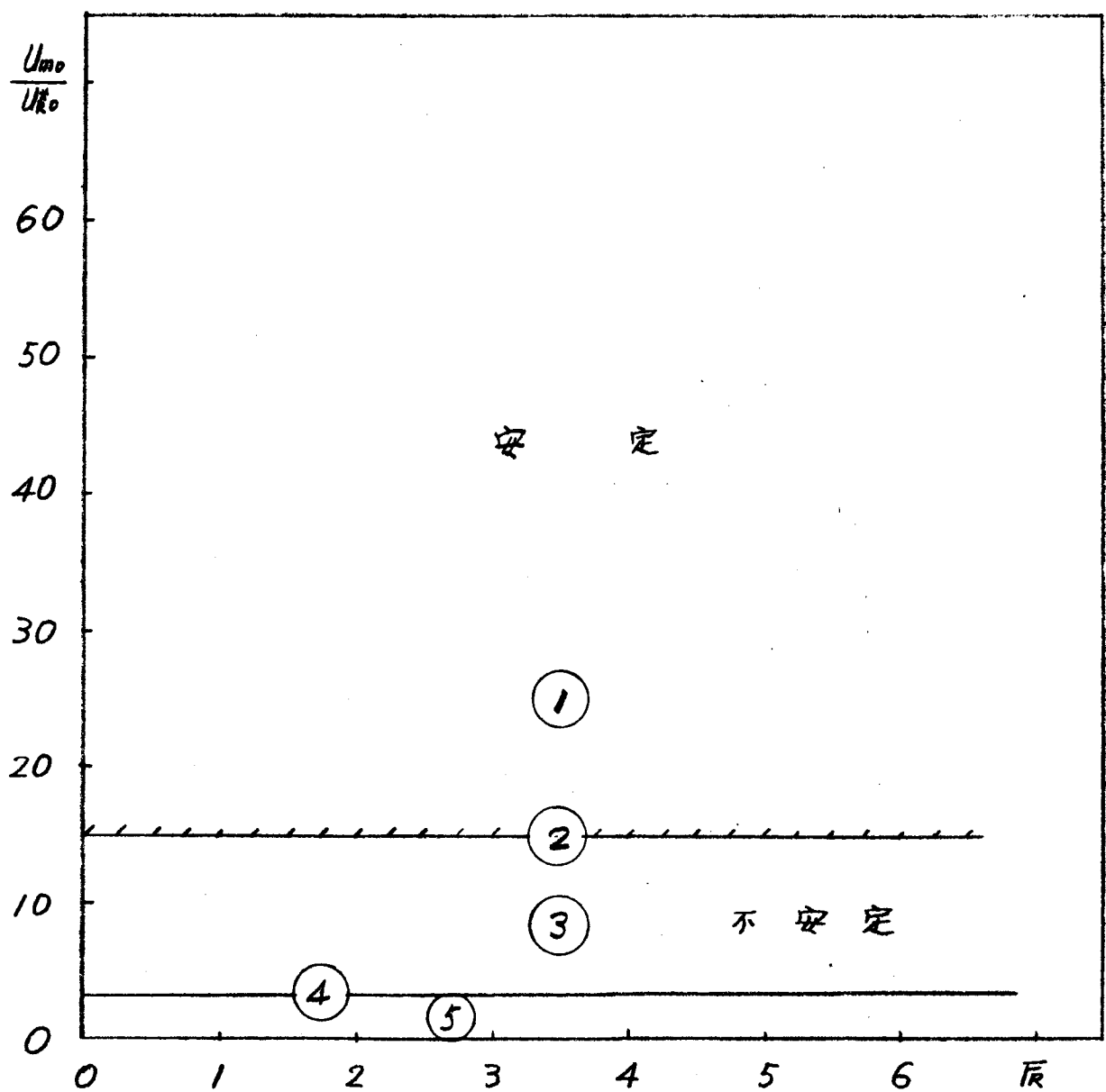


図-(3.4.17) $W_s > 0$ のときの不安定性
 $\lambda \rightarrow -\infty$

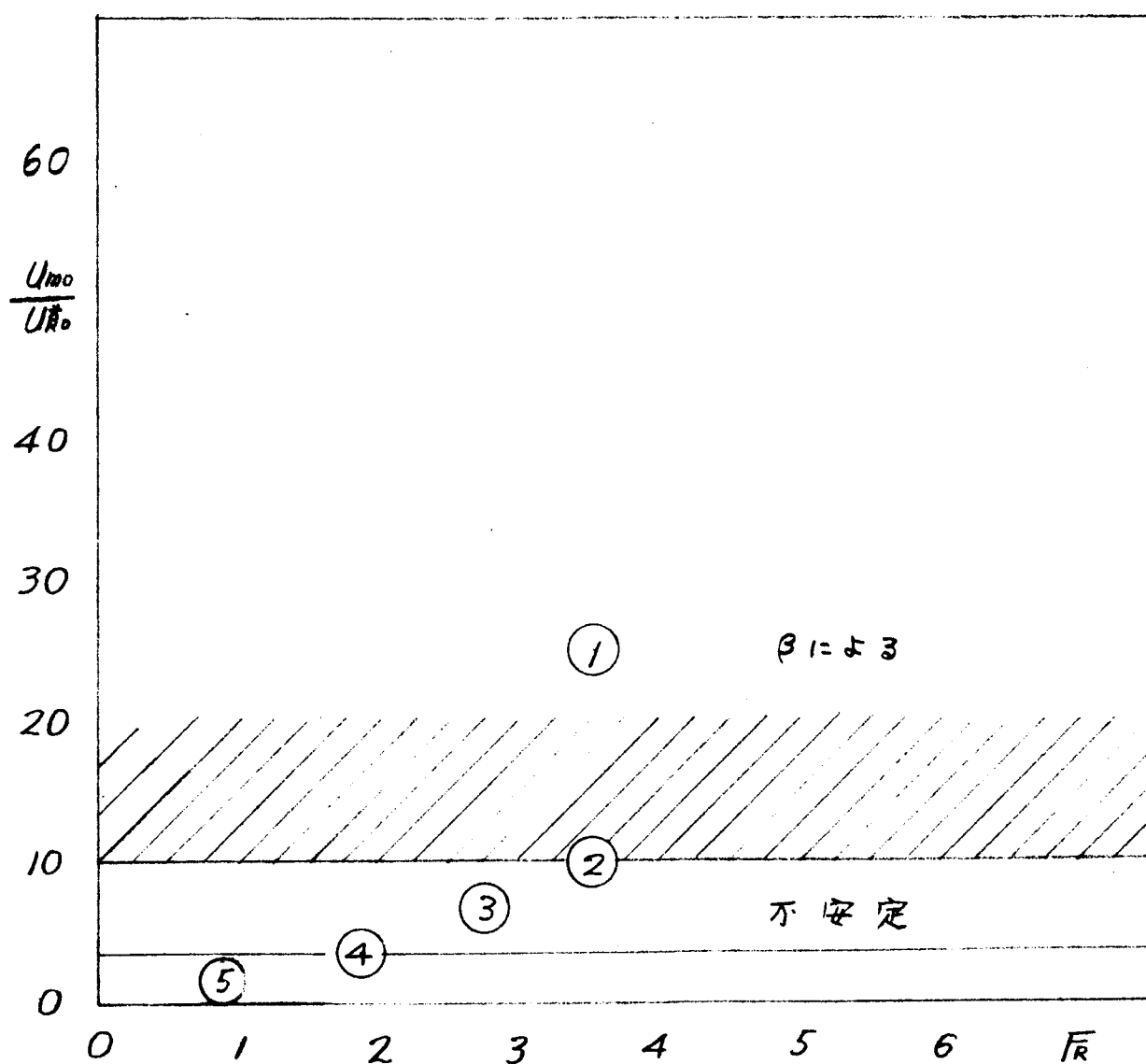
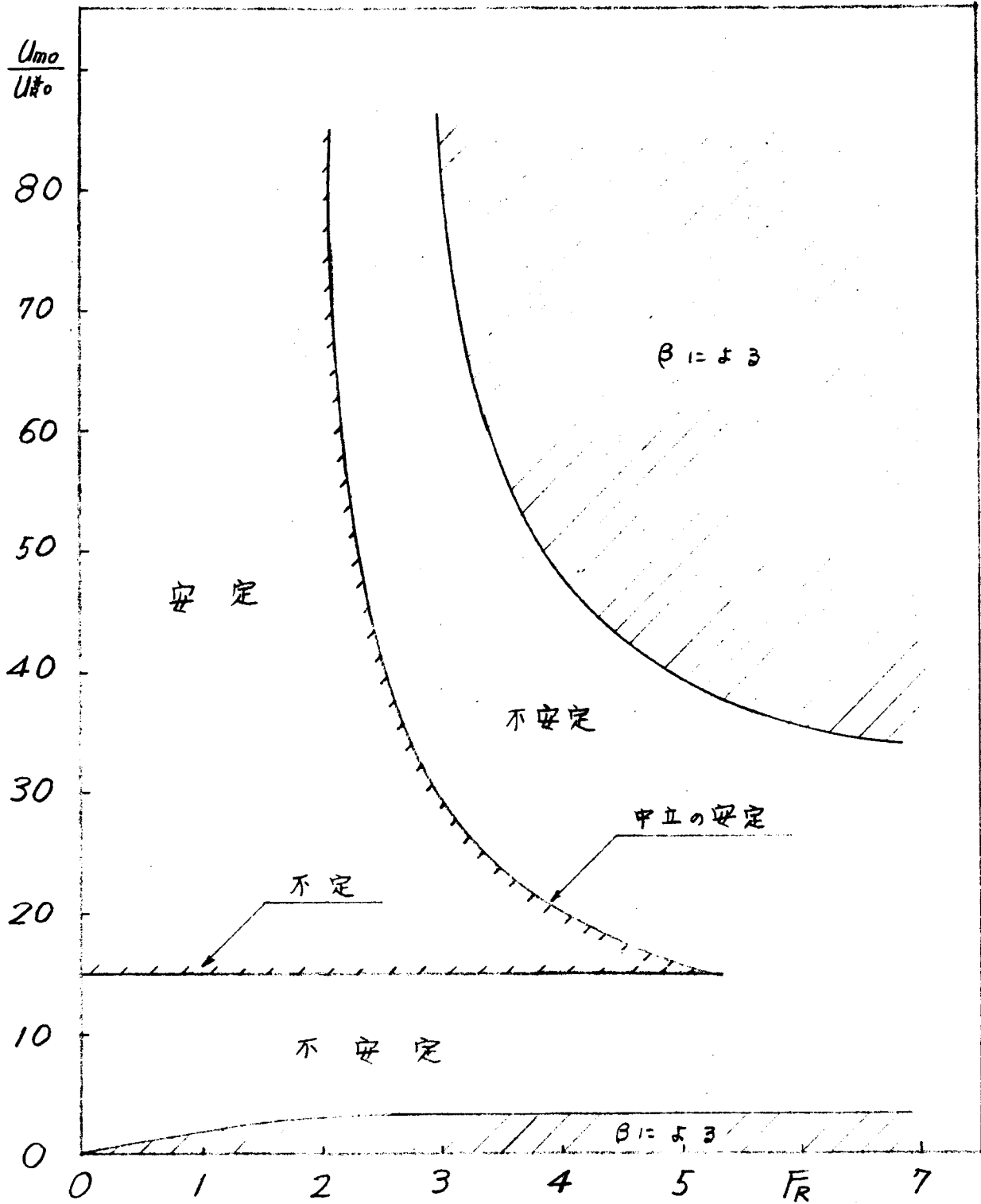


図-(3.4.18) 式(2.2.64)を適用したときの不安定性
 $D_1 = \text{一定}$



图(3.4.19) σ_2 的符号特性

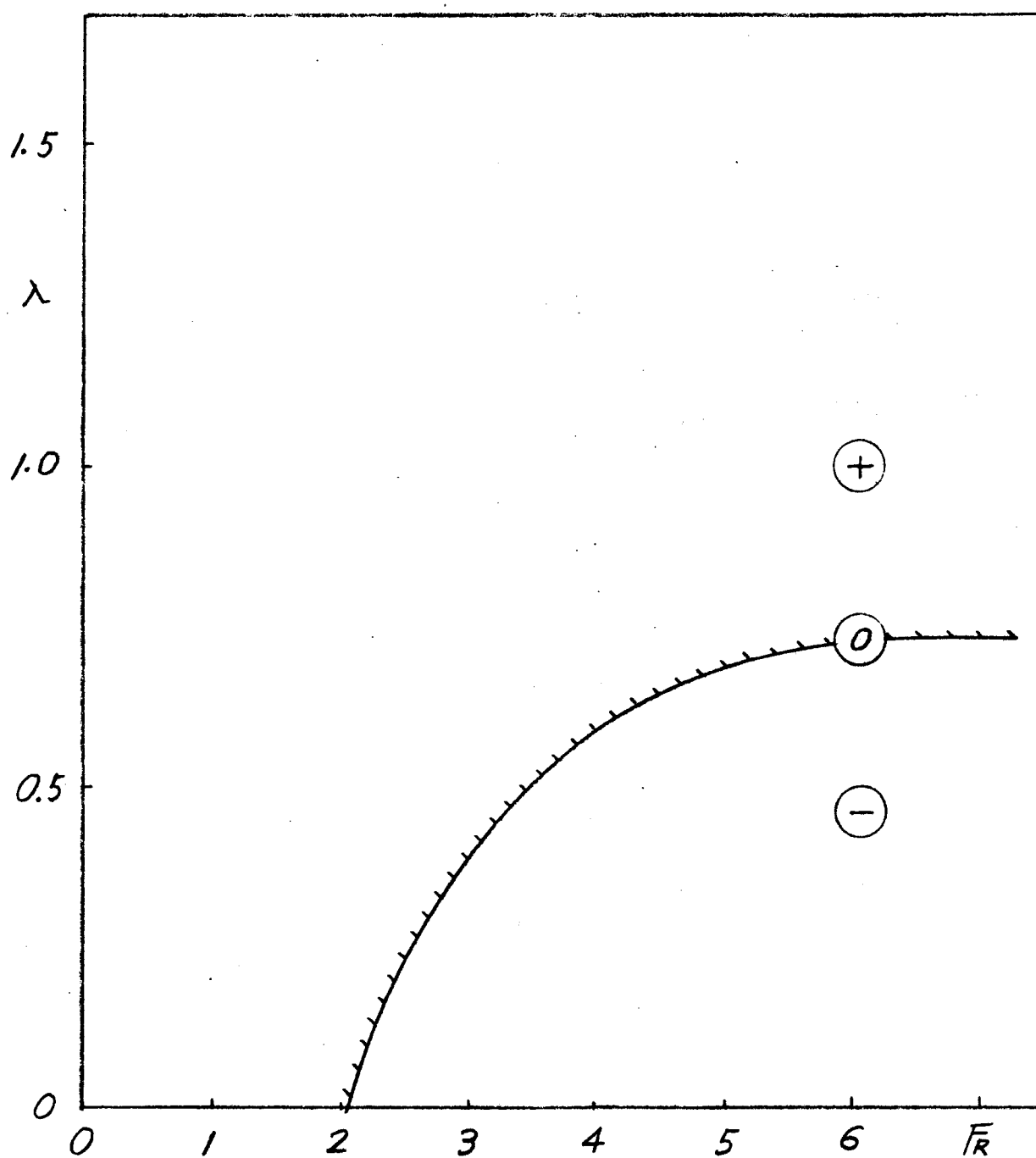
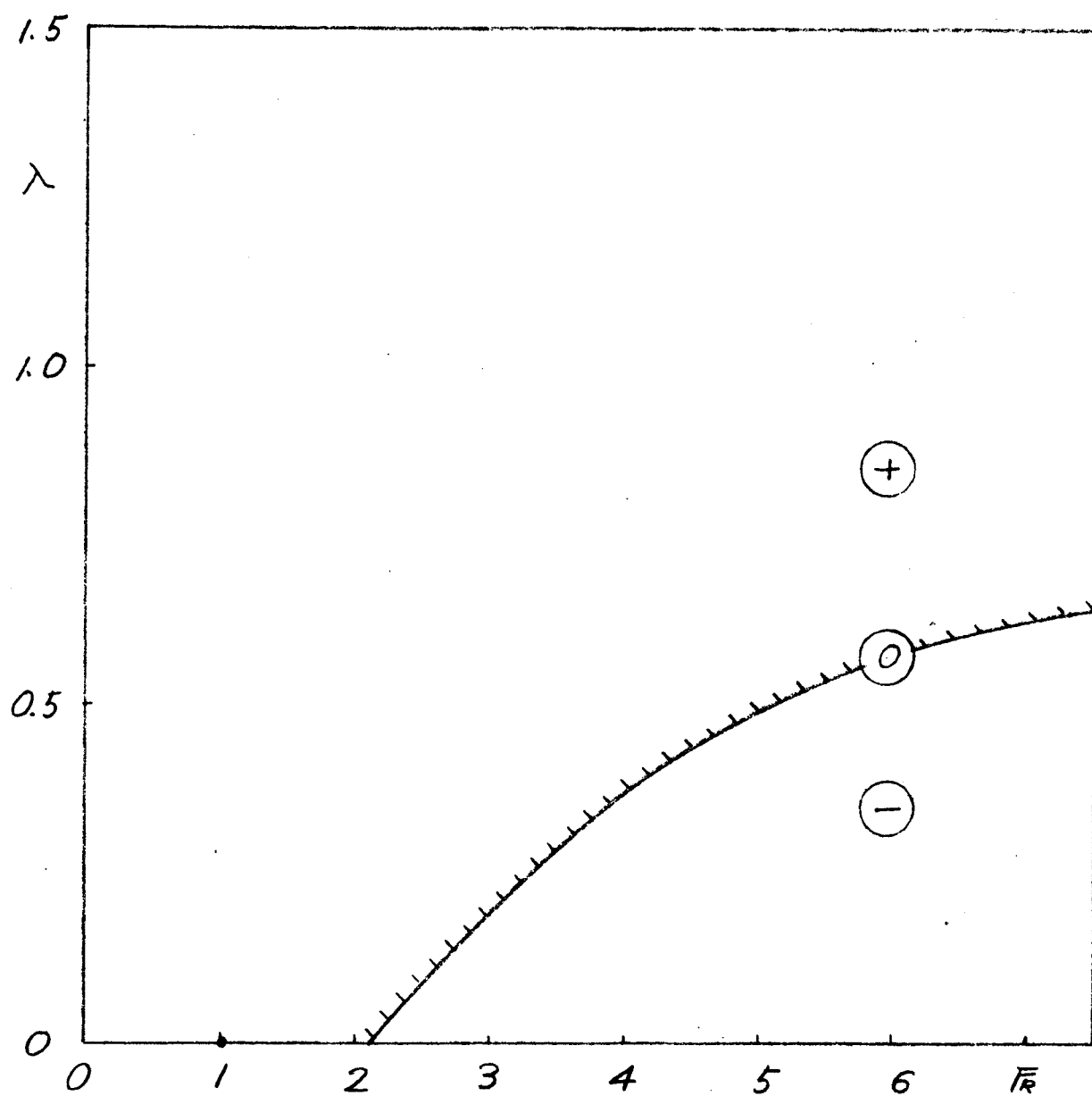
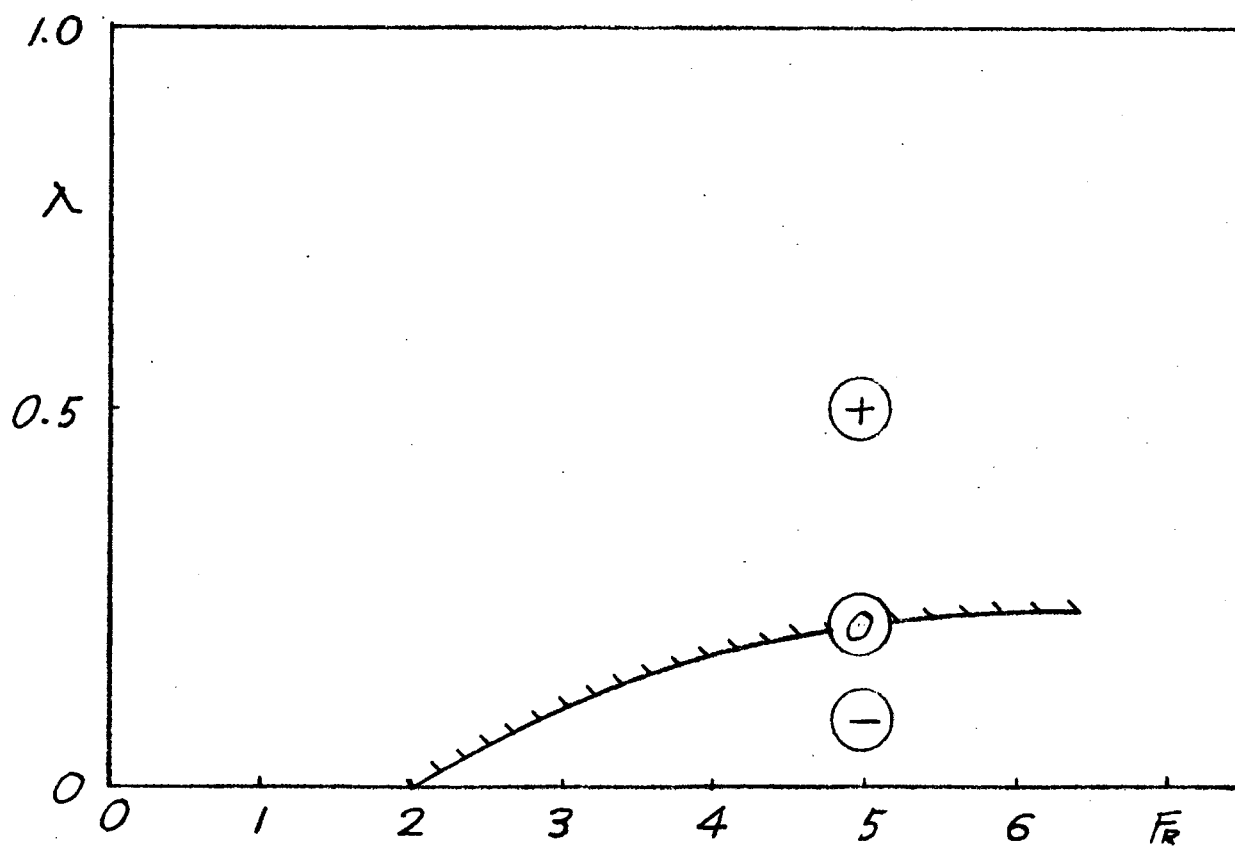


図-(3.4.20) G_2 の符号特性



图(3.4.21) O_2 的符号特性



图(3.4.22) $\left\{ \left(P - \frac{N}{M} \right)^2 - 4Q + 4 \left(P - \frac{N}{M} \right) \frac{N}{M} \right\}_2$ 的符号特性

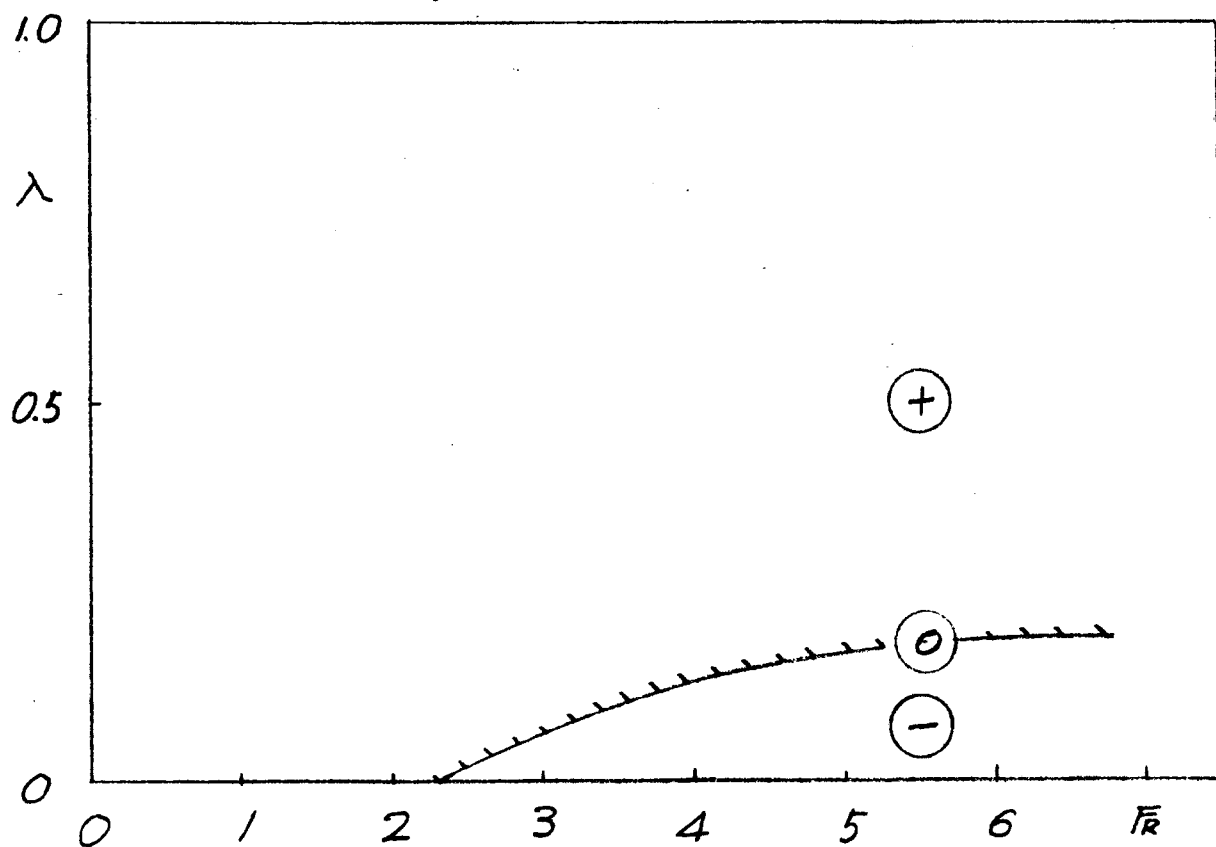


図-(3.4.23) b_1 の符号特性

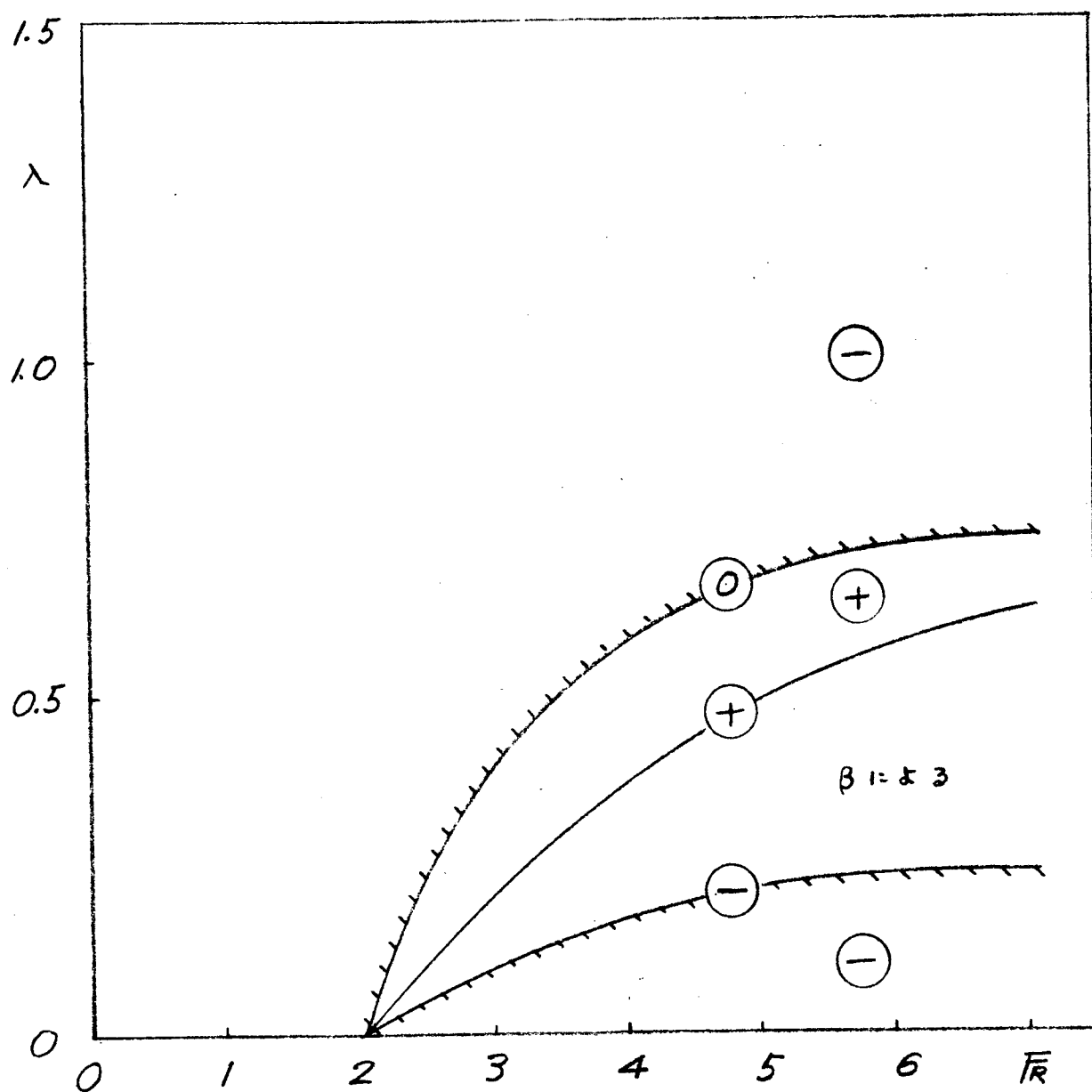
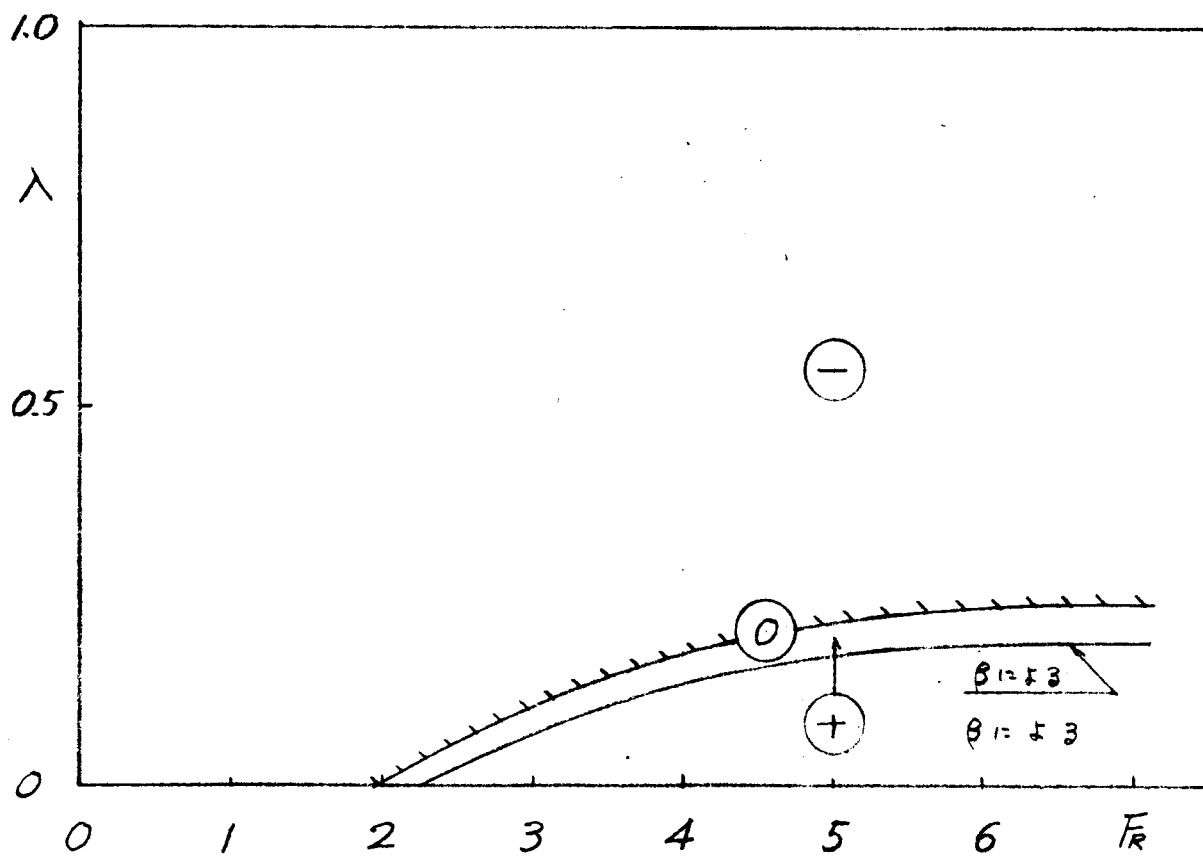
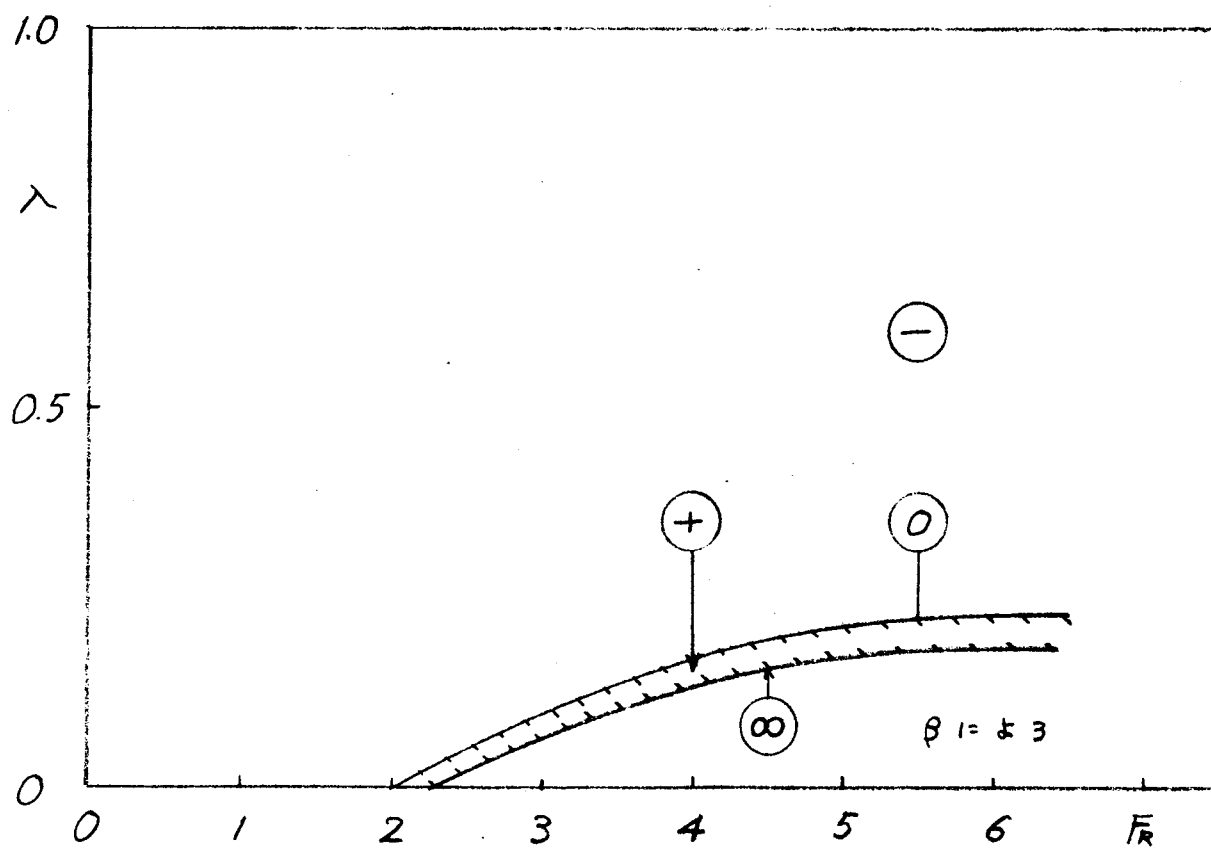


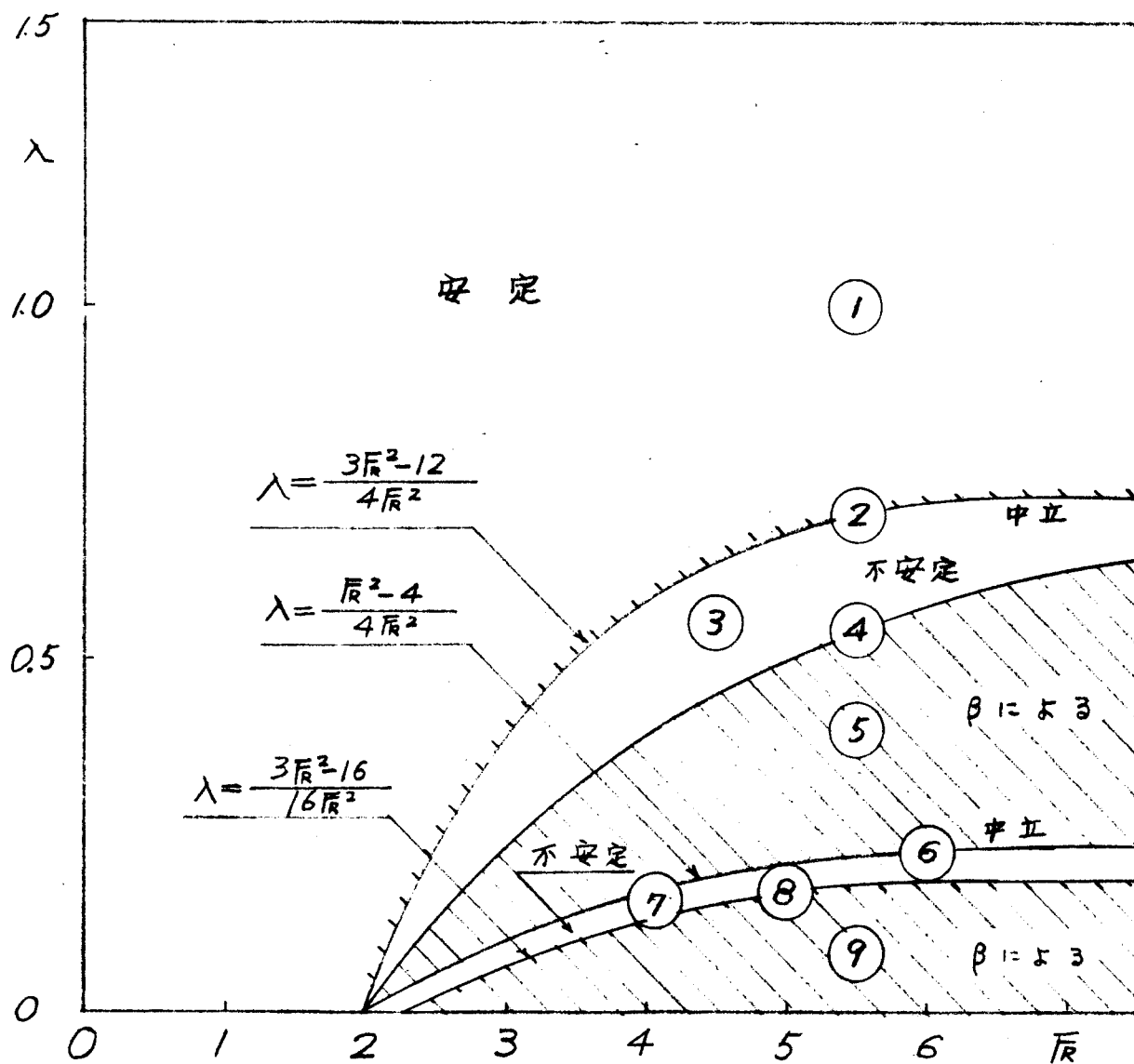
図-(3.4.24) b_2 の符号特性



图(3.4.25) W_{S2} 的符号特性



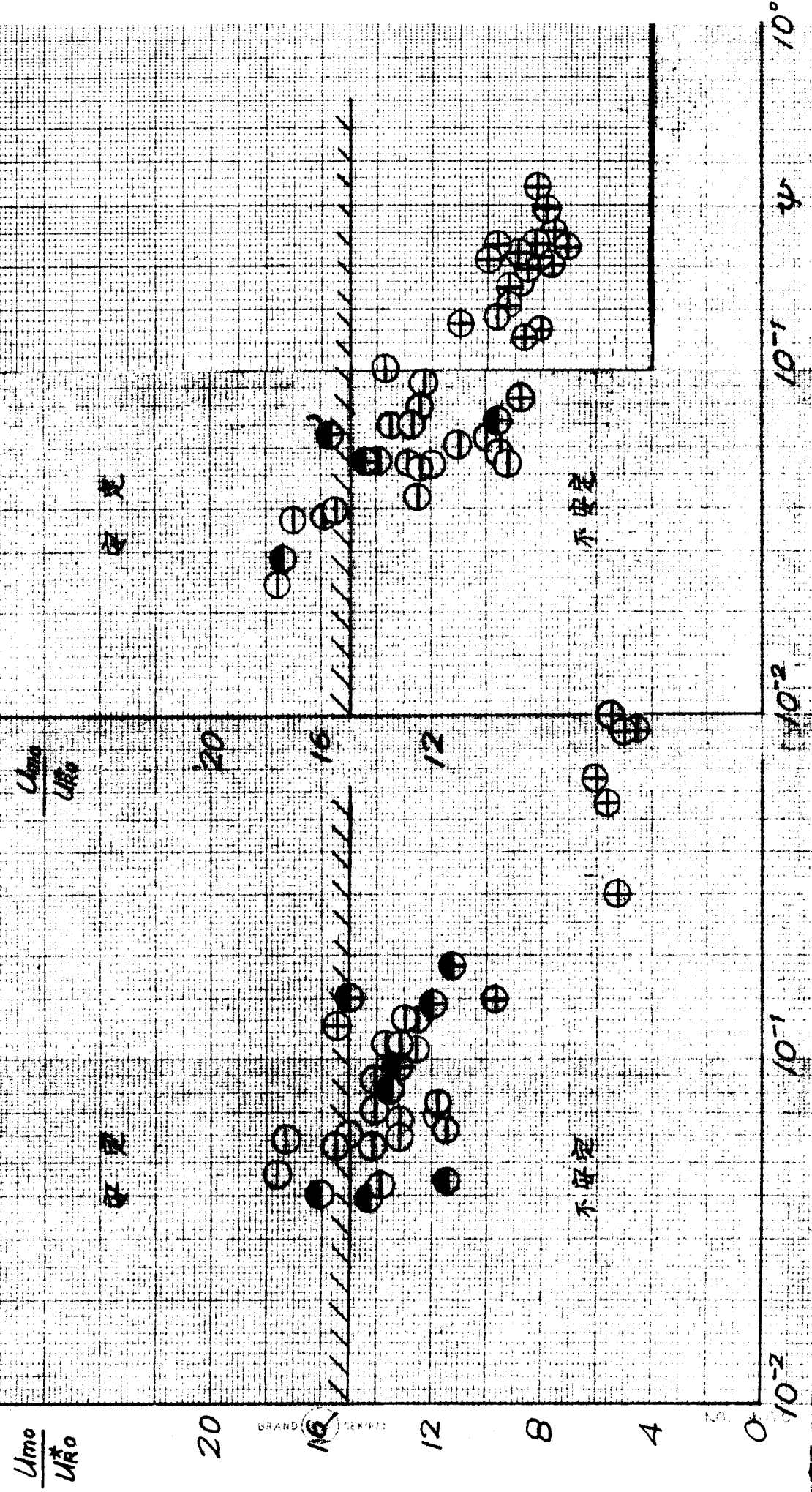
図(3.4.26) Chejy 公式を適用したときの不安定性
 $W_S > 0$ の場合



図(3.4.27) 式(3.4.24)による河床の不安定性

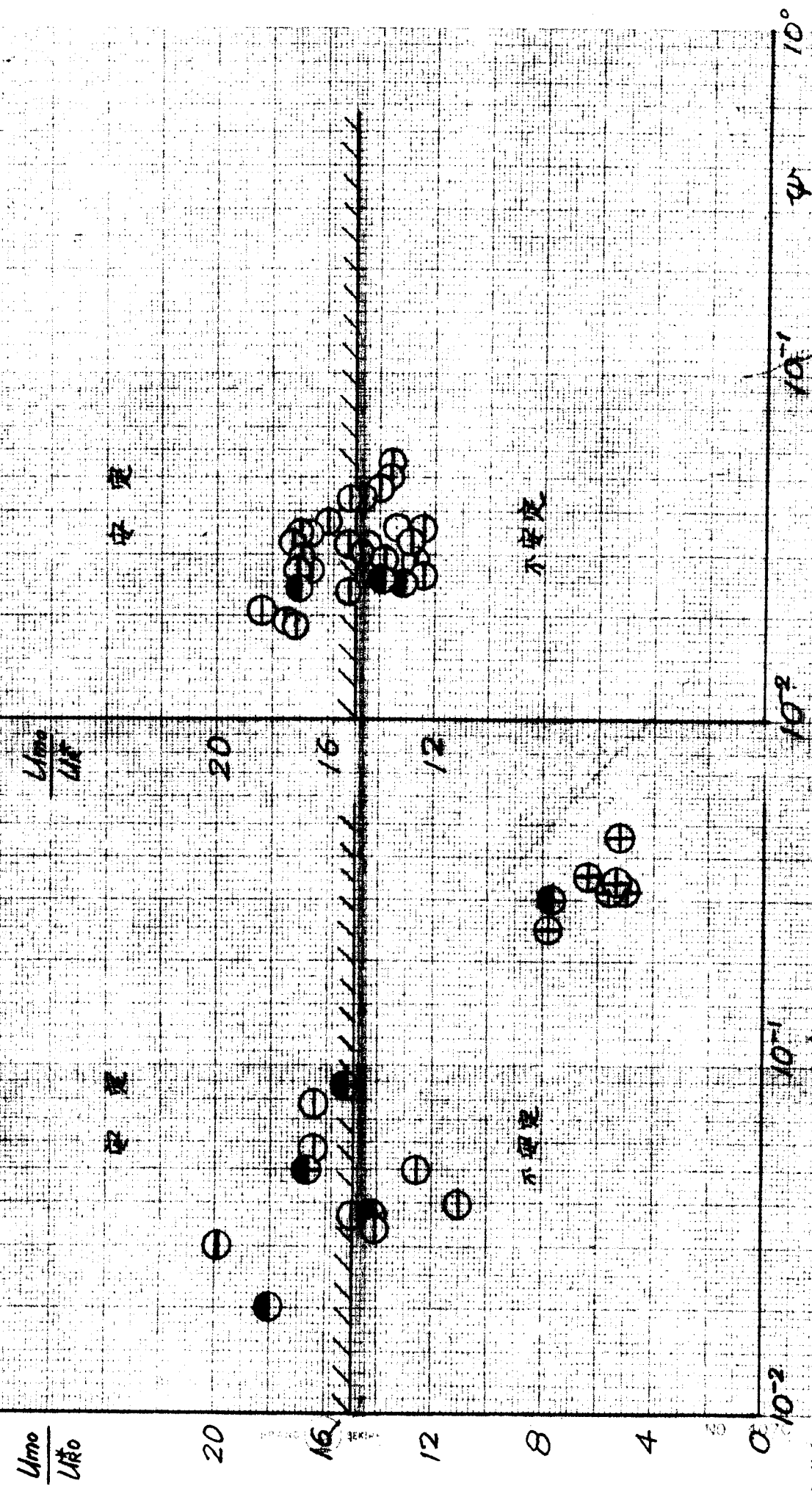
実験砂Ⅰ
 $d=0.15\text{ mm}$

実験砂Ⅱ
 $d=0.33\text{ mm}$



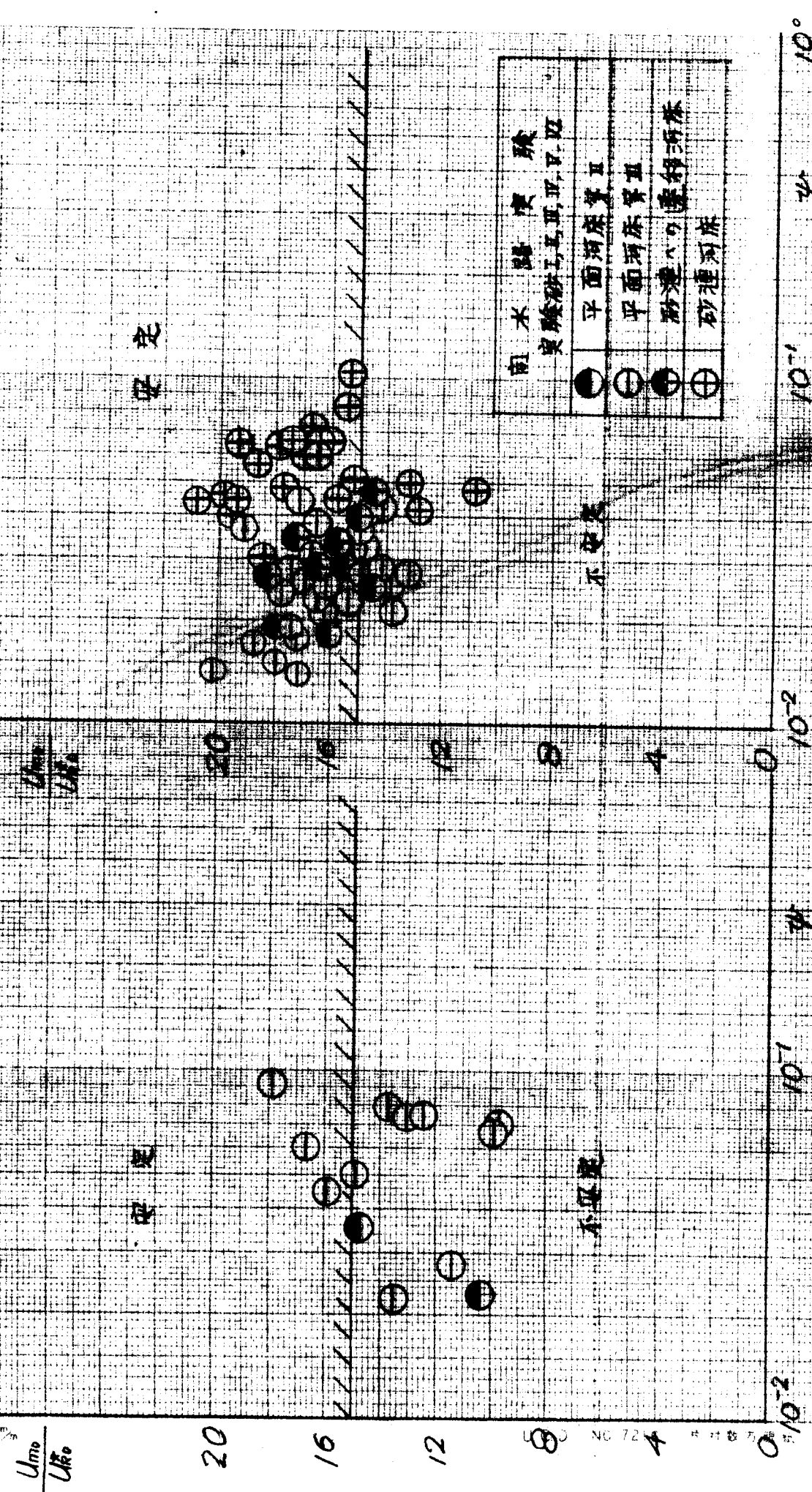
実験砂Ⅲ
 $d=0.38\text{ mm}$

実験砂Ⅳ
 $d=0.72\text{ mm}$



実験砂Ⅴ
 $d=0.75\text{ mm}$

実験砂Ⅵ
 $d=0.77\text{ mm}$



河床	実験砂Ⅰ,Ⅲ,Ⅳ,Ⅵ	平面河床Ⅱ	平面河床Ⅲ	砂連河床
安定	●	○	○	○
不安定	●	○	○	○

図(3.4.28) 式(3.4.34)による河床の不安定性

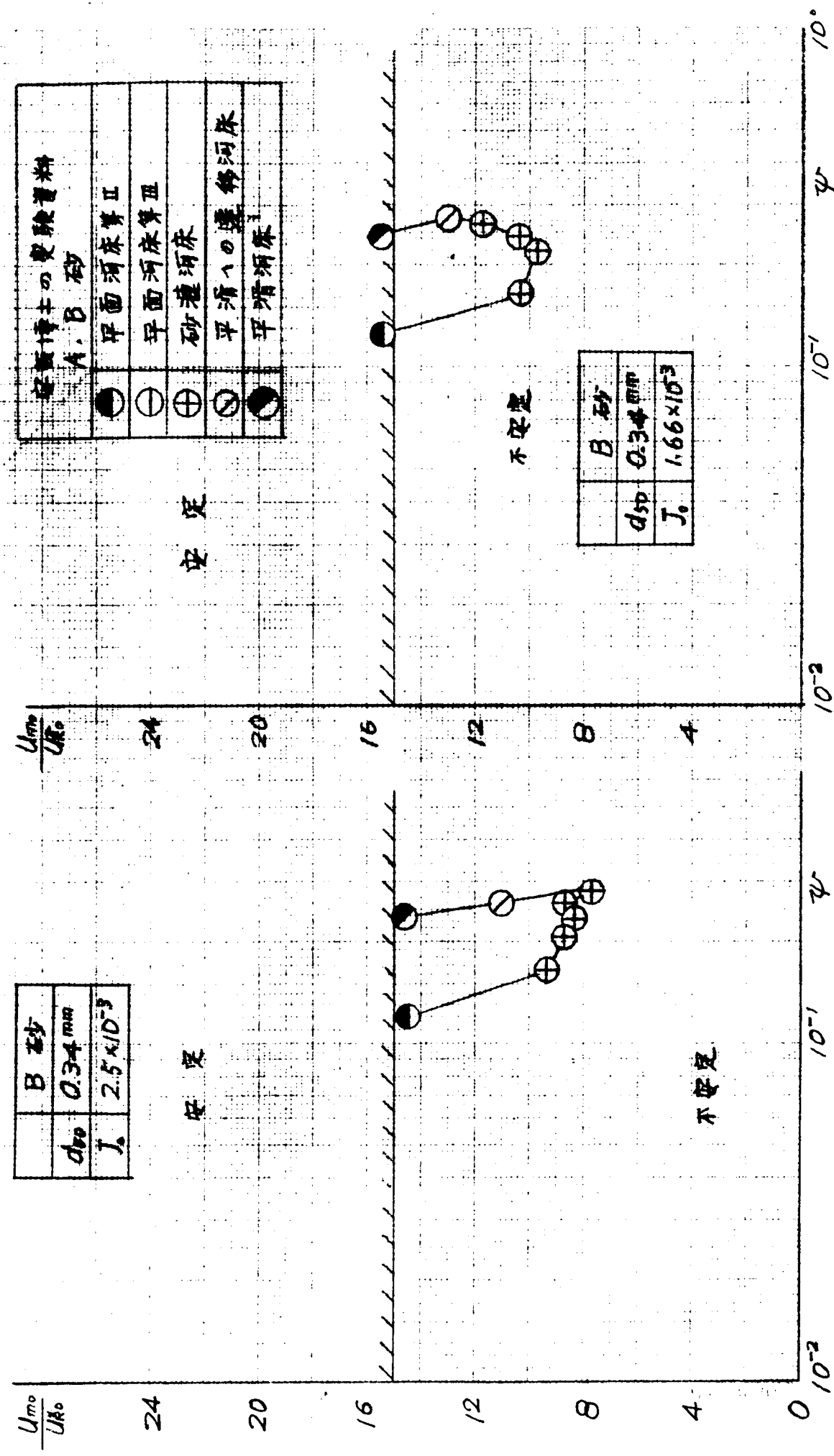
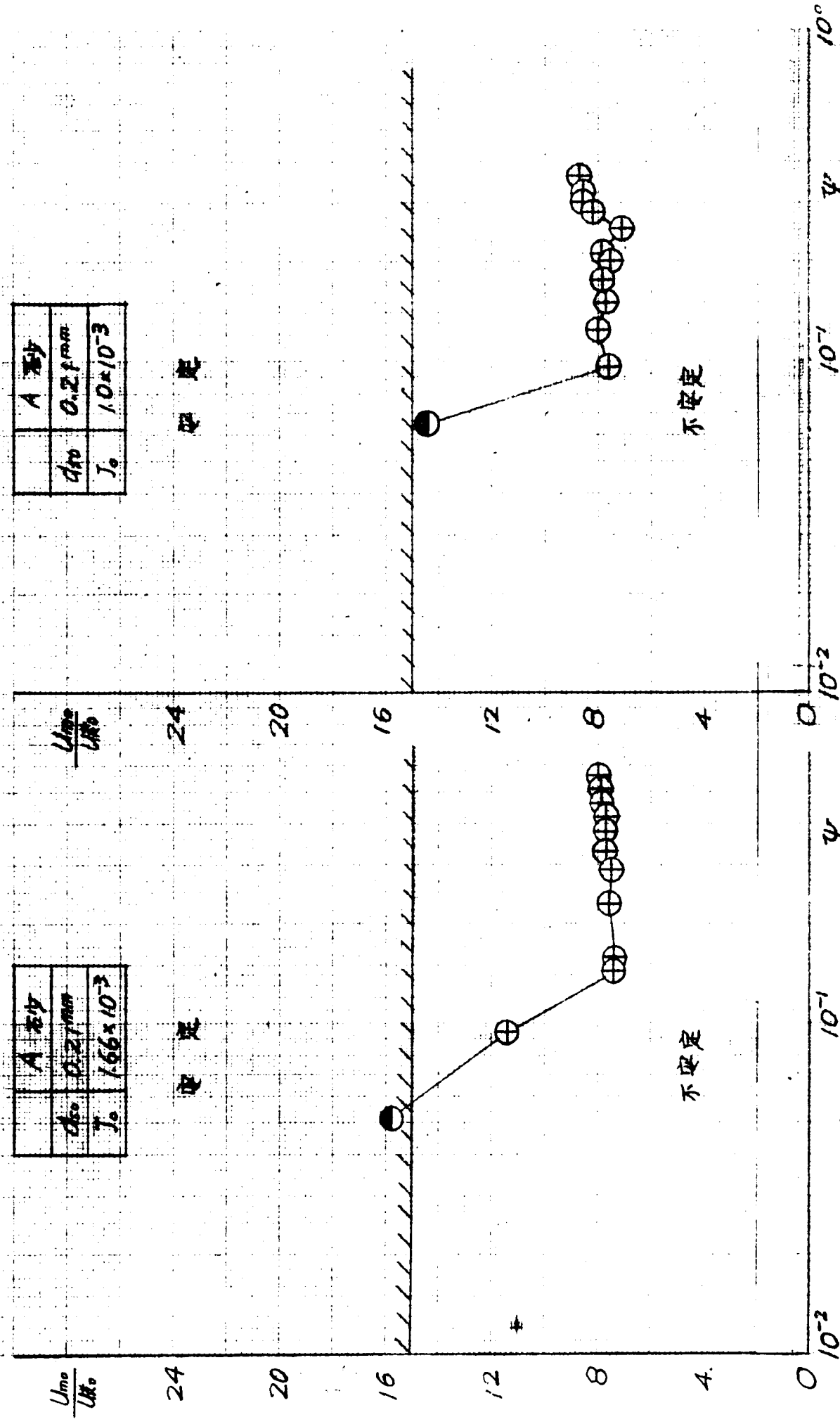


図-(3.4.29) U_{R0}^2 の増加に対する U_{mo} , U_{mo}/U_{R0} の変化
 $d=0.15\text{mm}$, $\nu=0.01\text{cm}^2/\text{s}$

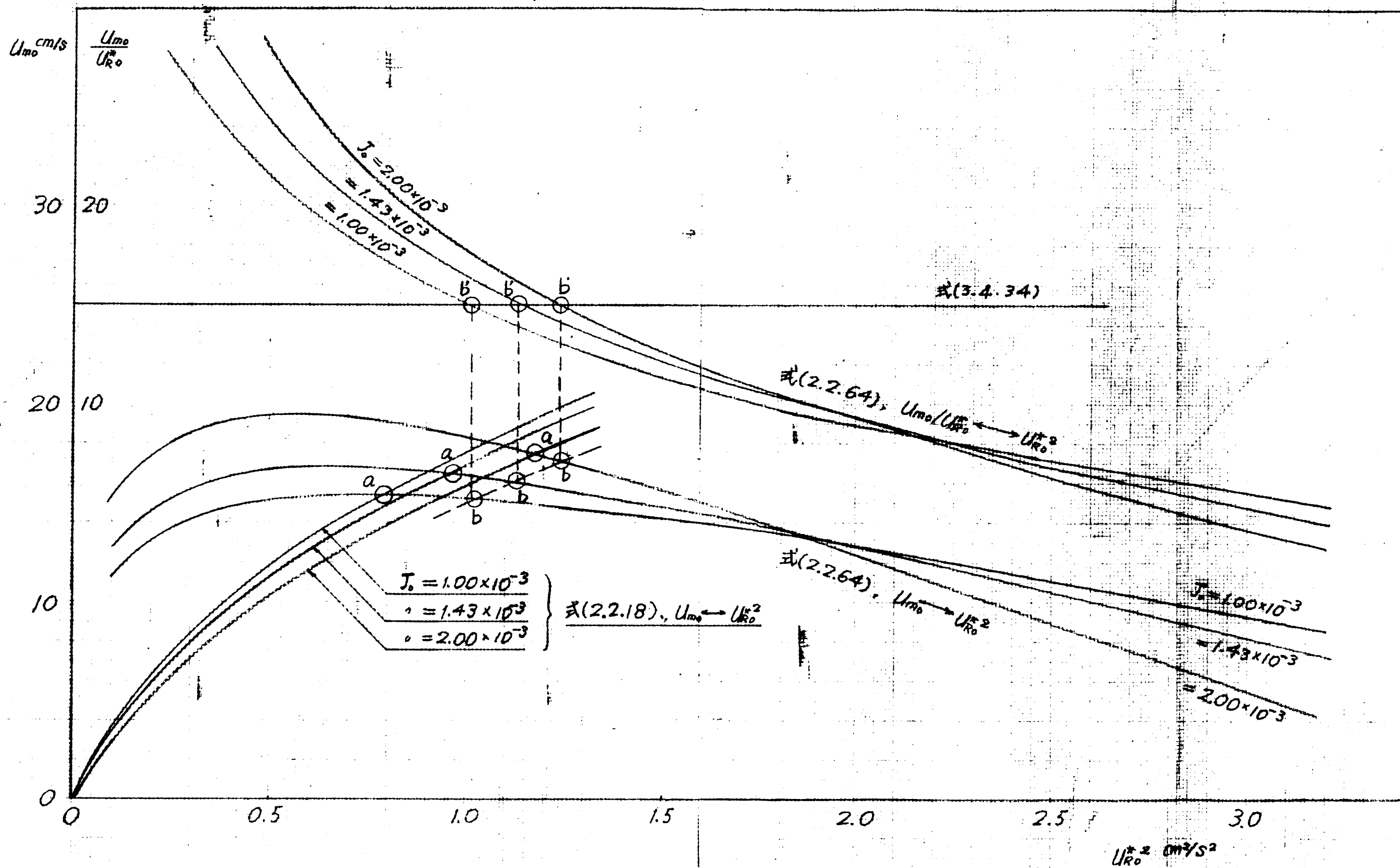
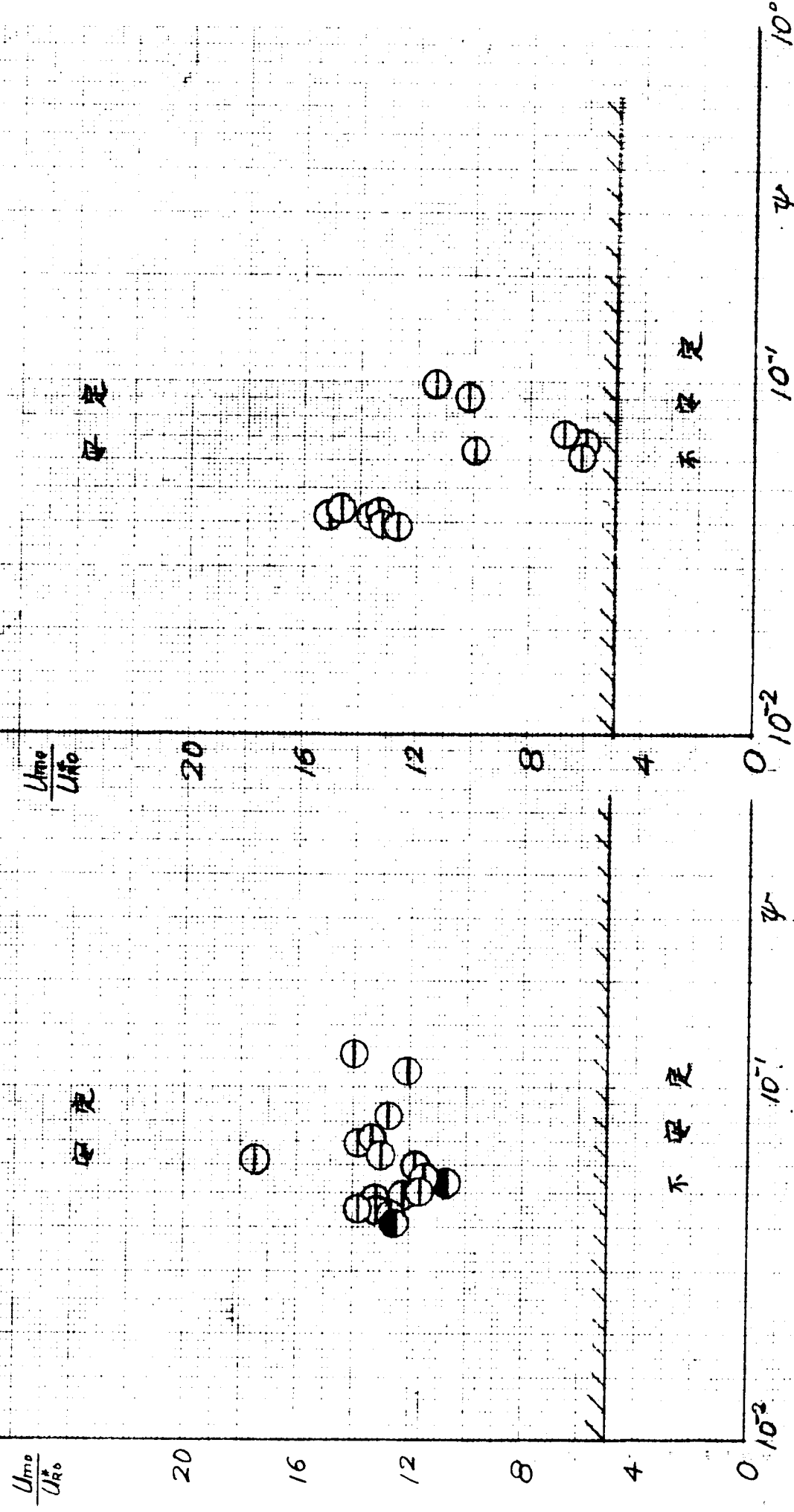


図-(3.4.30) 式(3.4.35)による河床の不安定性

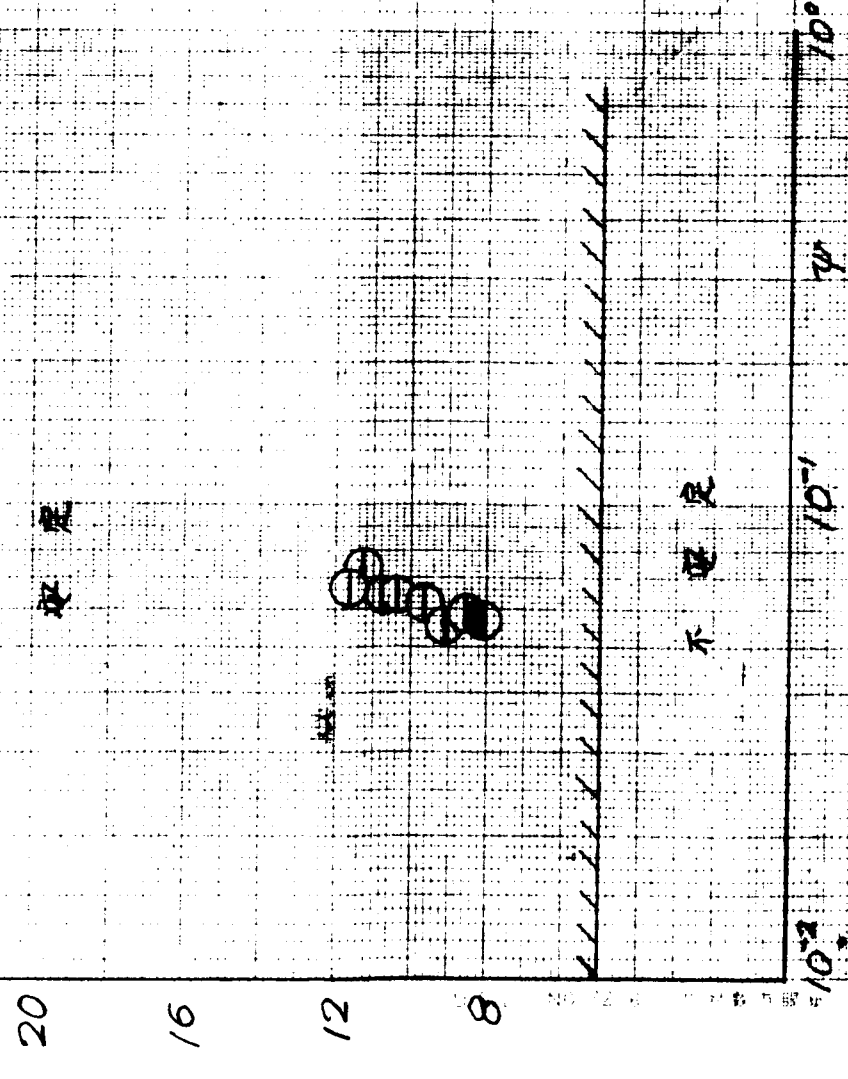
実験砂 VII
 $d=0.92\text{ mm}$

実験砂 VII
 $d=2.1\text{ mm}$

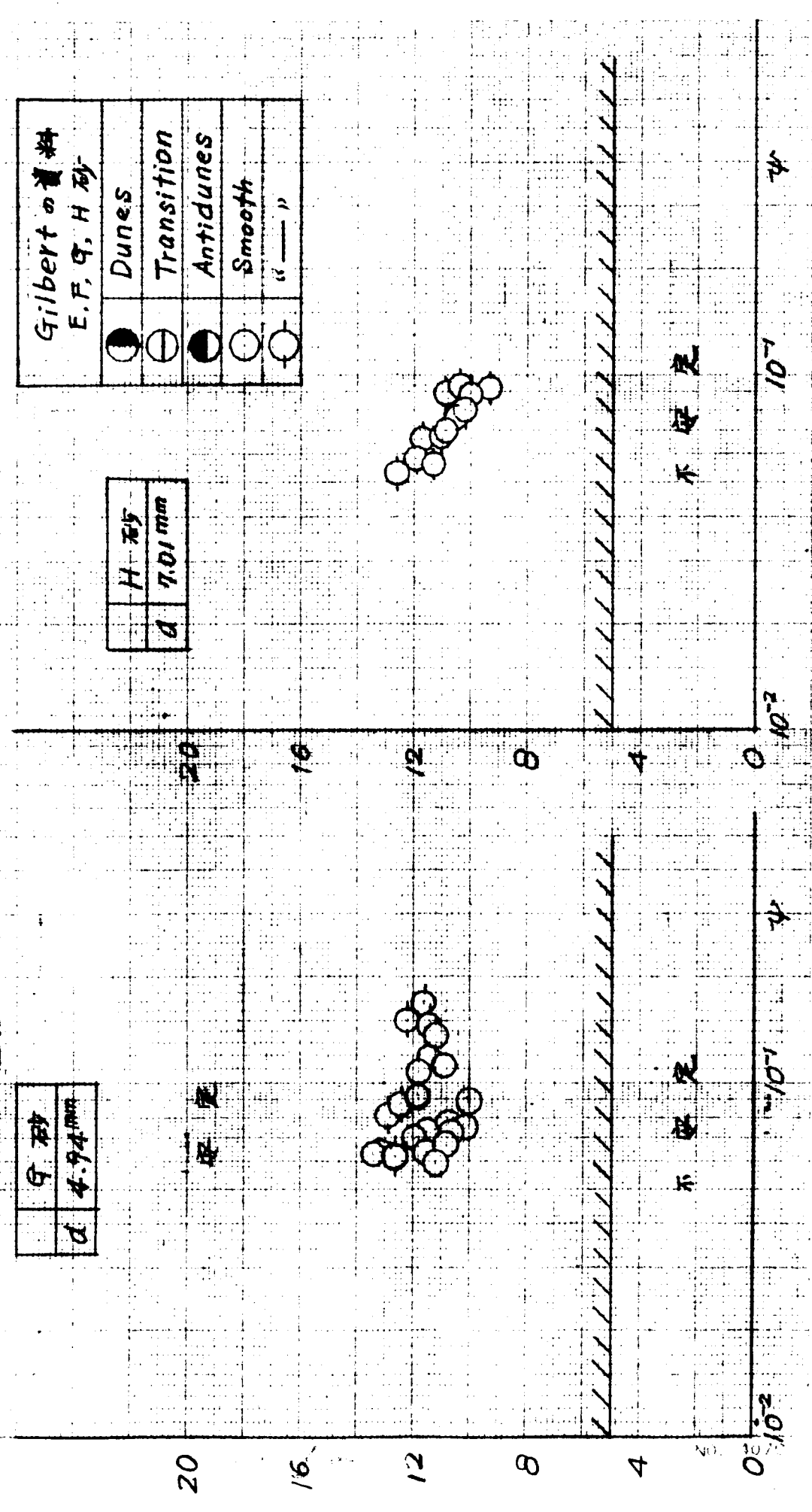
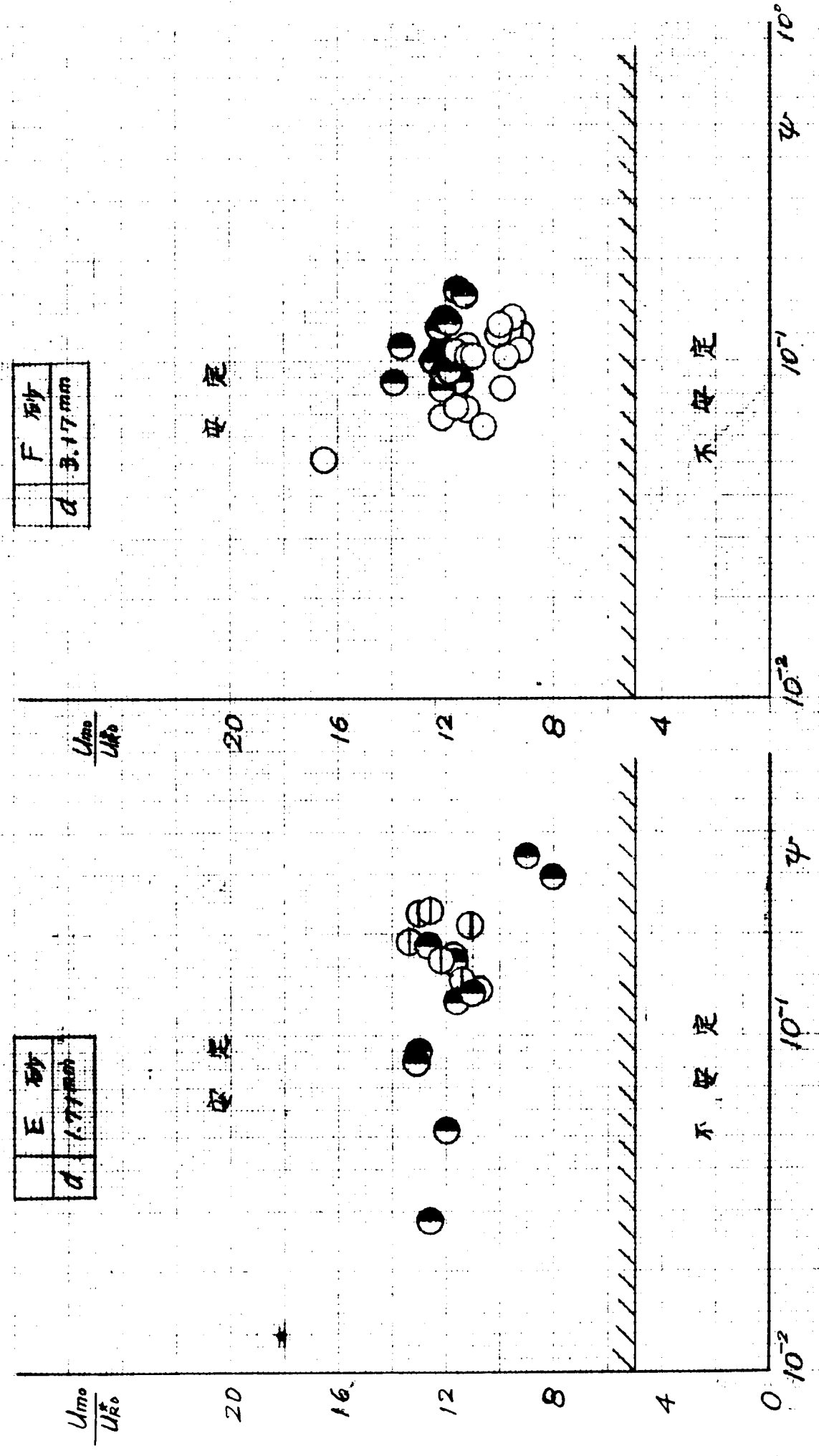


実験砂 IX
 $d=2.9\text{ mm}$

開水路実験 実験砂 VII, IX	
●	中面河床第Ⅱ
○	中面河床第Ⅲ
⊙	砂槽1の遷移河床
⊕	砂槽河床



図(3.4.31) 式(3.4.35)による河床の不安定性



Gilbert の資料
E. F. G. H 砂

●	Dunes
○	Transition
◐	Antidunes
◑	Smooth
—	"—"

図-(3.4.32) U_{R0}^2 の増加に対する U_{m0} , U_{m0}/U_{R0} の変化
 $d=2.90\text{mm}$

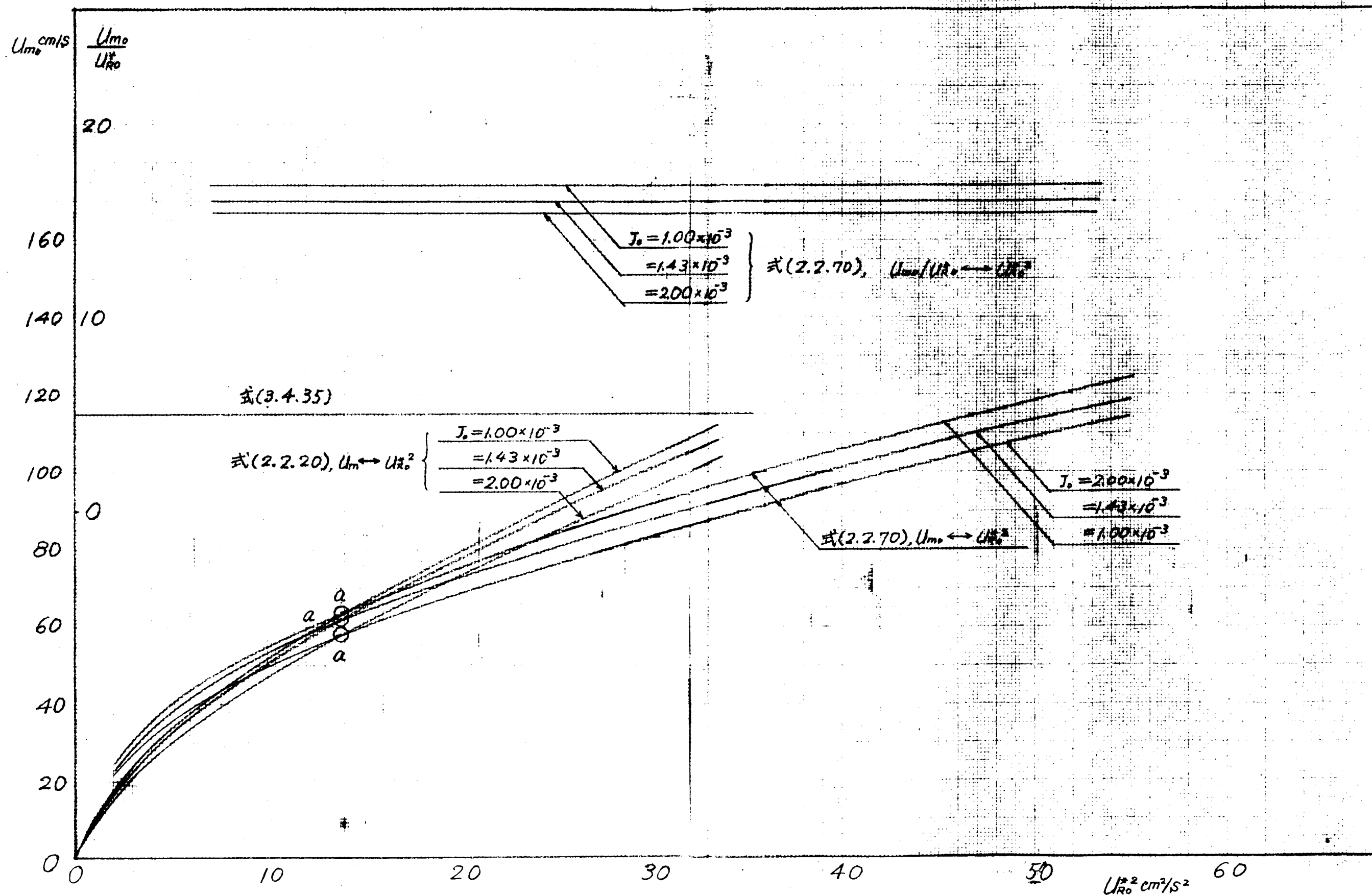
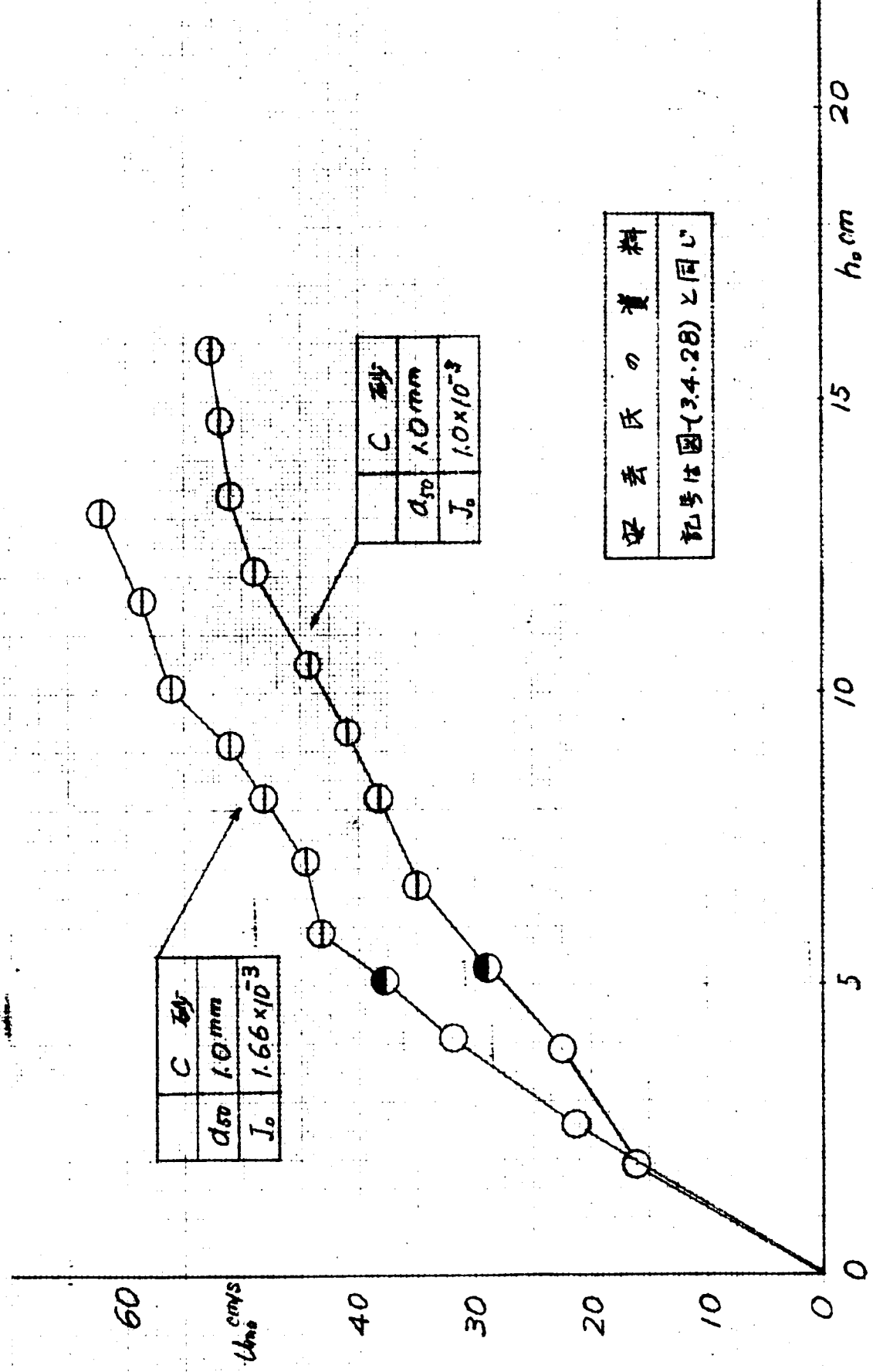
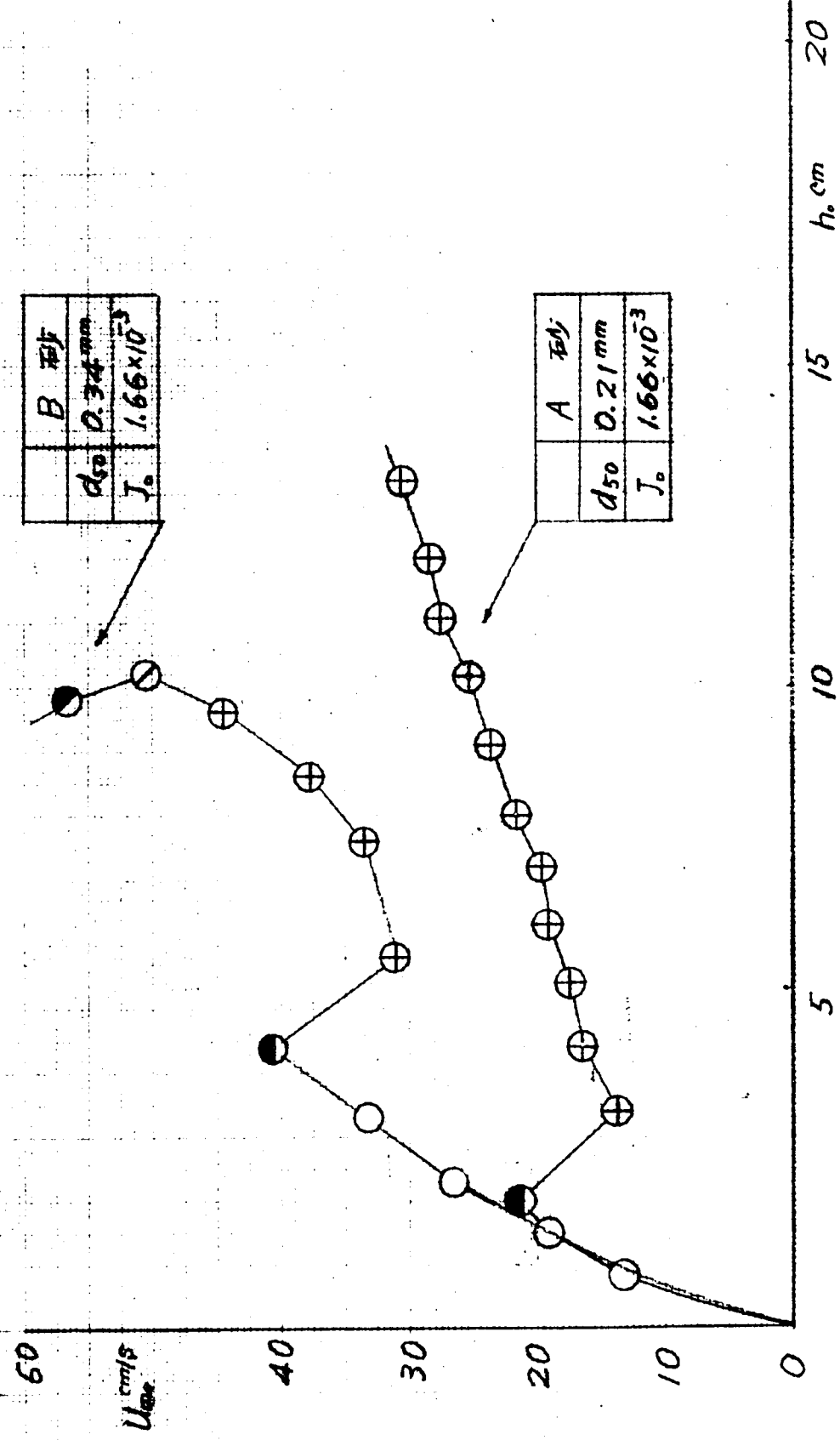


図-(3.4.33) h_0 の増加に対する U_{ho} の変化
安芸氏の資料

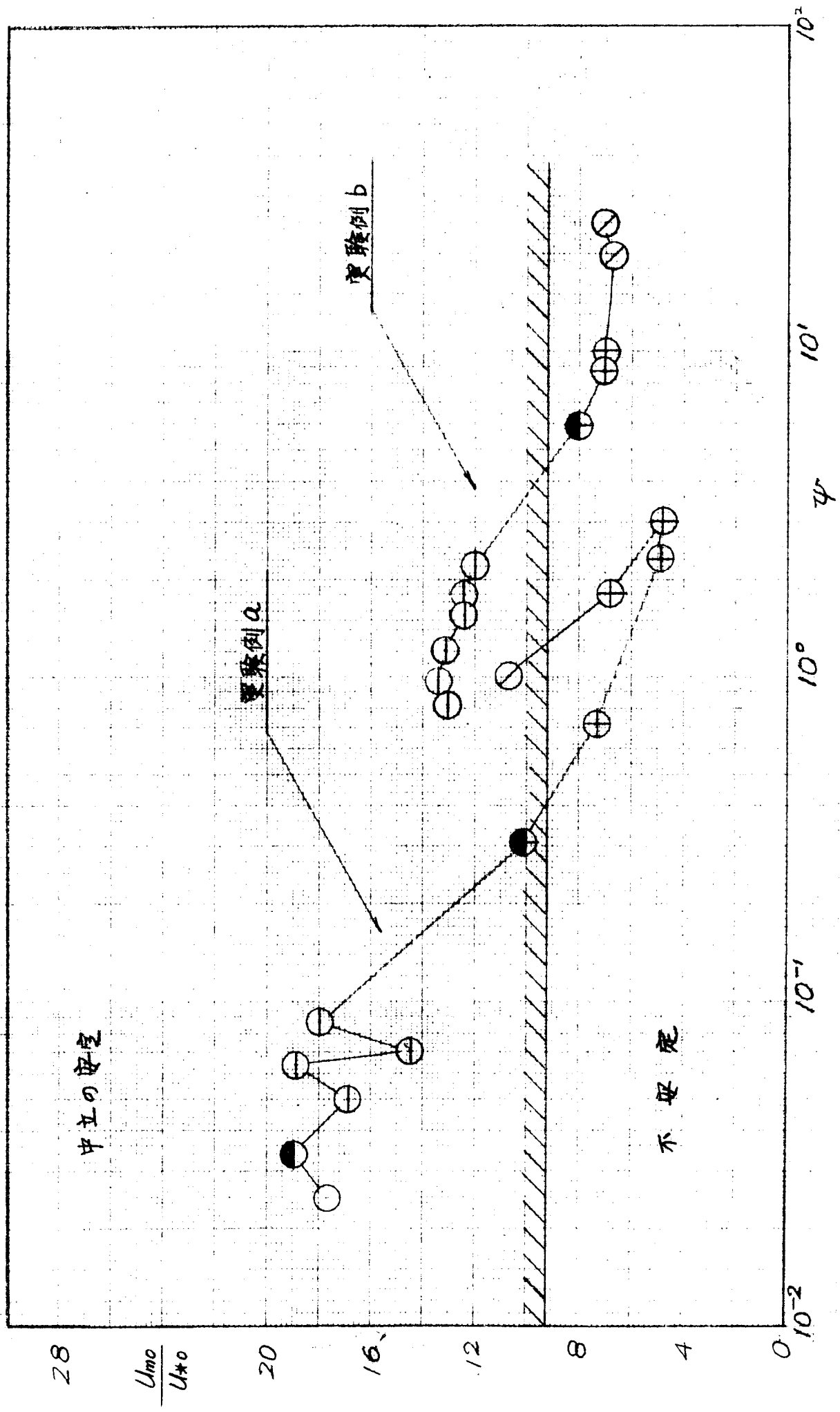


安芸氏の資料
記号は図-(3.4.28)と同じ

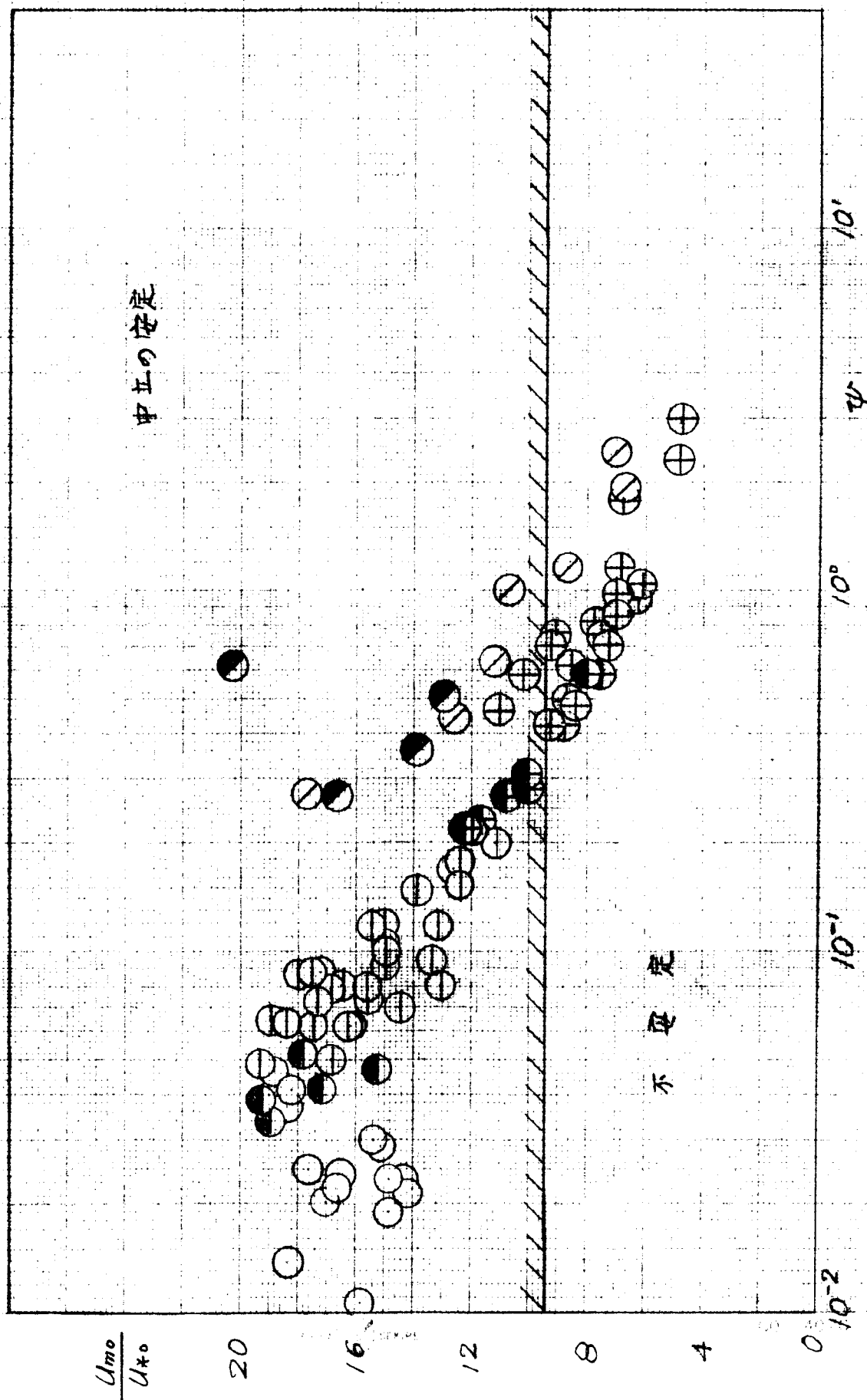
例 (3.4.34) $W_5 > 0$ の場合の不安定性
 $B_1 = 1.89, \quad \eta_1 = 4.7 \times 10^{-3}$

$\frac{U_{m0}}{U_{*0}}$	中 II	
	$b_1 = 0, b_2 < 0$	
9.45	$b_1 = 0, b_2 = -\infty$ $b_1 = 0, b_2 = +\infty$	
	$\alpha_2 = 9.445$	$b_1 = 0, b_2 > 0$
	不安定	
		$b_1 = 0, b_2 > 0$
	$\beta_2 = 0.005$	$b_1 = 0, b_2 > 0$
0	0	
	$\psi = U_{*0}^2 / g d (\sigma / \rho - 1)$	

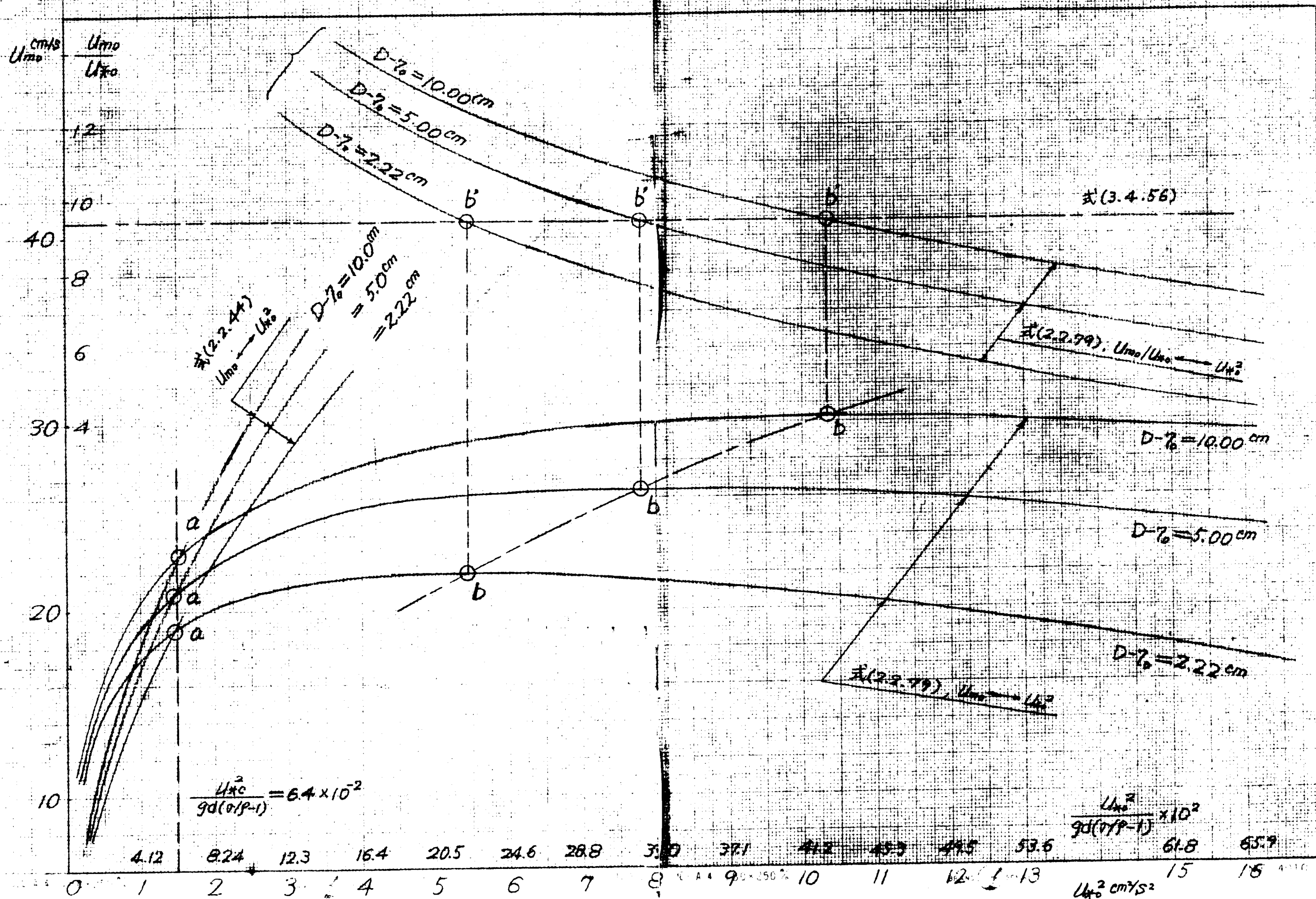
図-(3.4.35) $u_s > 0$ の場合の不安定性
実験砂 I



図(3.4.36) $W_s > 0$ の場合の不安定性
実験値 I



图(3.4.37) U_{∞}^2 与 U_{∞} 的关系图, U_{∞}/U_{∞} 与 U_{∞}^2 的关系图
 $B=20.0\text{cm}, d=0.15\text{mm}$



図(3.4.38) U_{ho} の増加に対する U_{mo} , U_{mo}/U_{ho} の変化
 実験砂 I, $B=20.0\text{ cm}$

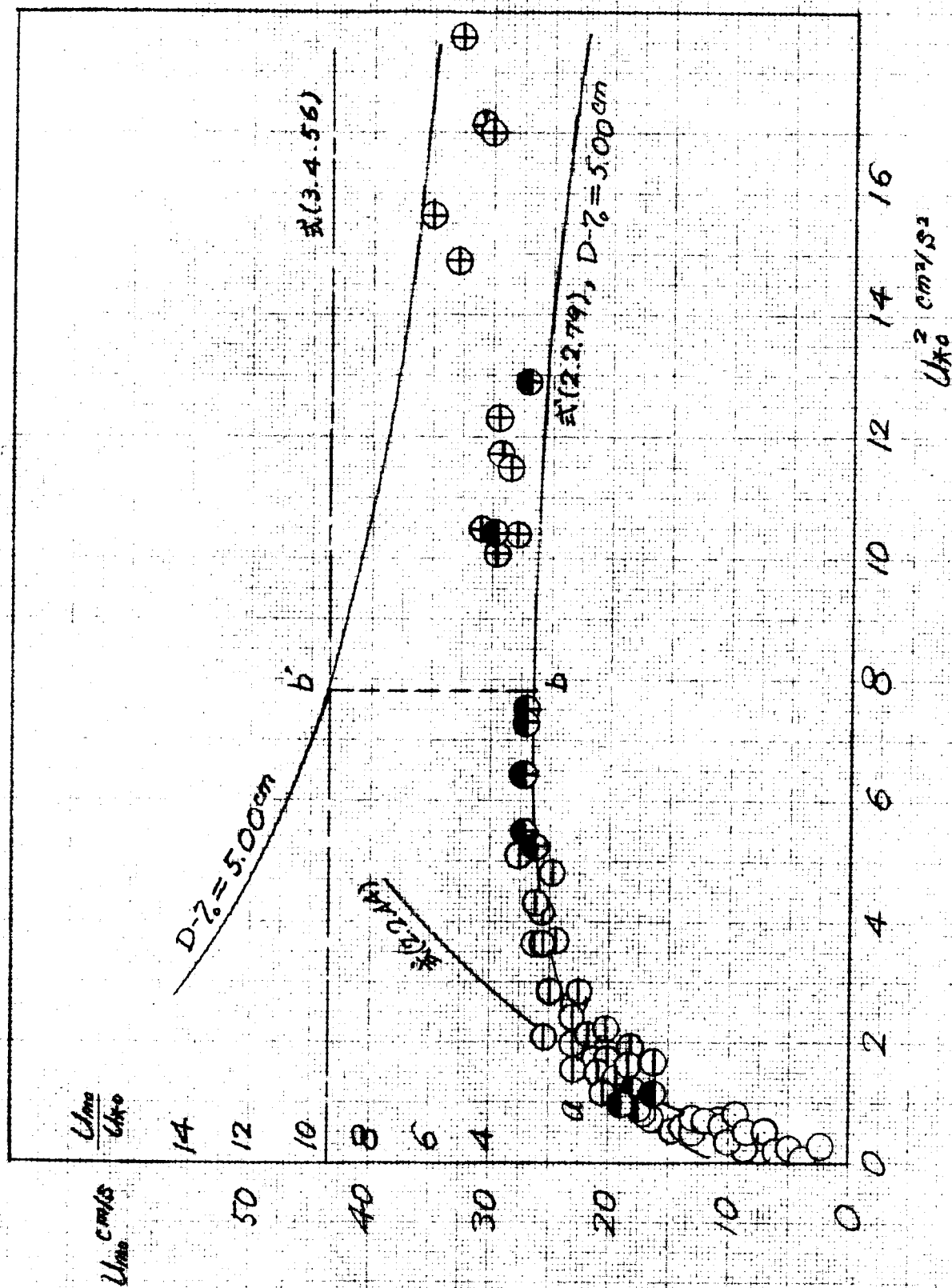
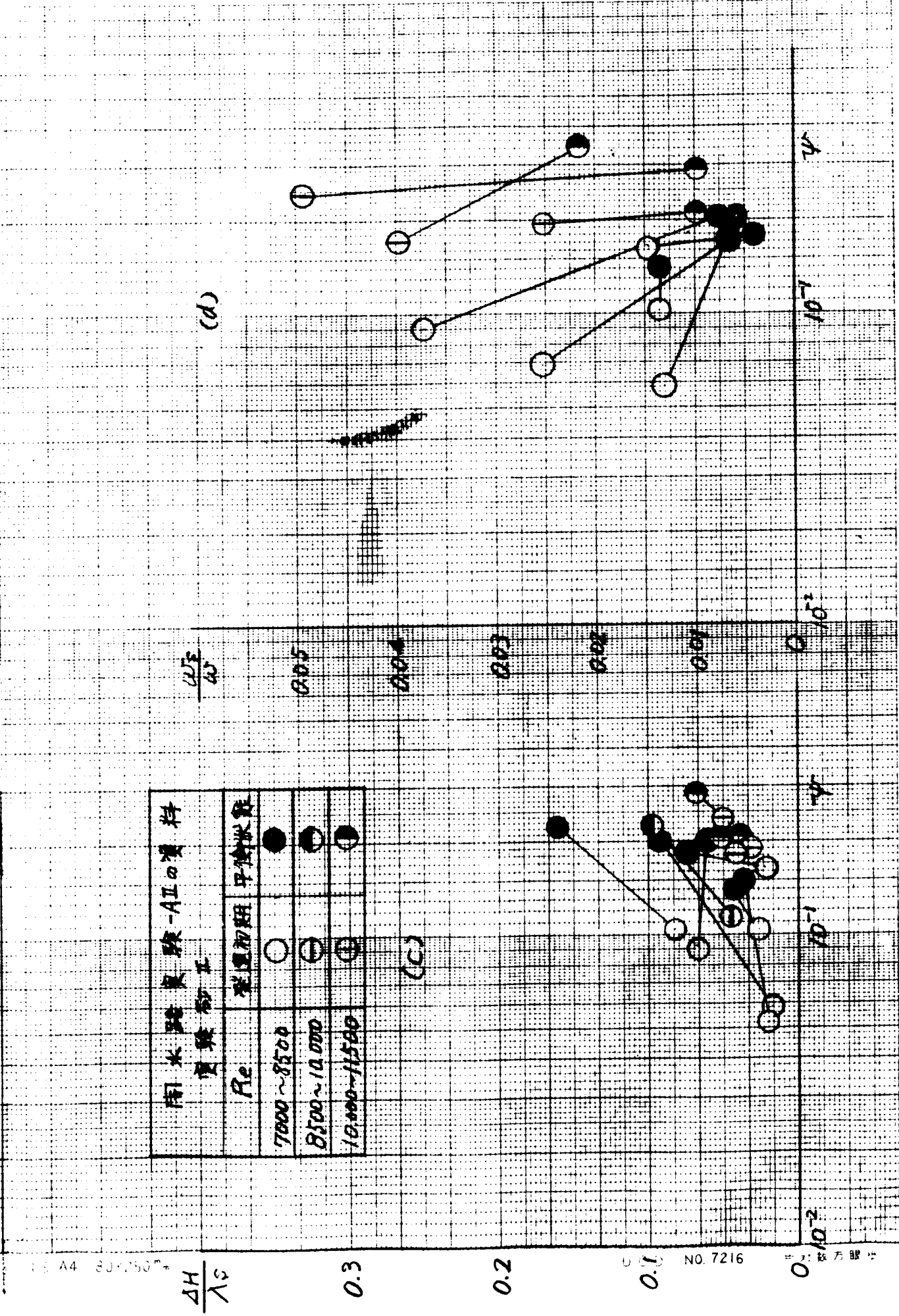
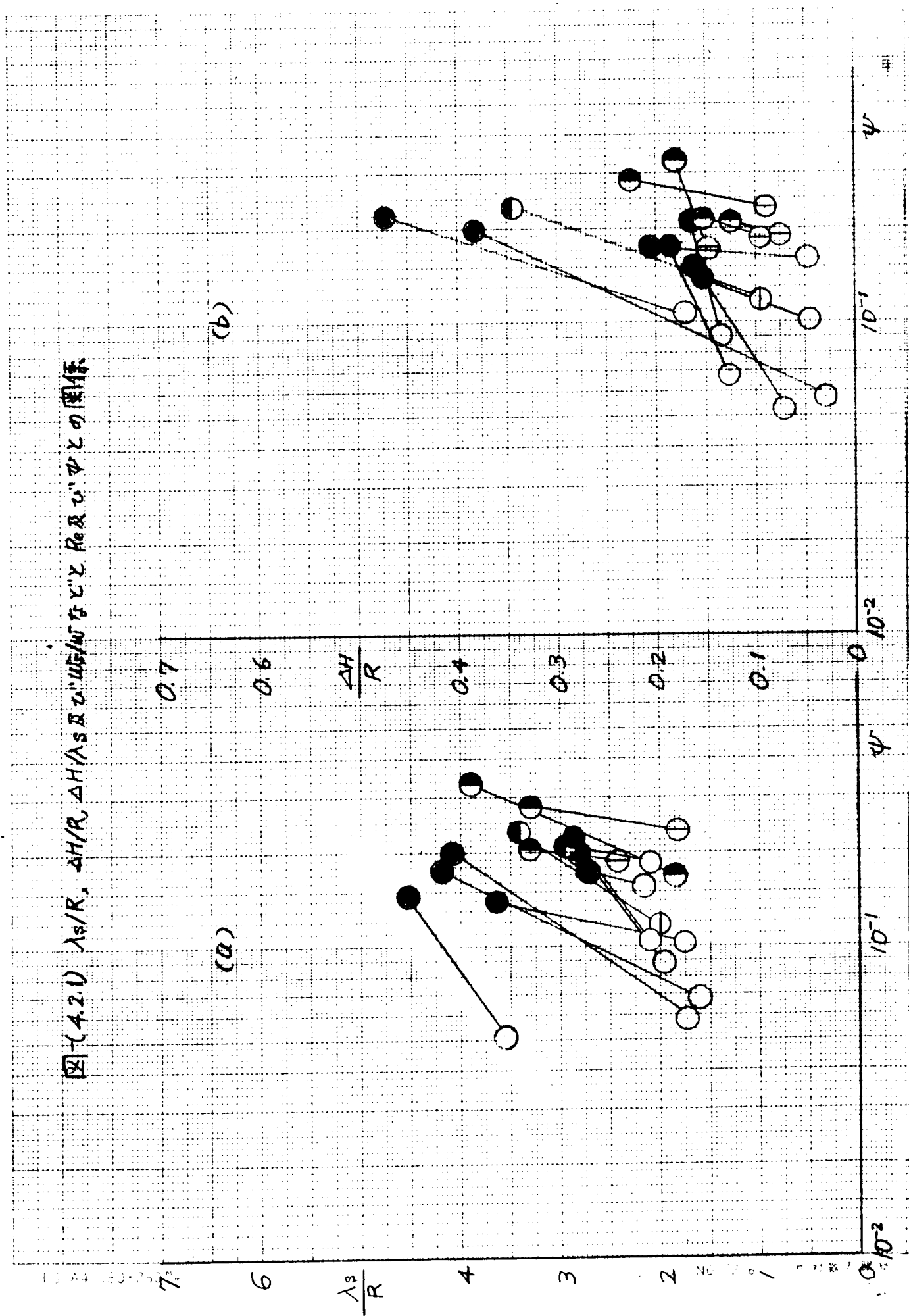


図-4.2.11 λ_s/R , $\Delta H/R$, $\Delta H/\lambda_s$ 及び ψ と Re 及び ψ との関係



円水路実験-AIIの資料
実験結果

Re	発達初期	中後期
7000~8500	○	●
8500~10000	○	●
10000~11500	○	●

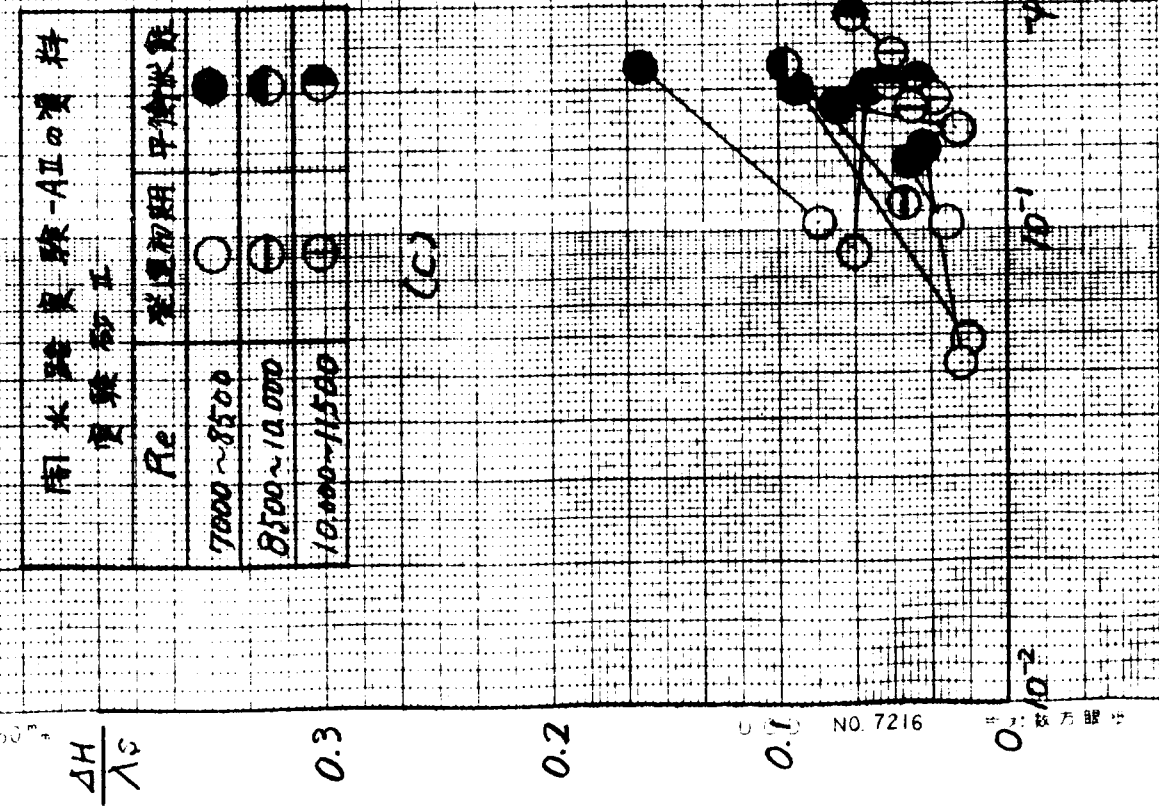
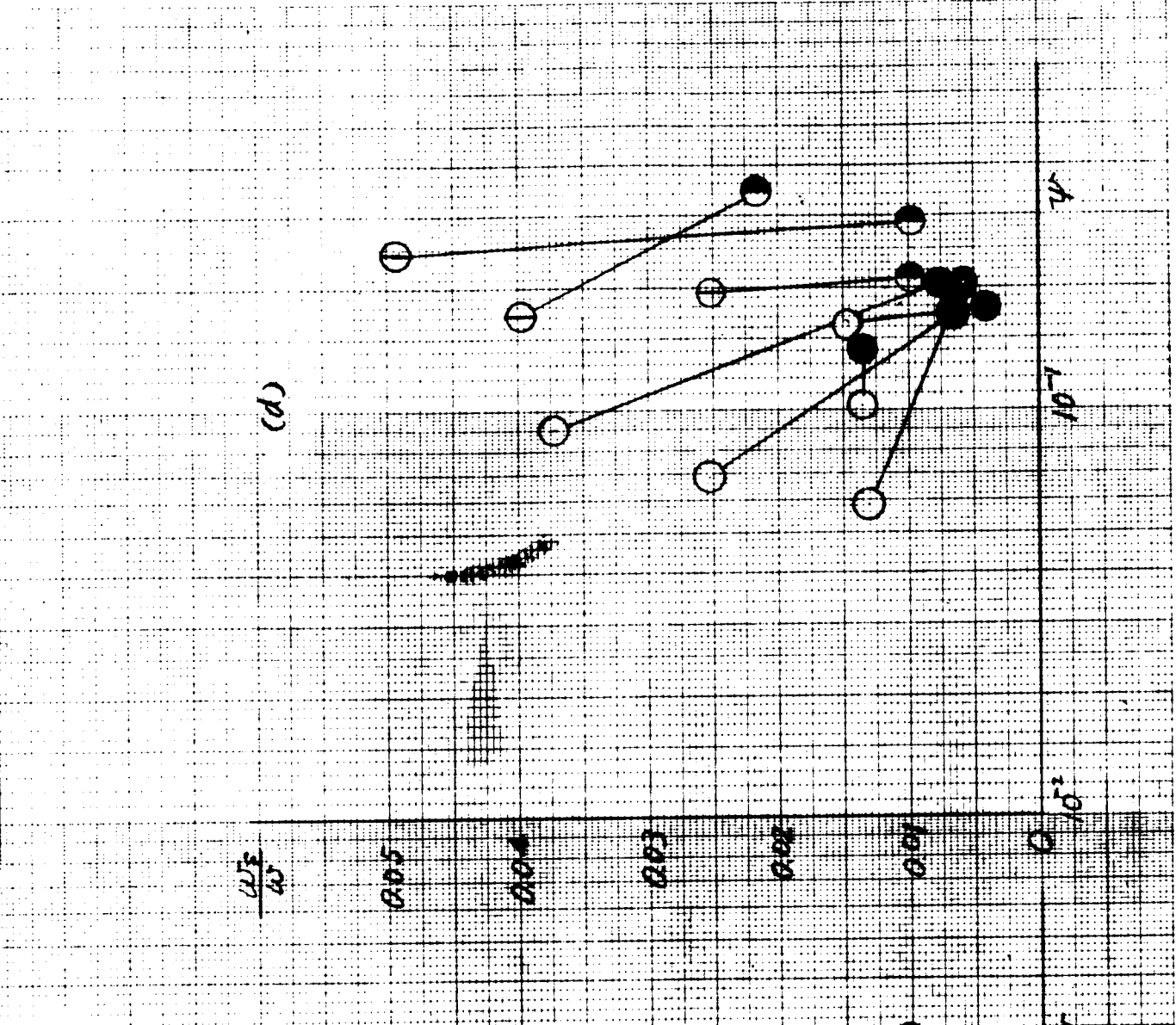
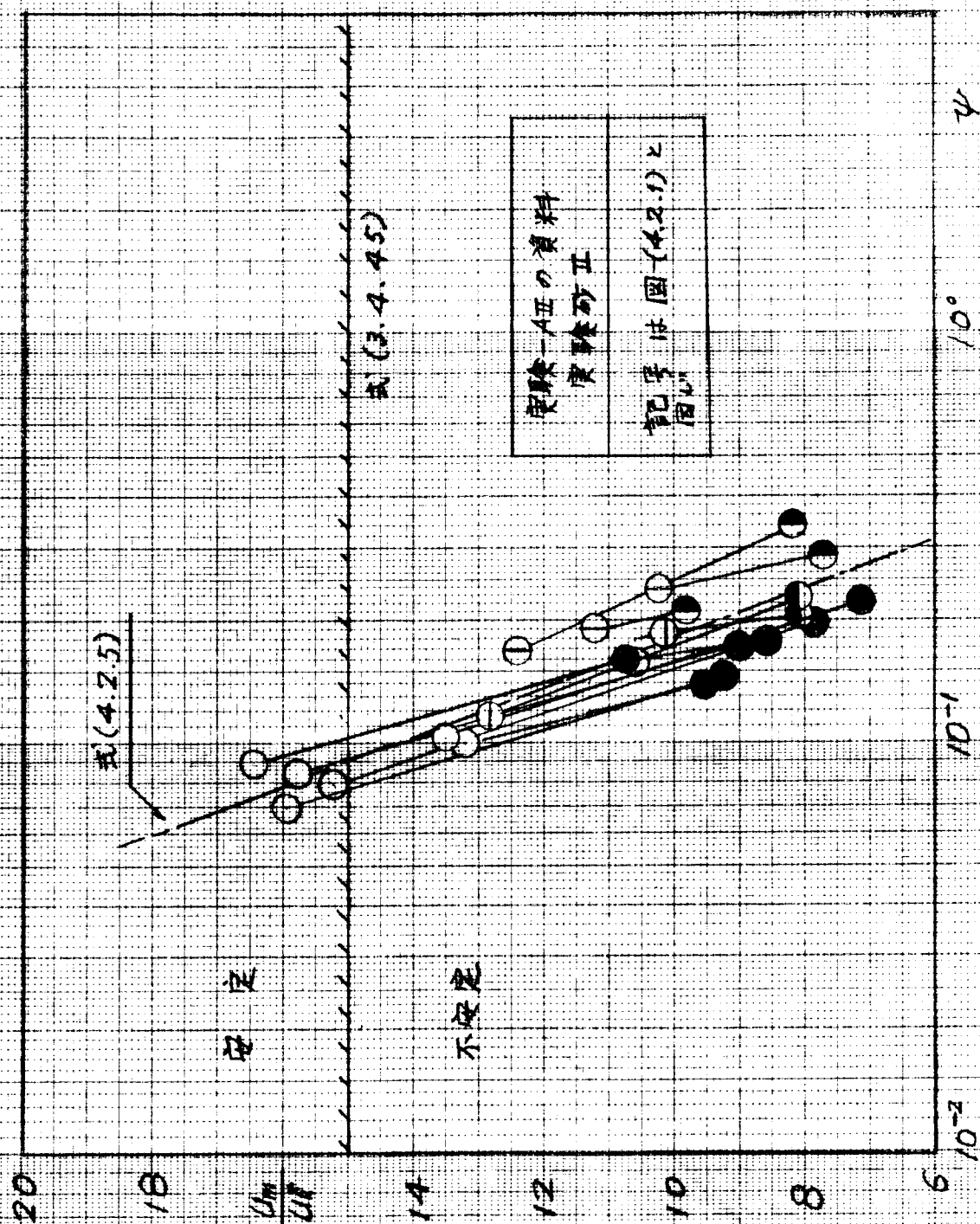
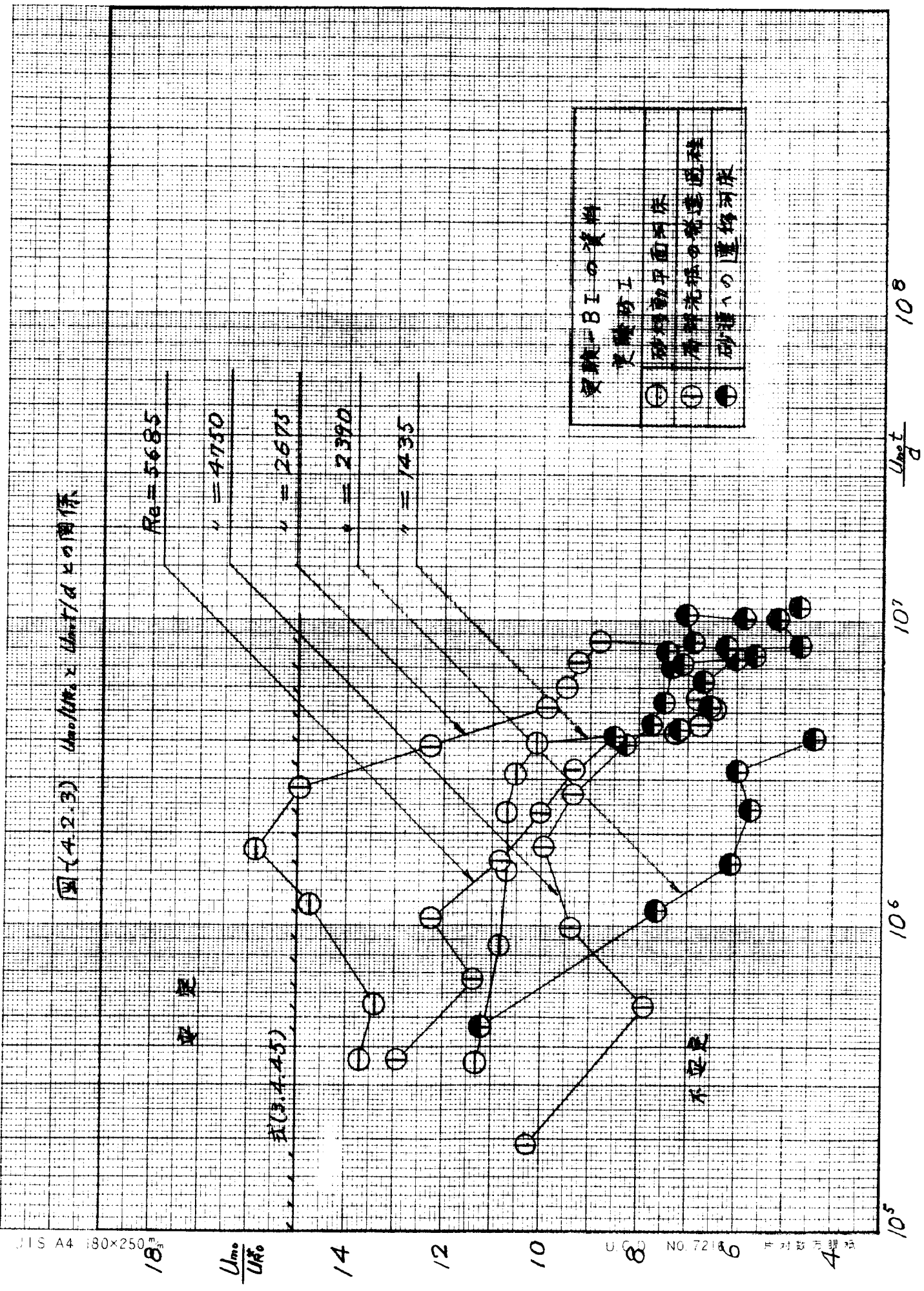


図-(4.2.2) U_m/U_l と Re の関係



図(4.2.3) U_{00}/U_{10} と $U_{00}t/d$ の関係



図(4.2.4) ψ と U_{mot}/d との関係

実験-BIの資料	
実験砂I	
①	砂移動平面河床
①	局部流掘の発達過程
●	砂達への遷移河床

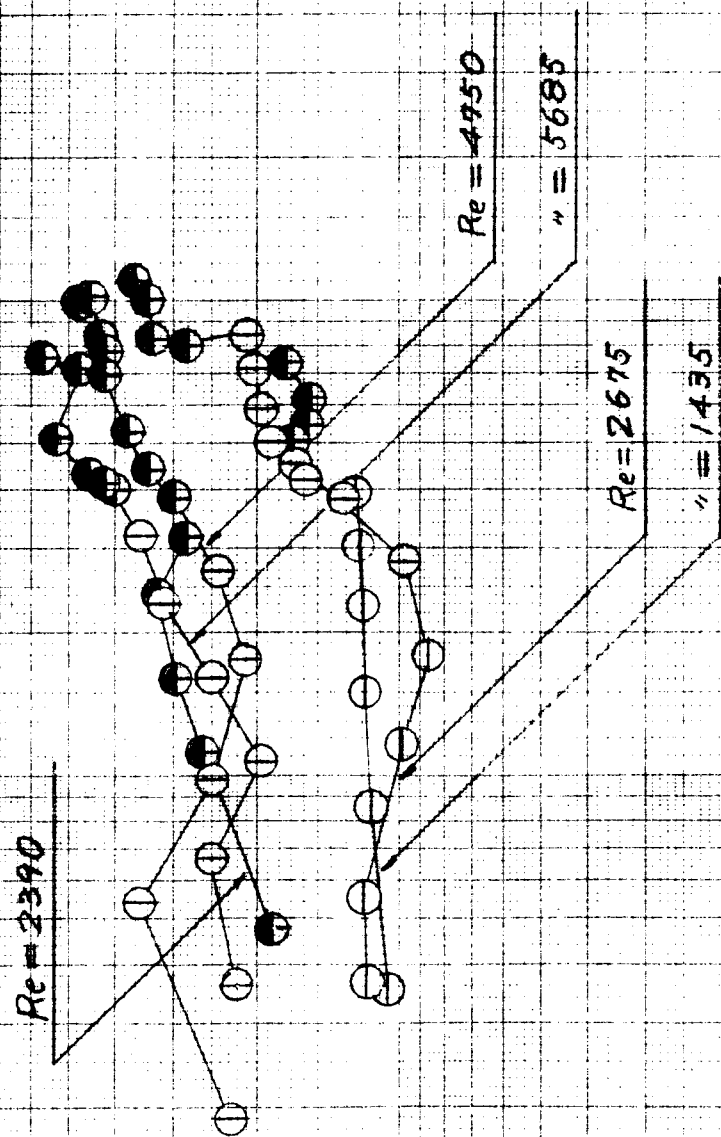


図-(4.2.5) U_{mo}/U_{R0} と ψ との関係

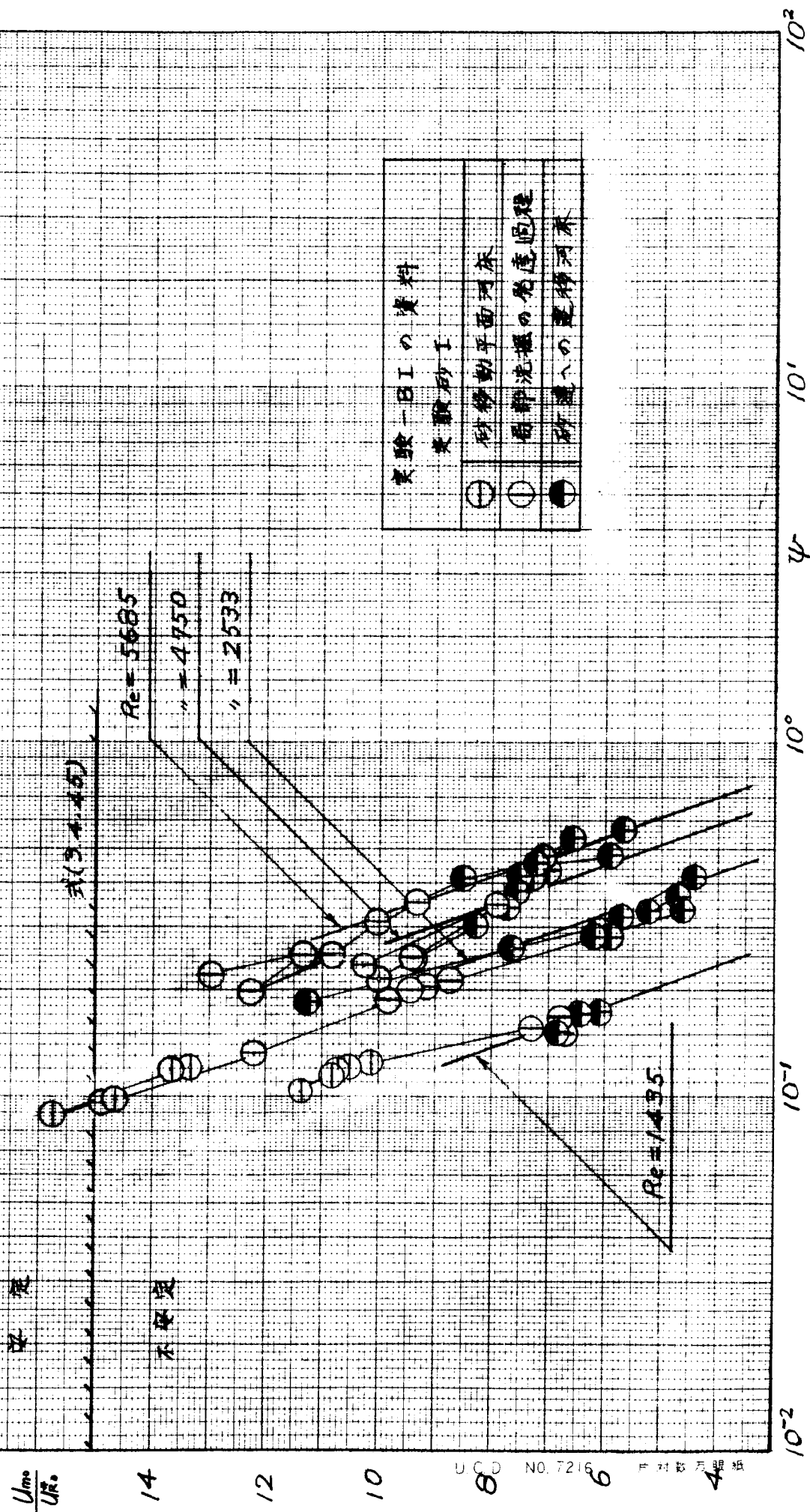
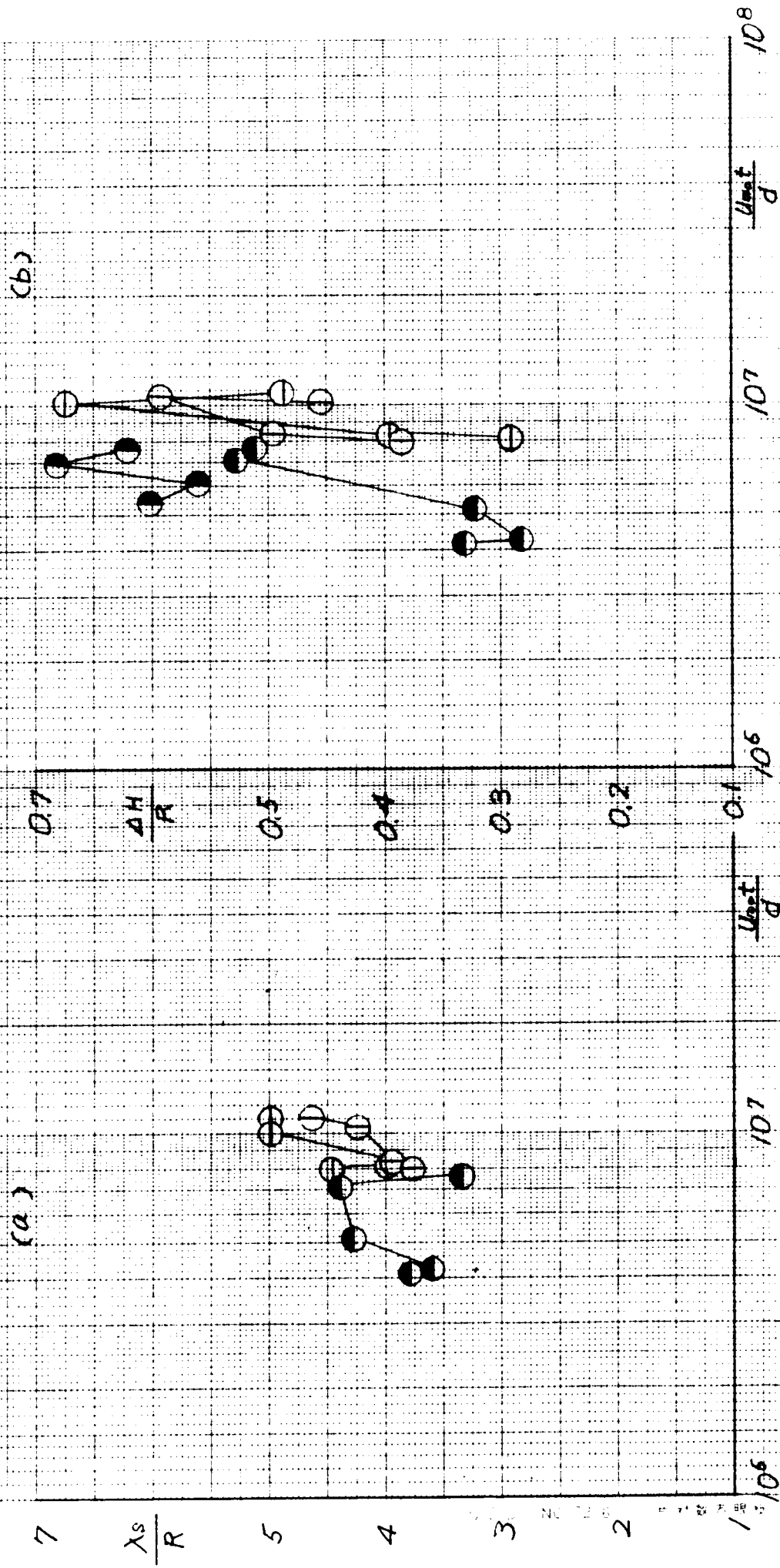


図-42.6) λ_s/R , $\Delta H/R$, $\Delta H/\lambda_s$ および U_{max}/U_s と U_{max}/d との関係
水路全域が砂遣いにおおわれ復元状態



実験砂-BIの資料
水路全域に砂遣いの状態

●	$Re = 5685$
○	" $= 4750$
⊖	" $= 2675$
⊙	" $= 2390$
⊗	" $= 1435$

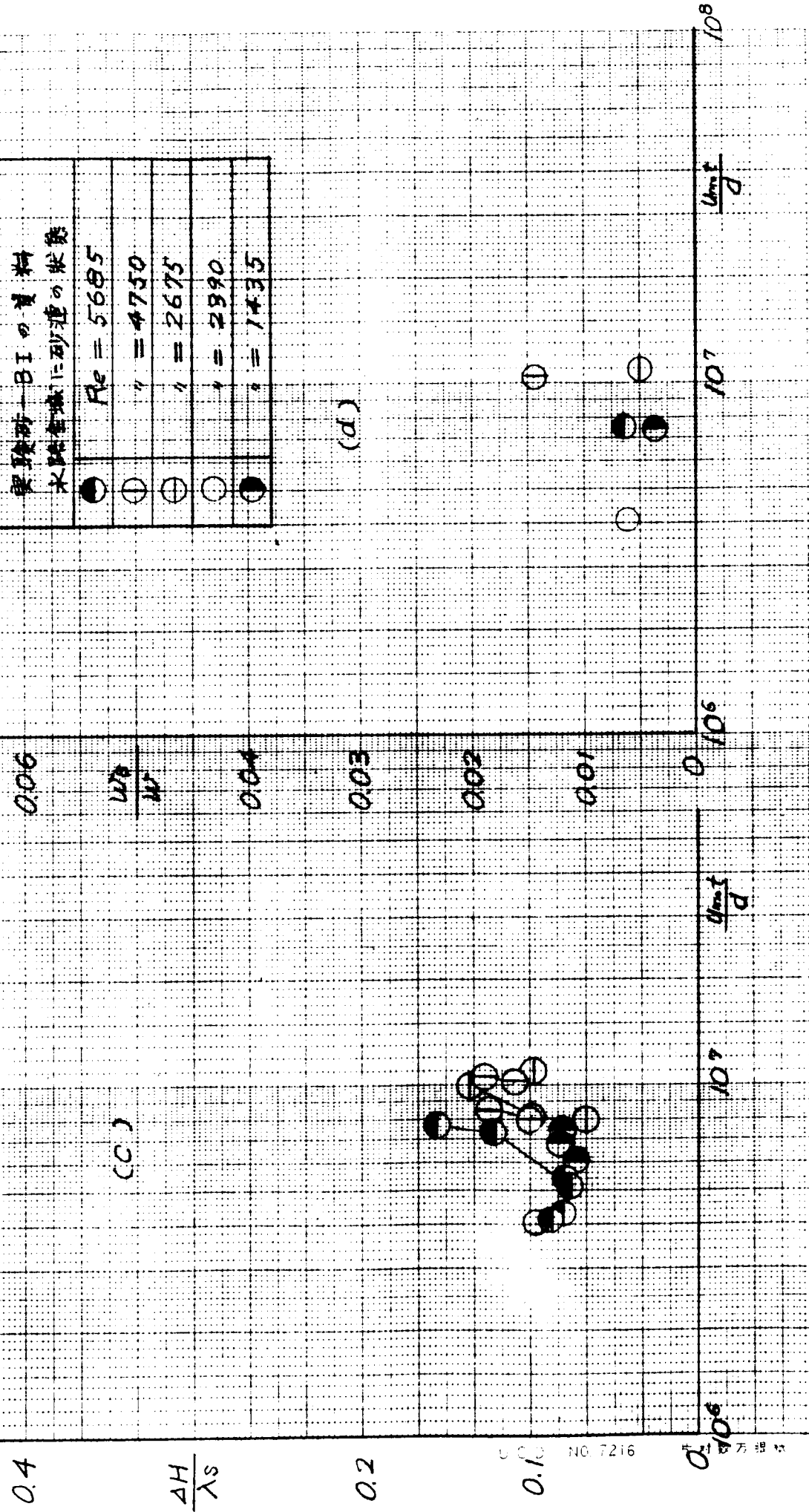


図-(4.2.7) α と ψ との関係

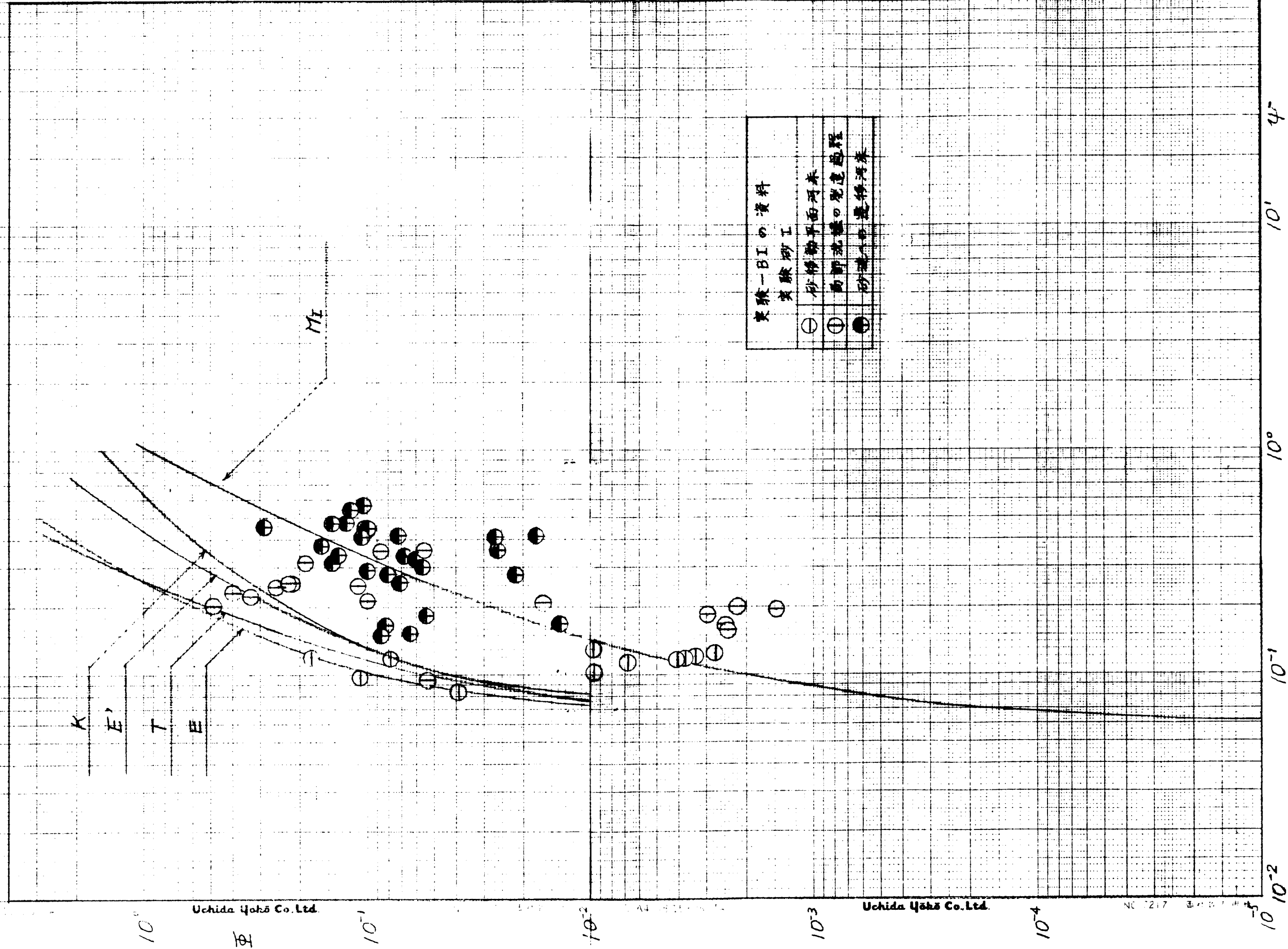
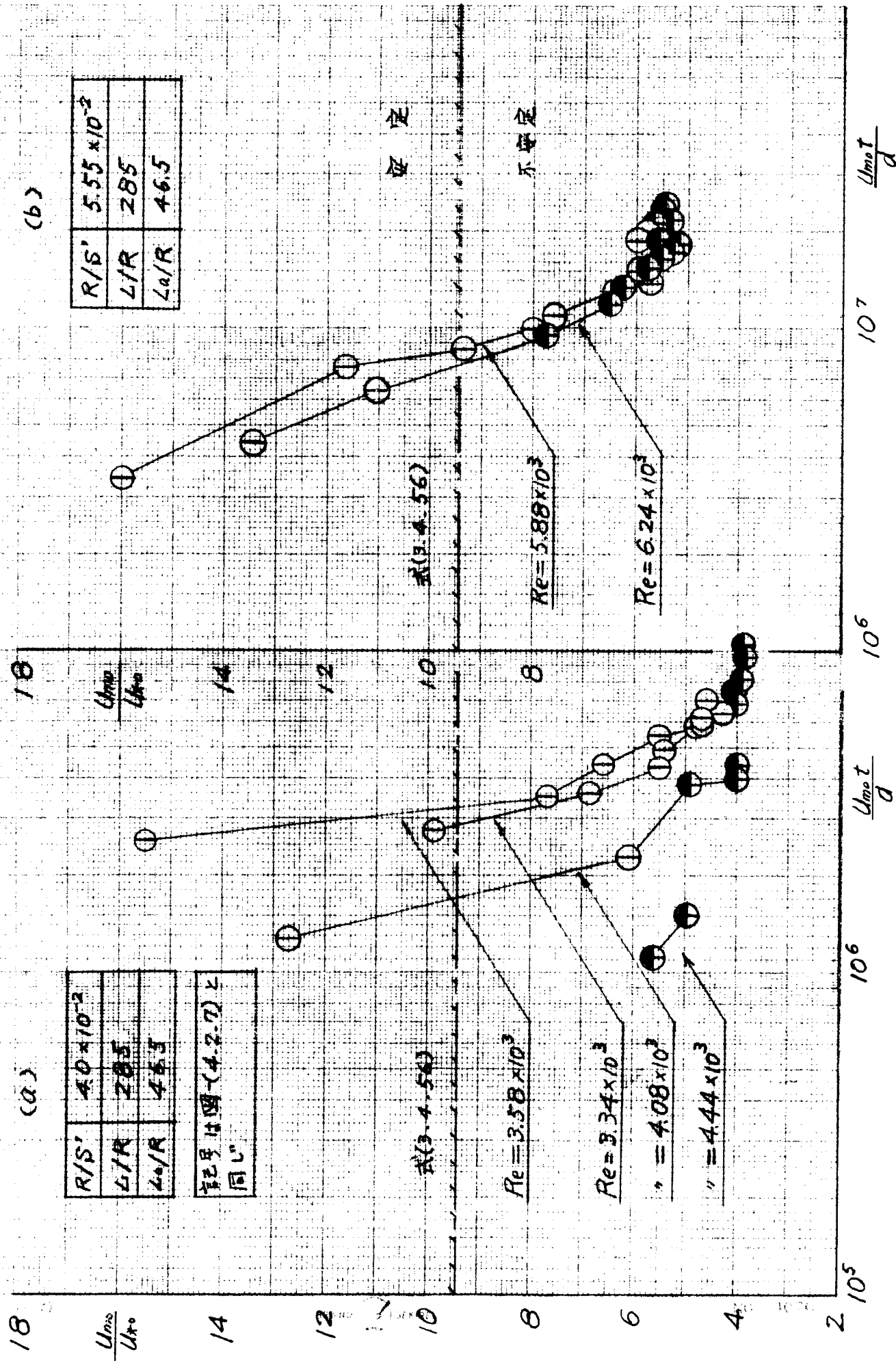


図-(4.2.8) U_{ms}/U_{∞} と U_{mot}/d との関係



図(4.2.9) ψ と U_{mot}/d の関係

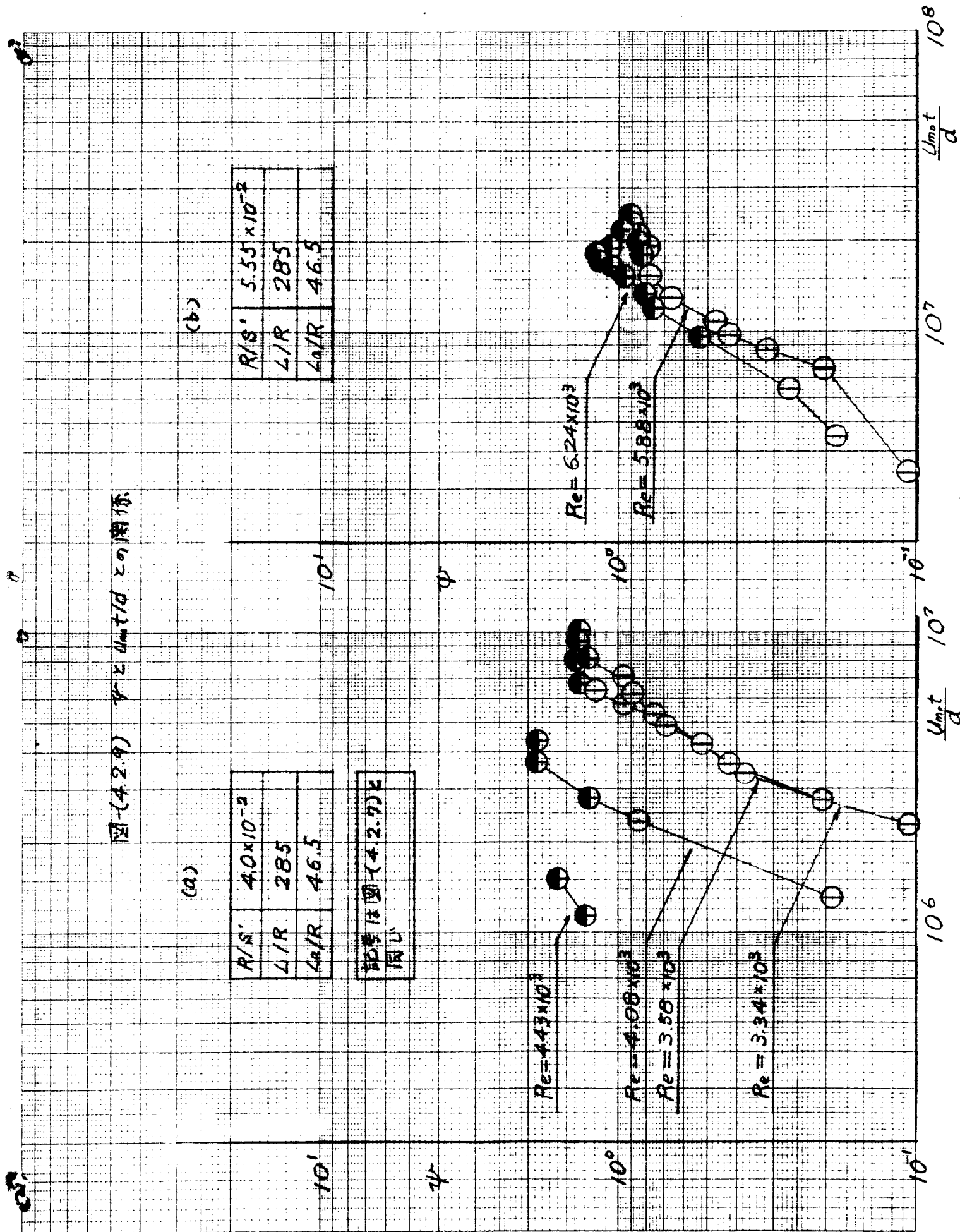
(a)

R/S'	4.0×10^{-3}
L/R	285
L_0/R	46.5

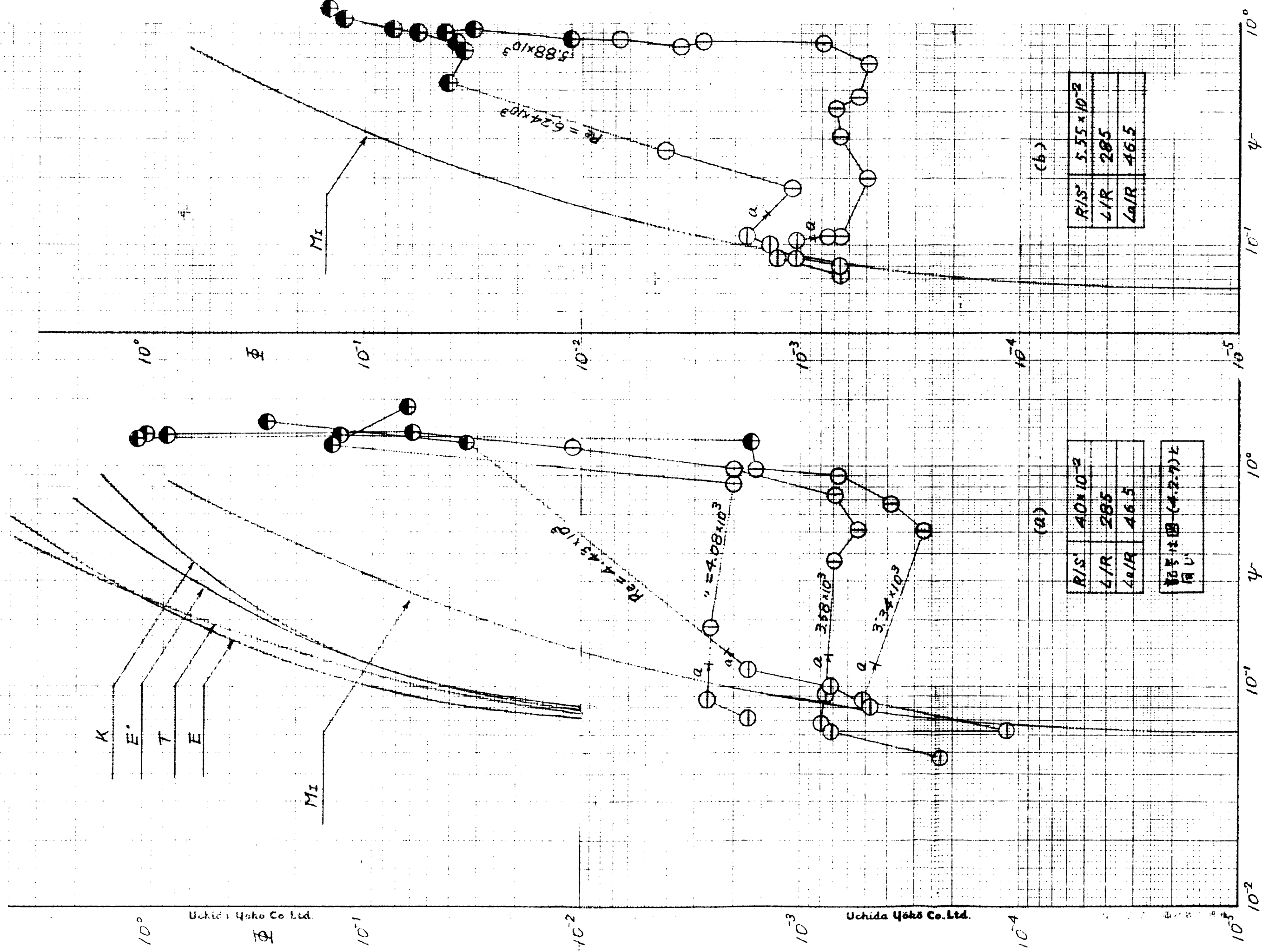
記号は図(4.2.7)と
同じ

(b)

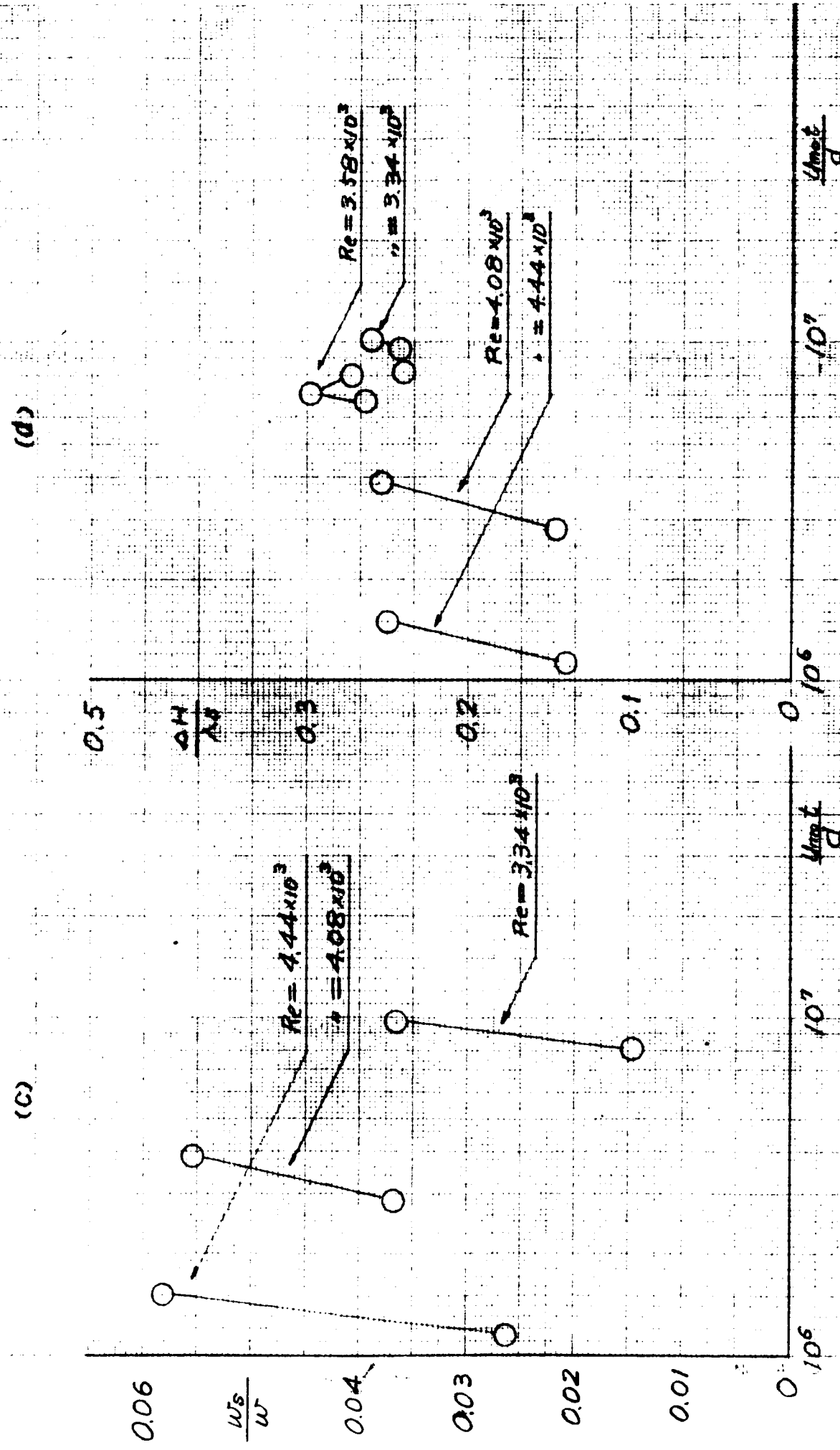
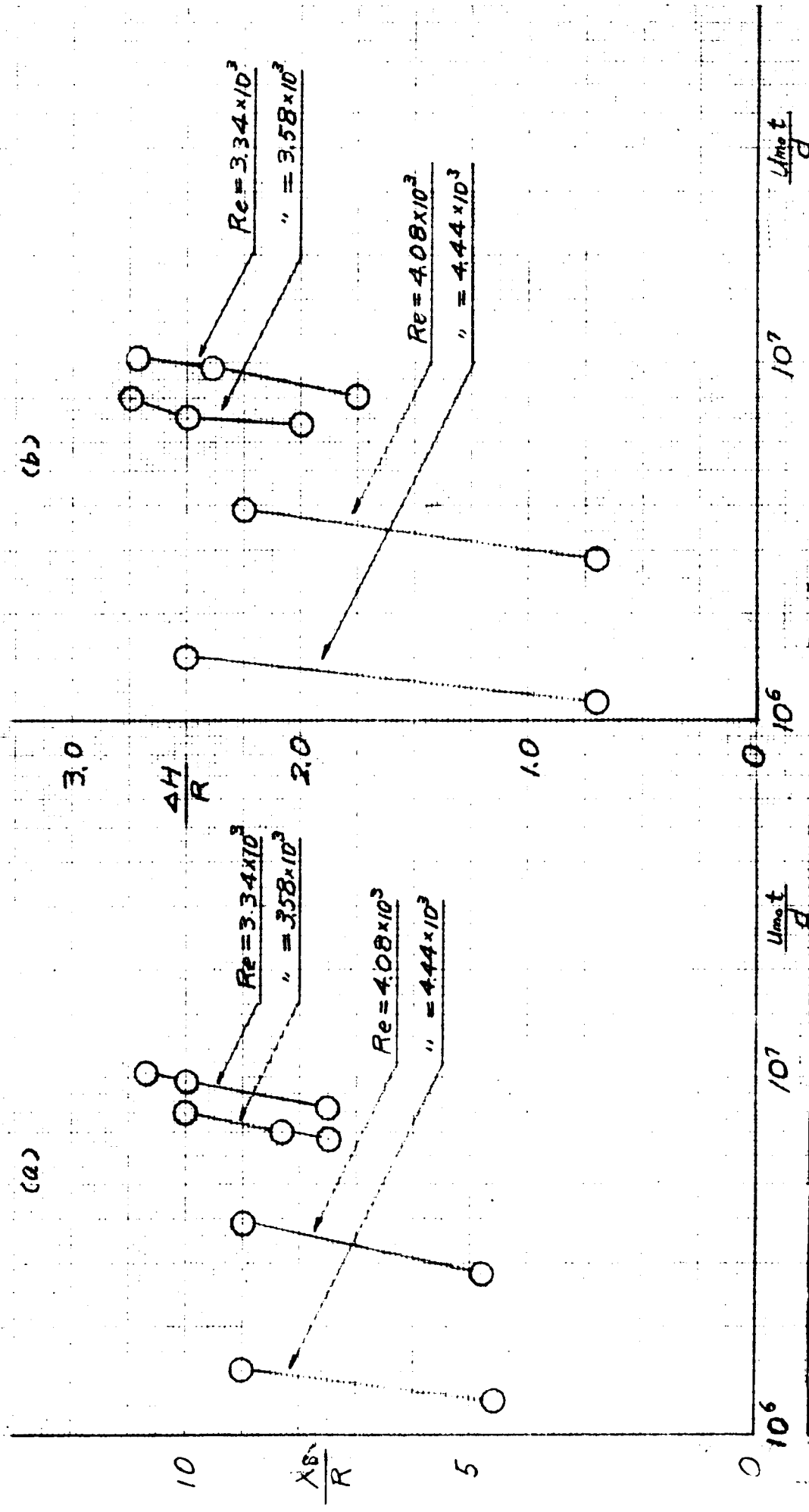
R/S'	5.55×10^{-3}
L/R	285
L_0/R	46.5



図(4.2.10) 重と ψ との関係



図(4.2.11) $\lambda\delta/R$, $\Delta H/R$, $w\delta/w$, および $\Delta H/\lambda\delta$ と $U_{mo}t/d$ の関係
 $R/\delta = 4.0 \times 10^3$, $\Delta/R = 285$



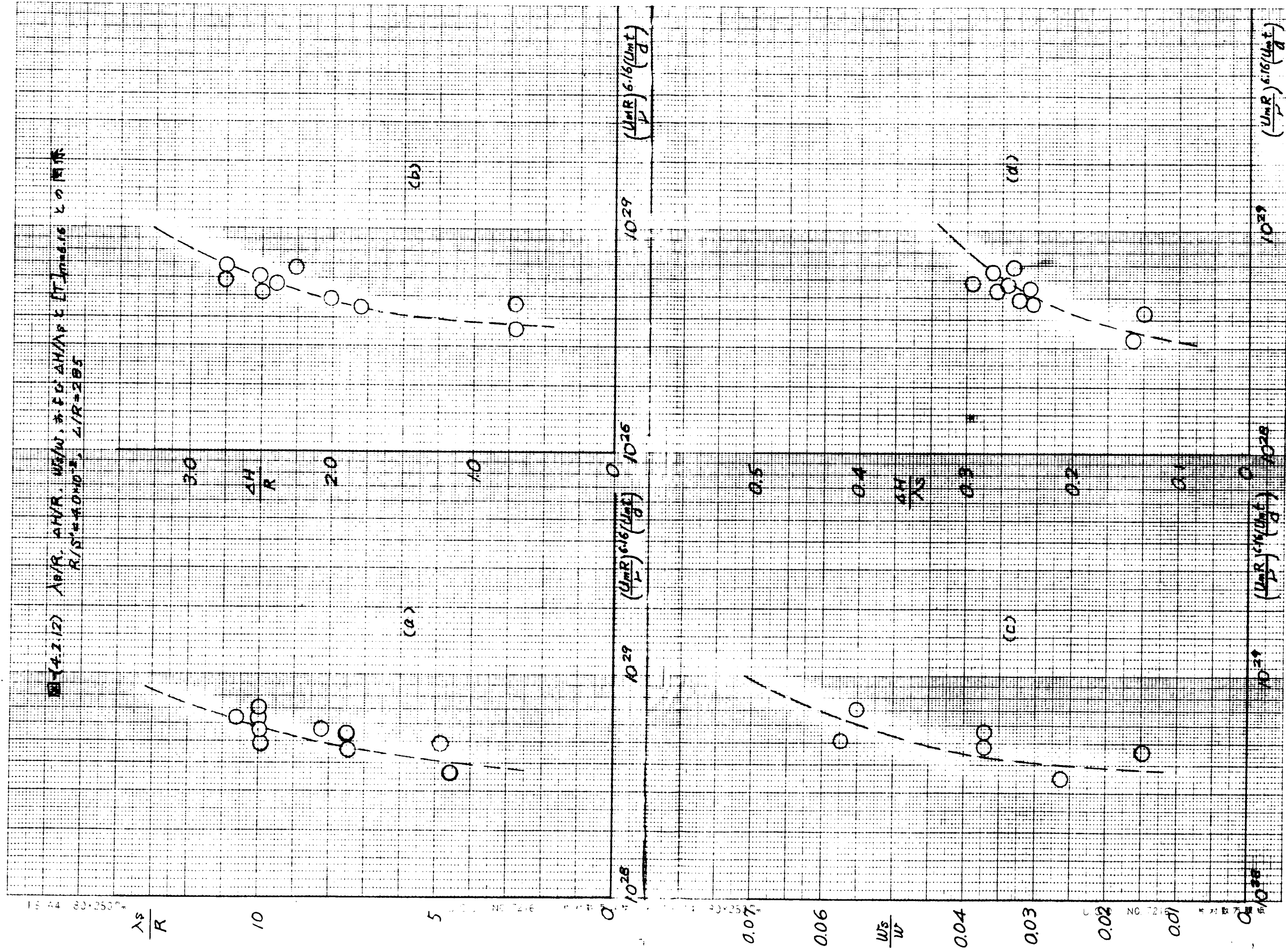


図-4.2.13) U_m/U_k と L^*/m の関係
 $R/S = 4.0 \times 10^3$, $L/R = 295$

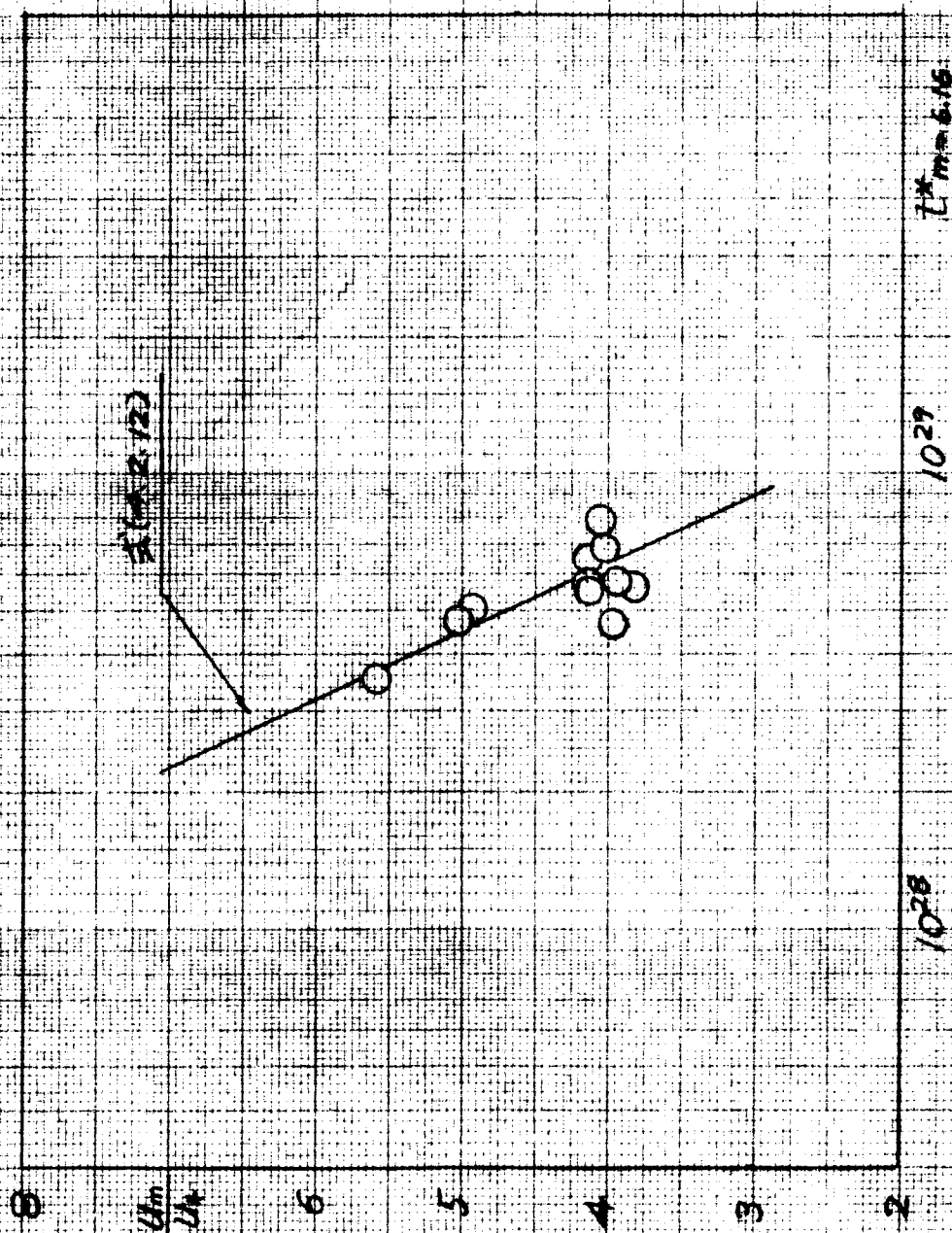
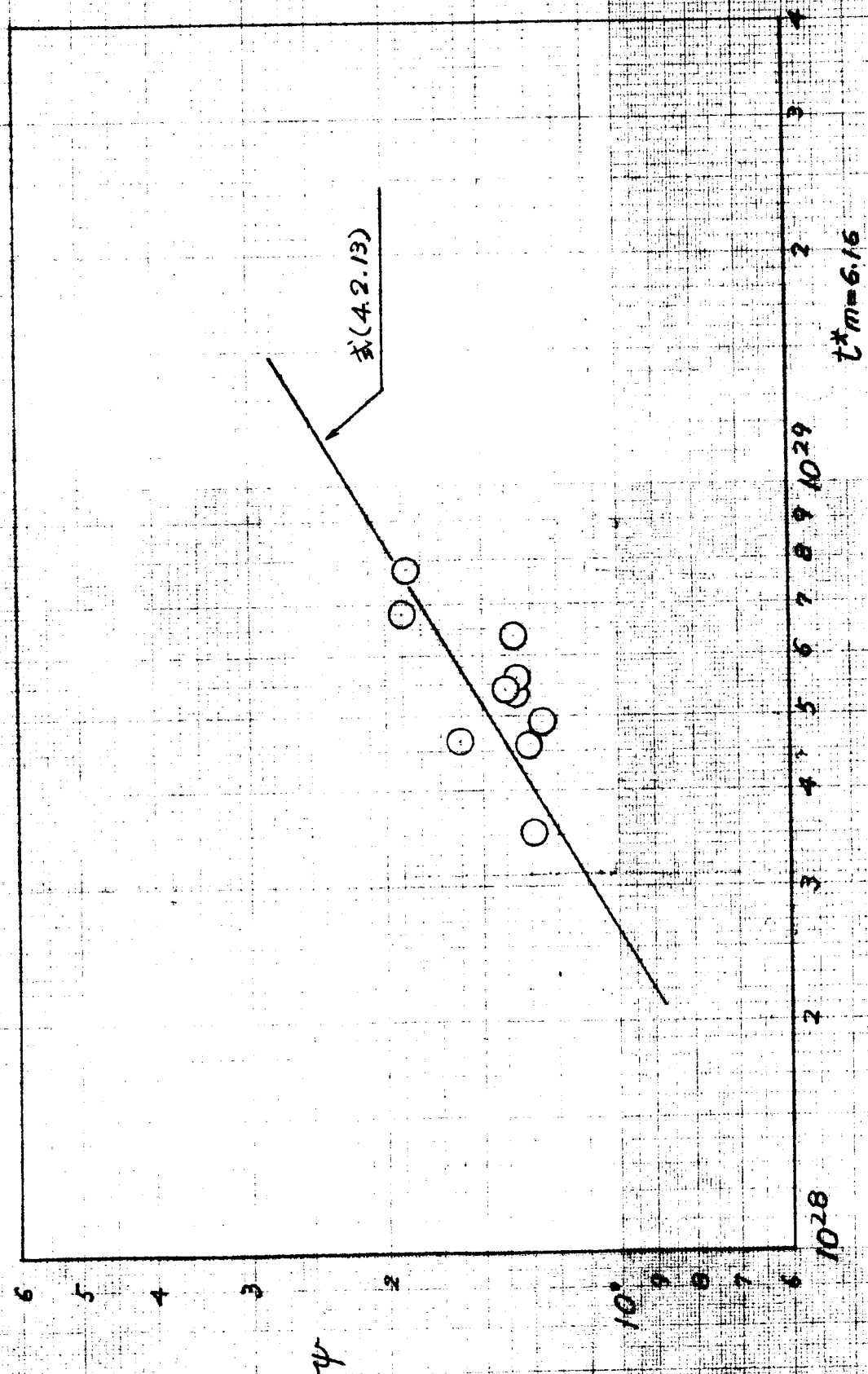


図-(4.2.14) ψ と $t^*m=6.16$ との関係
 $R/S^2=40 \times 10^{-3}$, $L/R=285$



図(5.2.1) 風速と砂の図係

$\log \frac{K_s}{D}$

1.6

1.2

0.8

0.4

0

10⁻²

10⁻¹

10⁰

10¹

10²

10³

10⁴

10⁵

10⁶

10⁷

10⁸

10⁹

10¹⁰

10¹¹

10¹²

10¹³

10¹⁴

10¹⁵

10¹⁶

10¹⁷

10¹⁸

10¹⁹

10²⁰

Gilbertの実験資料
Dunes

①	A 砂, $d=0.505mm$
②	B 砂, $d=0.33mm$
③	C 砂, $d=0.508mm$
④	D 砂, $d=0.986mm$
⑤	E 砂, $d=1.910mm$
⑥	F 砂, $d=3.170mm$

0.25 ≤ β ≤ 1.00

式(5.1.4)

$\log \frac{K_s}{D}$

2.4

1.6

1.2

0.8

0.4

0

10⁻²

10⁻¹

10⁰

10¹

10²

10³

10⁴

10⁵

10⁶

10⁷

10⁸

10⁹

10¹⁰

10¹¹

10¹²

10¹³

10¹⁴

10¹⁵

10¹⁶

10¹⁷

10¹⁸

10¹⁹

10²⁰

近安氏の実験資料
砂堆積床

①	A 砂, $d=0.21mm$
②	B 砂, $d=0.34mm$

0.17 ≤ β ≤ 0.51

式(5.1.4)

$\log \frac{K_s}{D}$

2.8

2.4

2.0

1.6

1.2

0.8

0.4

0

10⁻²

10⁻¹

10⁰

10¹

10²

10³

10⁴

10⁵

10⁶

10⁷

10⁸

10⁹

10¹⁰

10¹¹

10¹²

10¹³

10¹⁴

10¹⁵

10¹⁶

10¹⁷

10¹⁸

10¹⁹

10²⁰

著者の実験資料
砂堆積床

①	実験砂 I, $d=0.15mm$
②	" II, $d=0.33mm$
③	" III, $d=0.38mm$
④	" IV, $d=0.77mm$

0.27 ≤ β ≤ 0.64

式(5.1.4)

図-(5.22) k_s/d と \bar{R} と ψ の関係

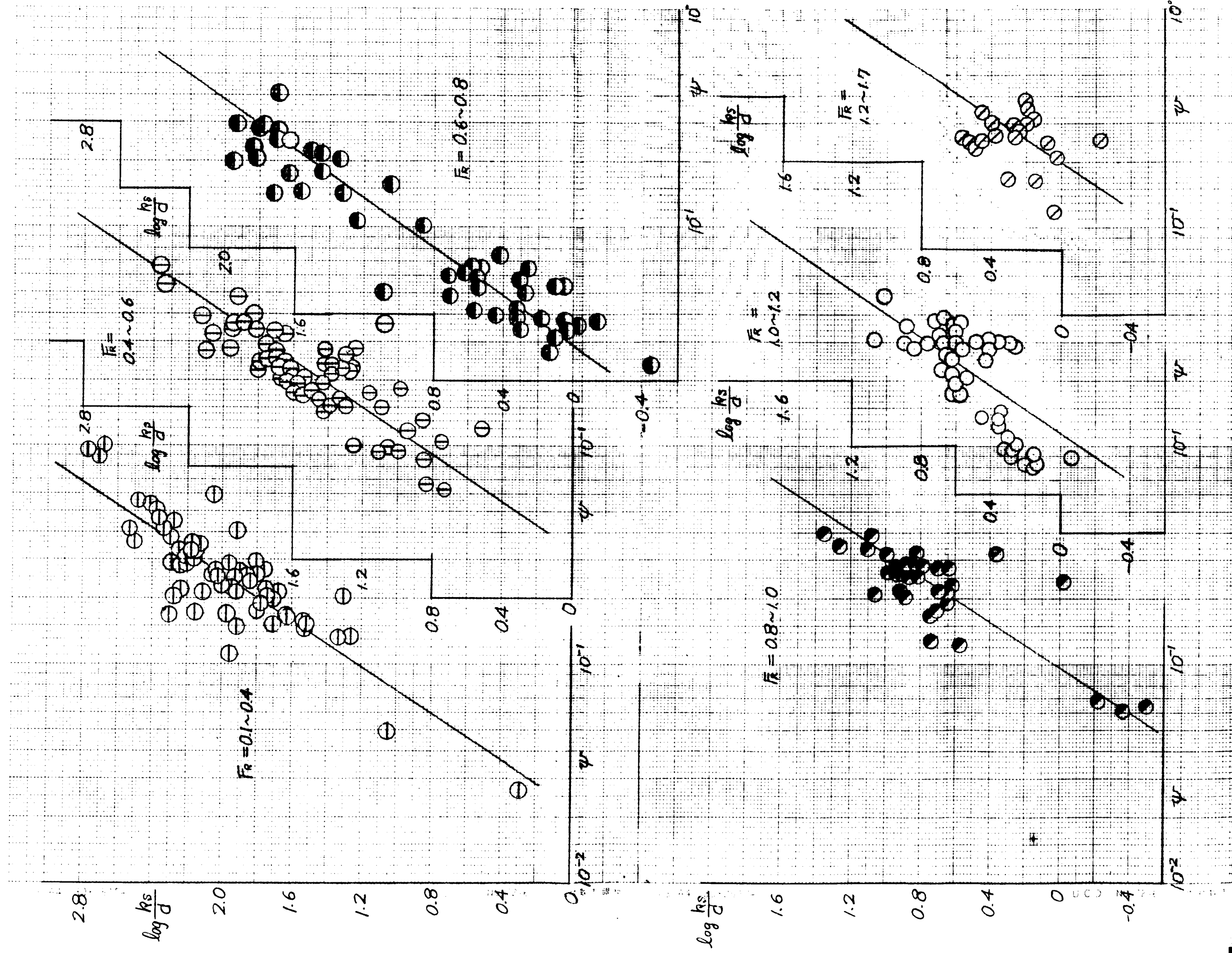
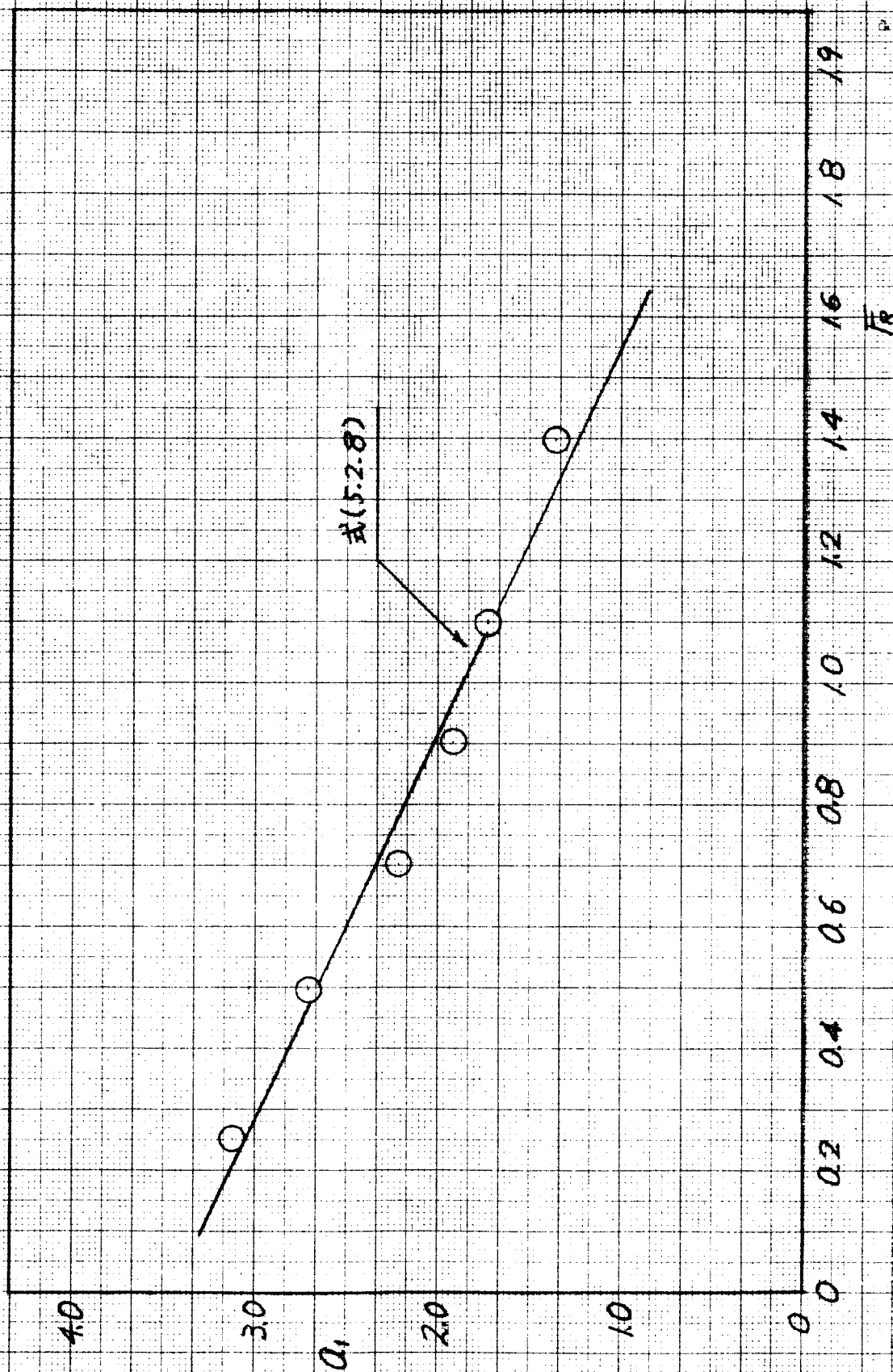


図-(5.2.3) a_1 と \bar{r} の関係



四-(5.2.4) Φ と \bar{R} の関係

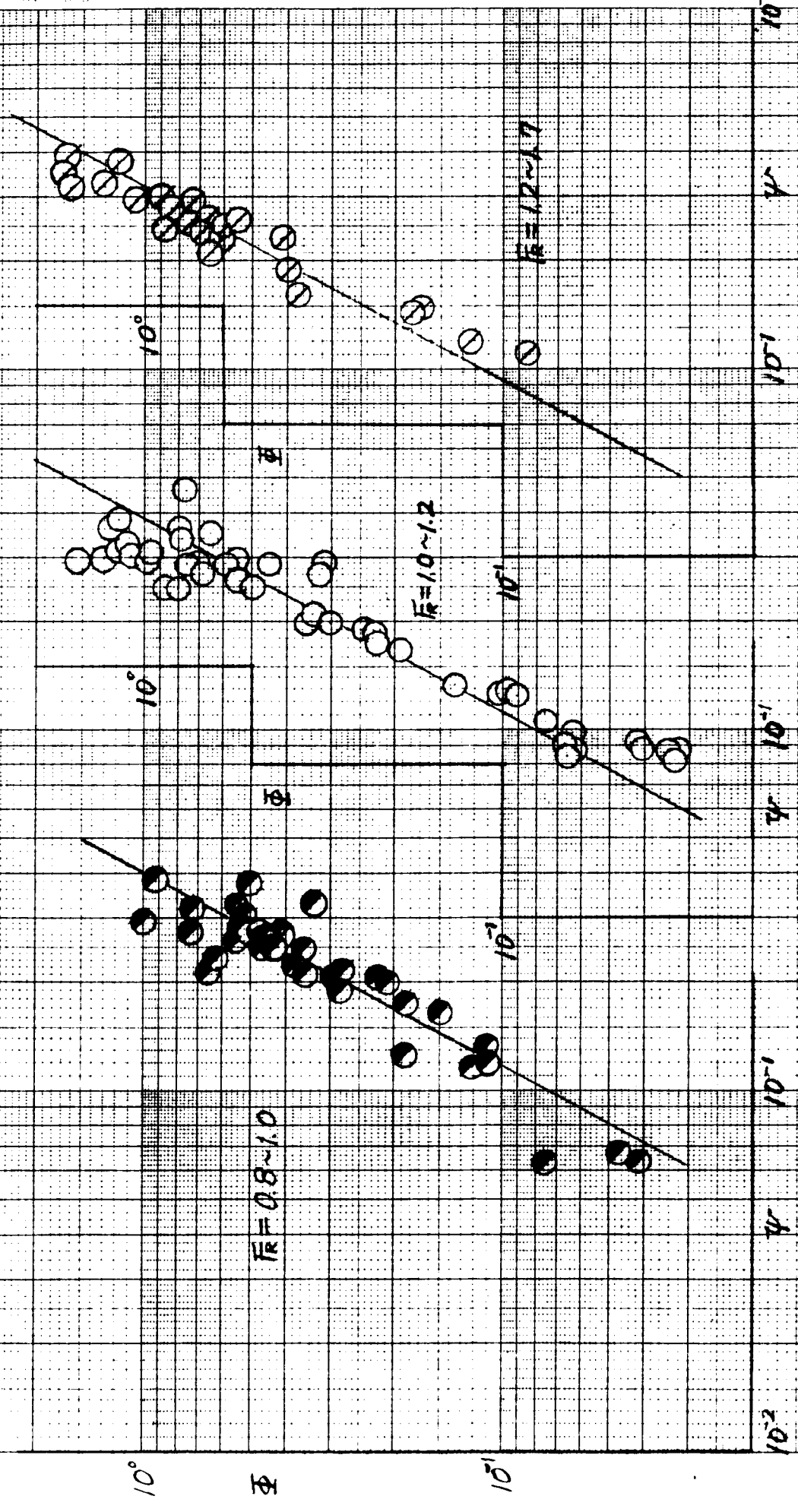
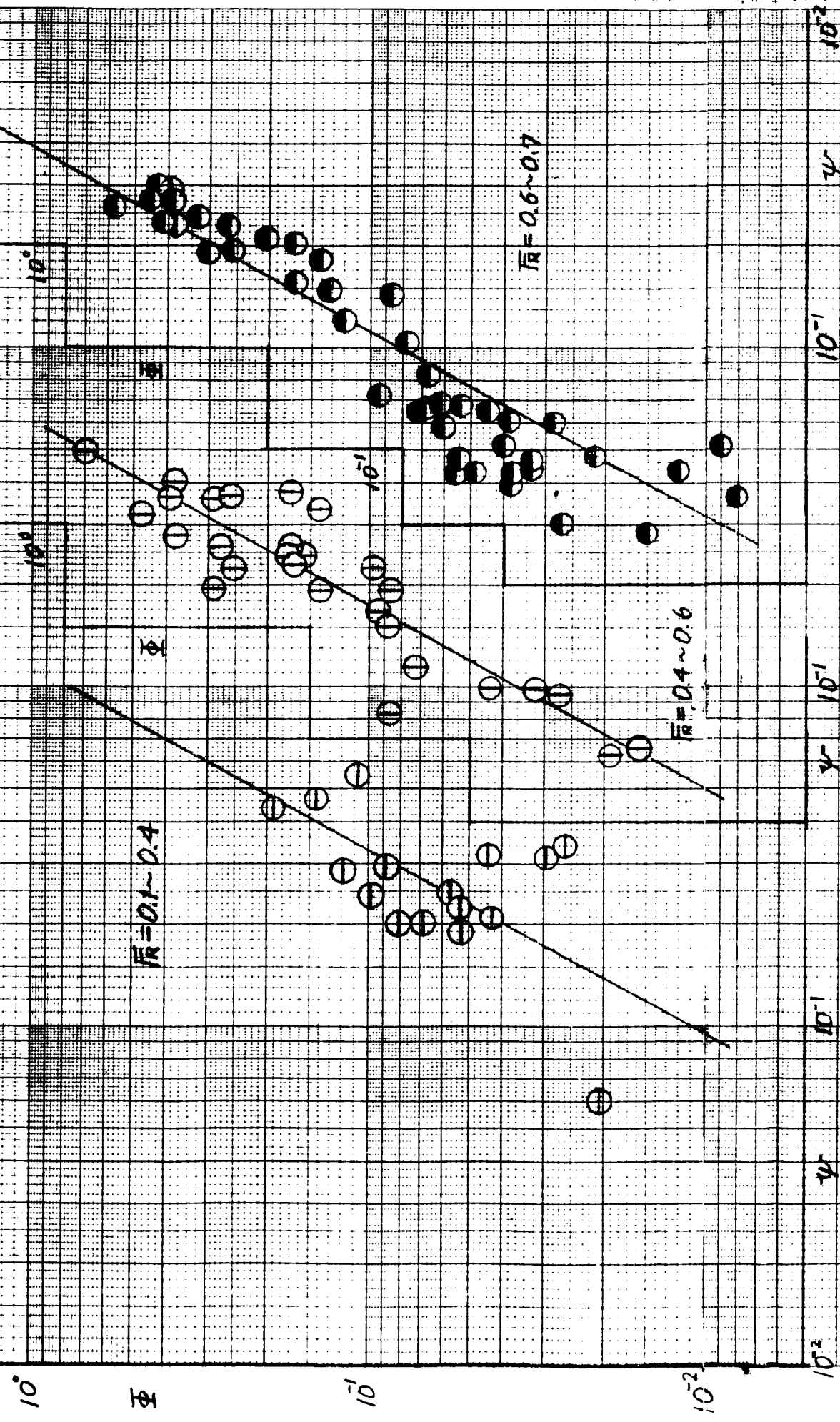


図-(5.2.5) b_1 と b_2 の関係

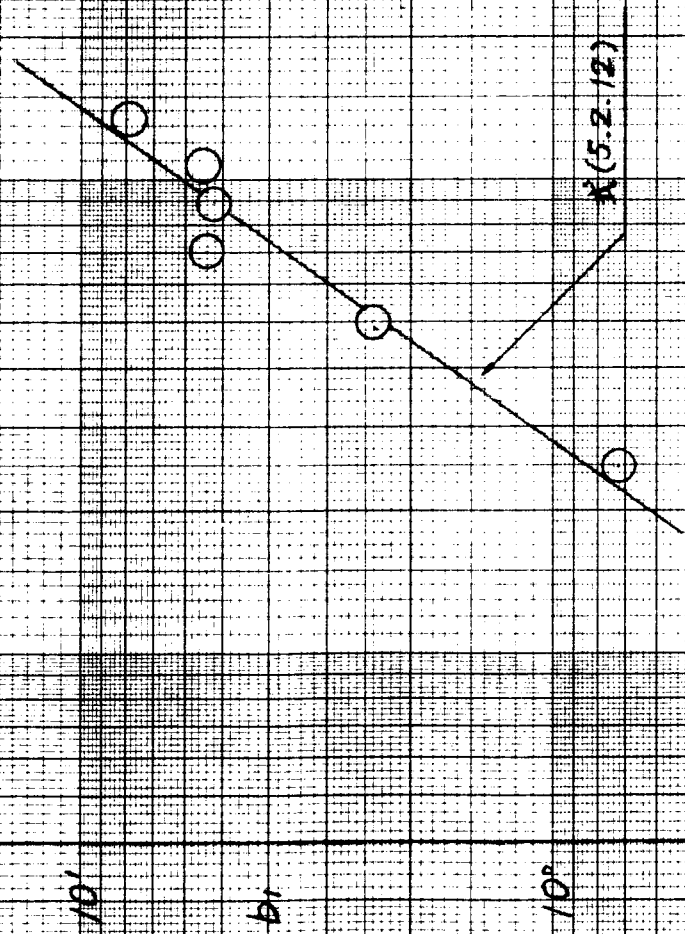


図-(5.2.6) $\Delta H/R$ と ψ の関係

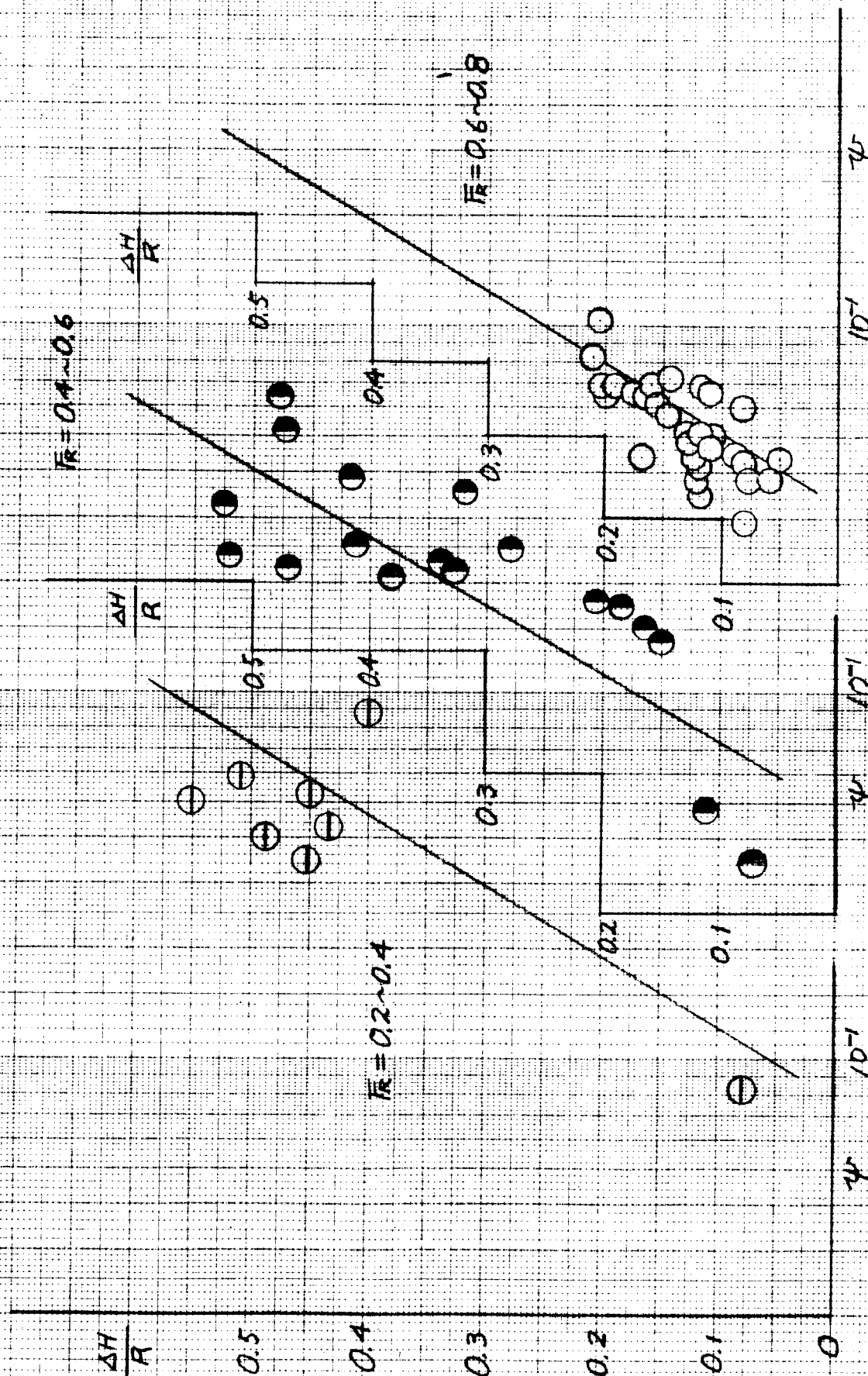
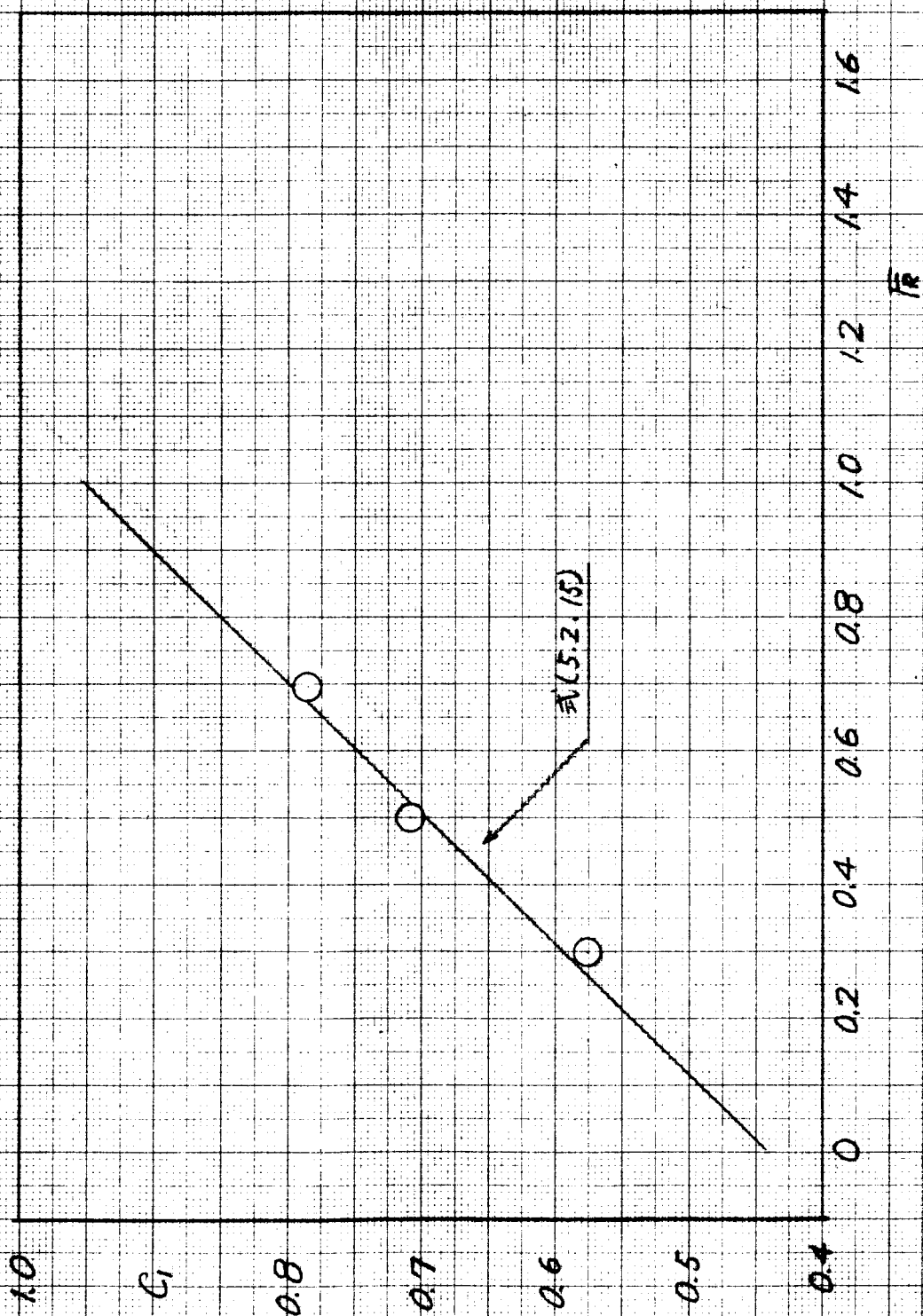
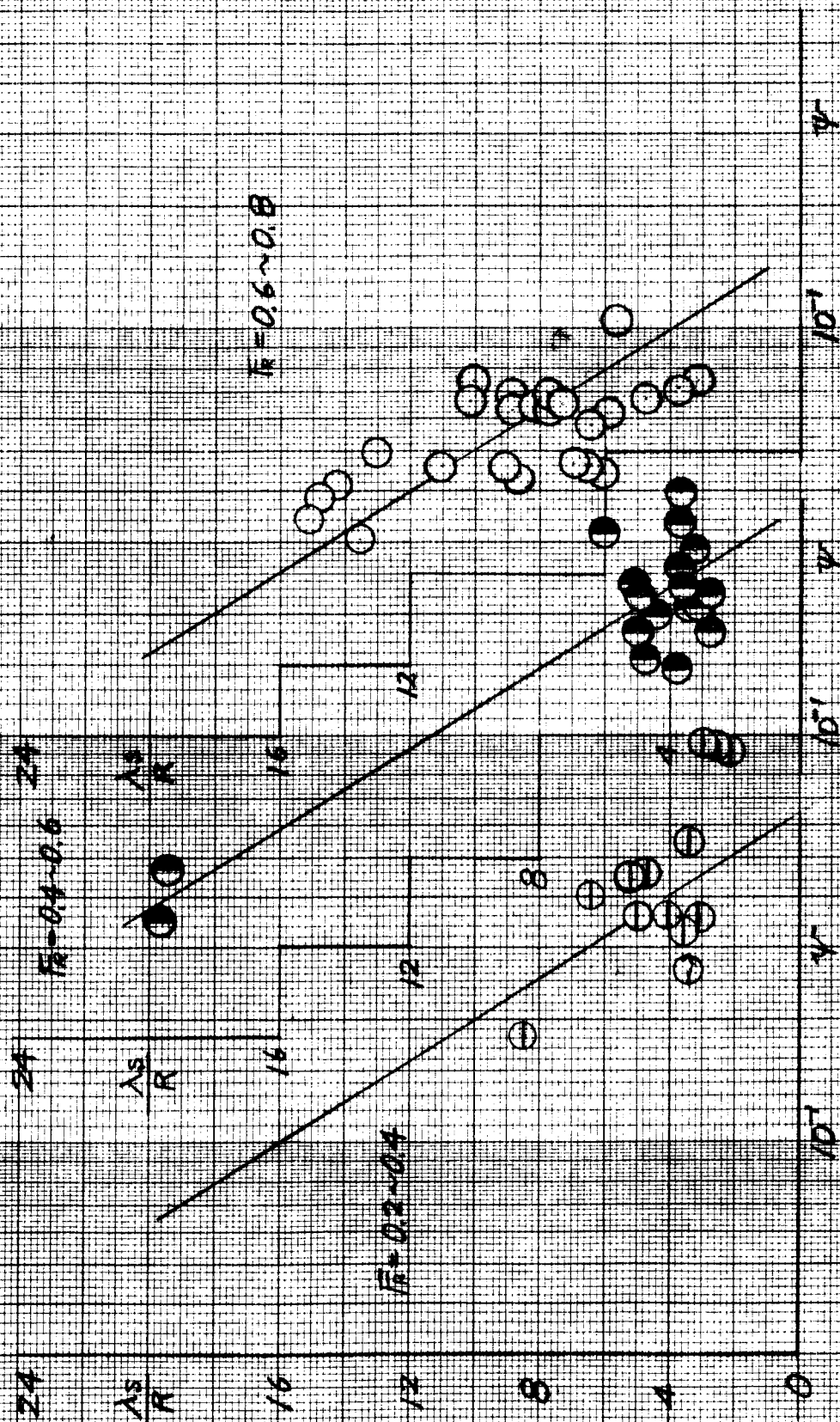


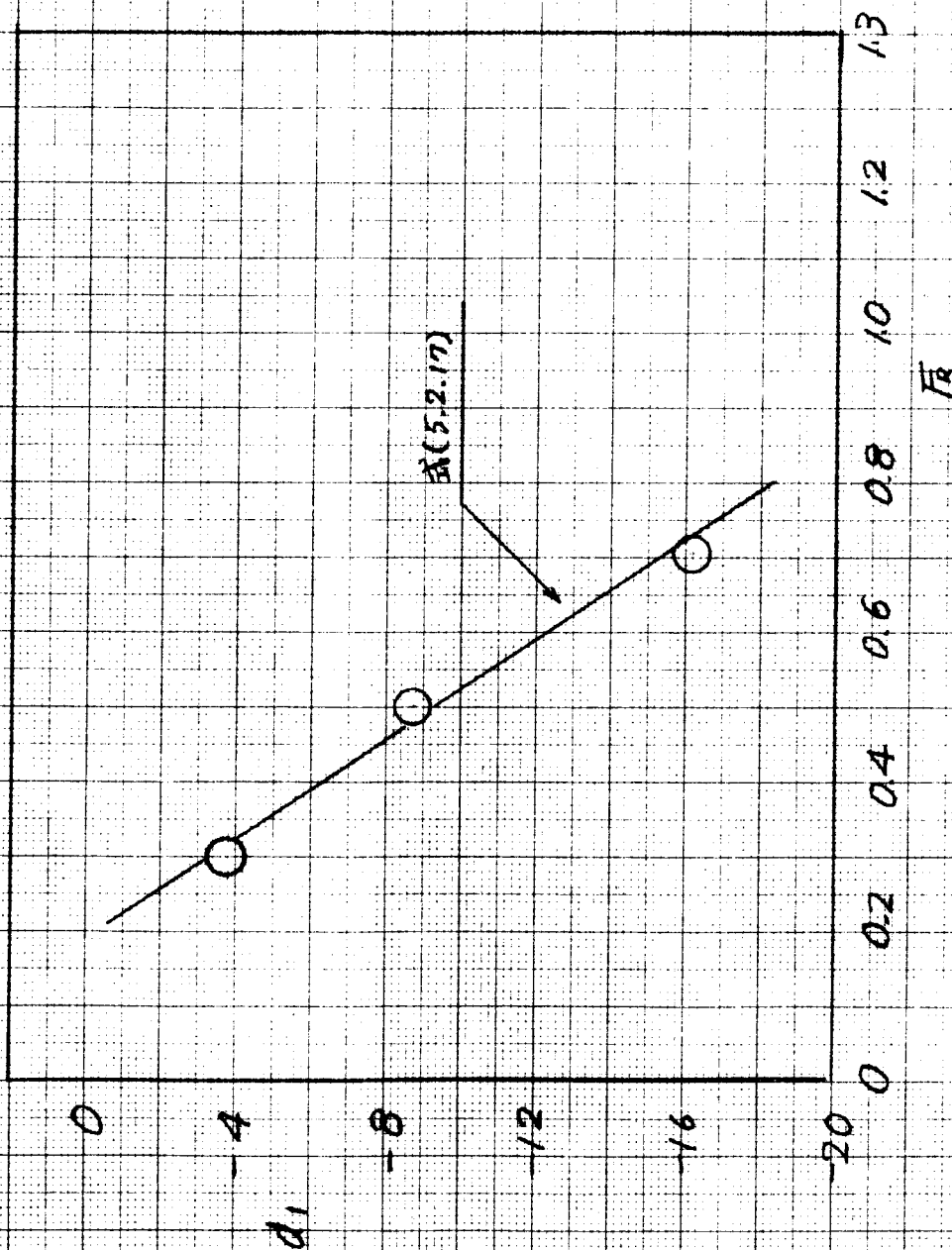
図-(5.2.7) C_1 と \bar{R} との関係



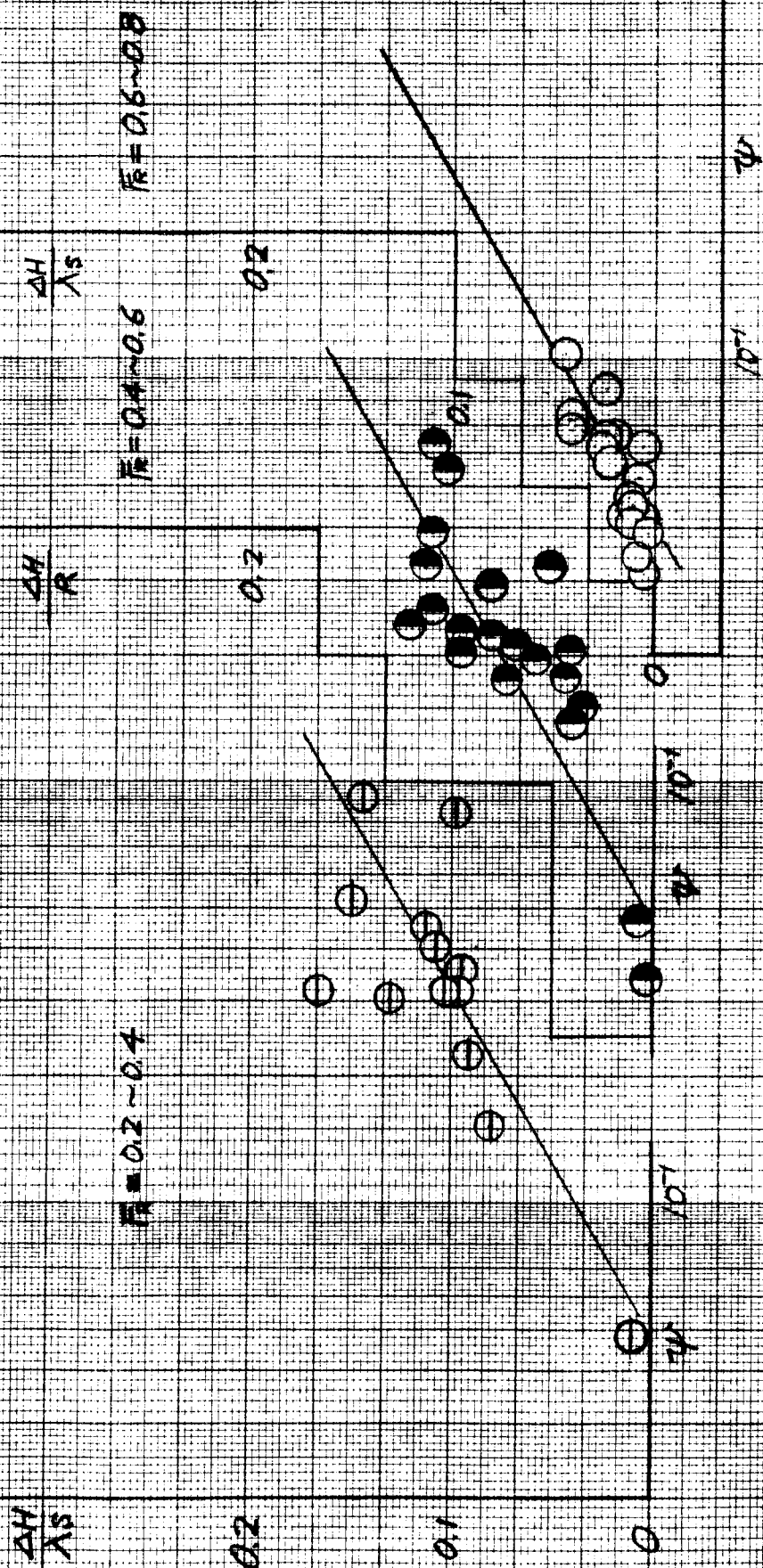
図(5.2.8) λ_s/R と ψ の関係



図(5.2.9) d_1 と \bar{r} との関係



図(5.2.10) $\Delta H/R$ と \bar{R} と ψ の関係



図(5.2.11) c_1 と \bar{R} との関係

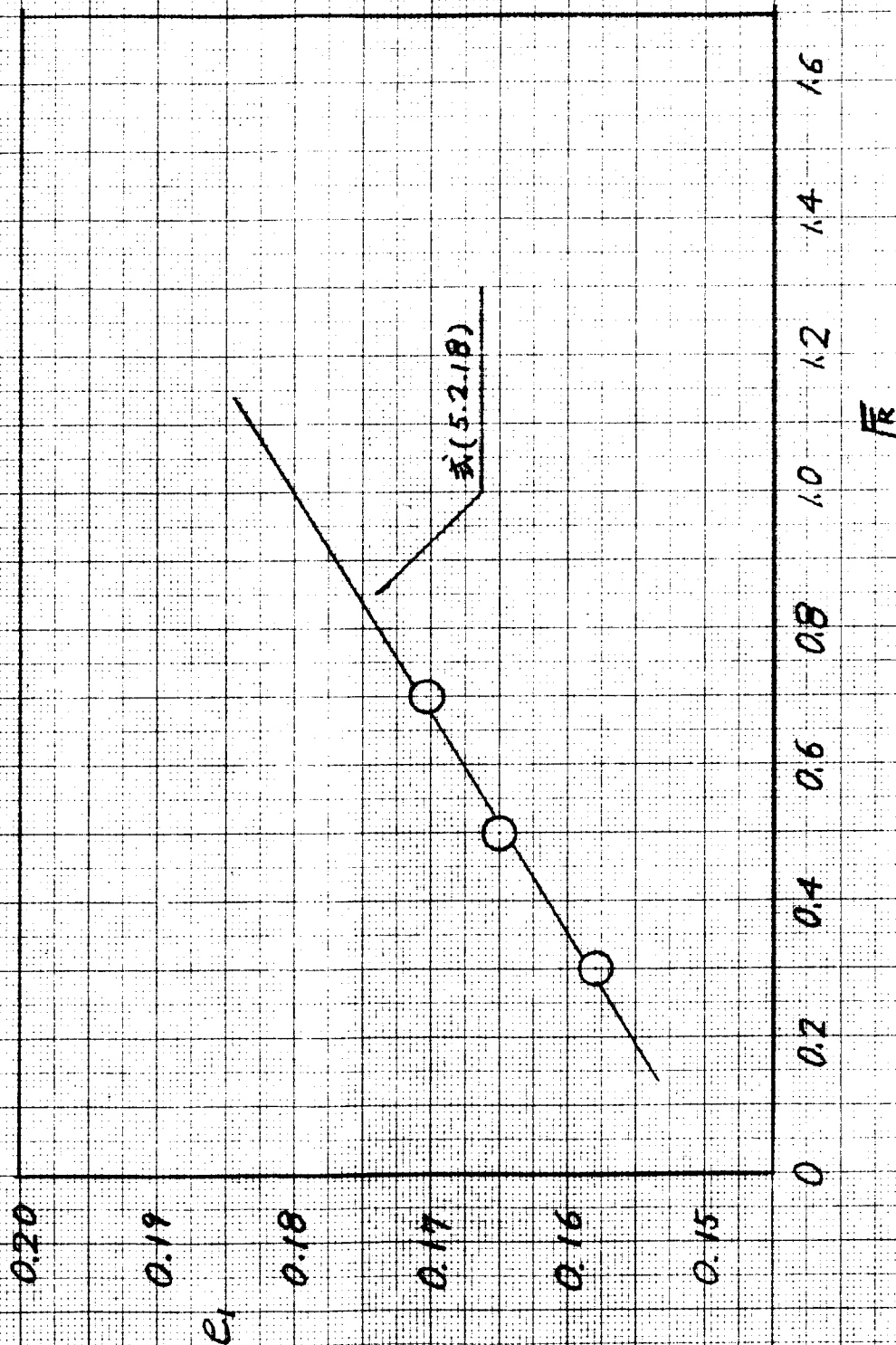


図-5.2.12) ω_s/ω と R の関係

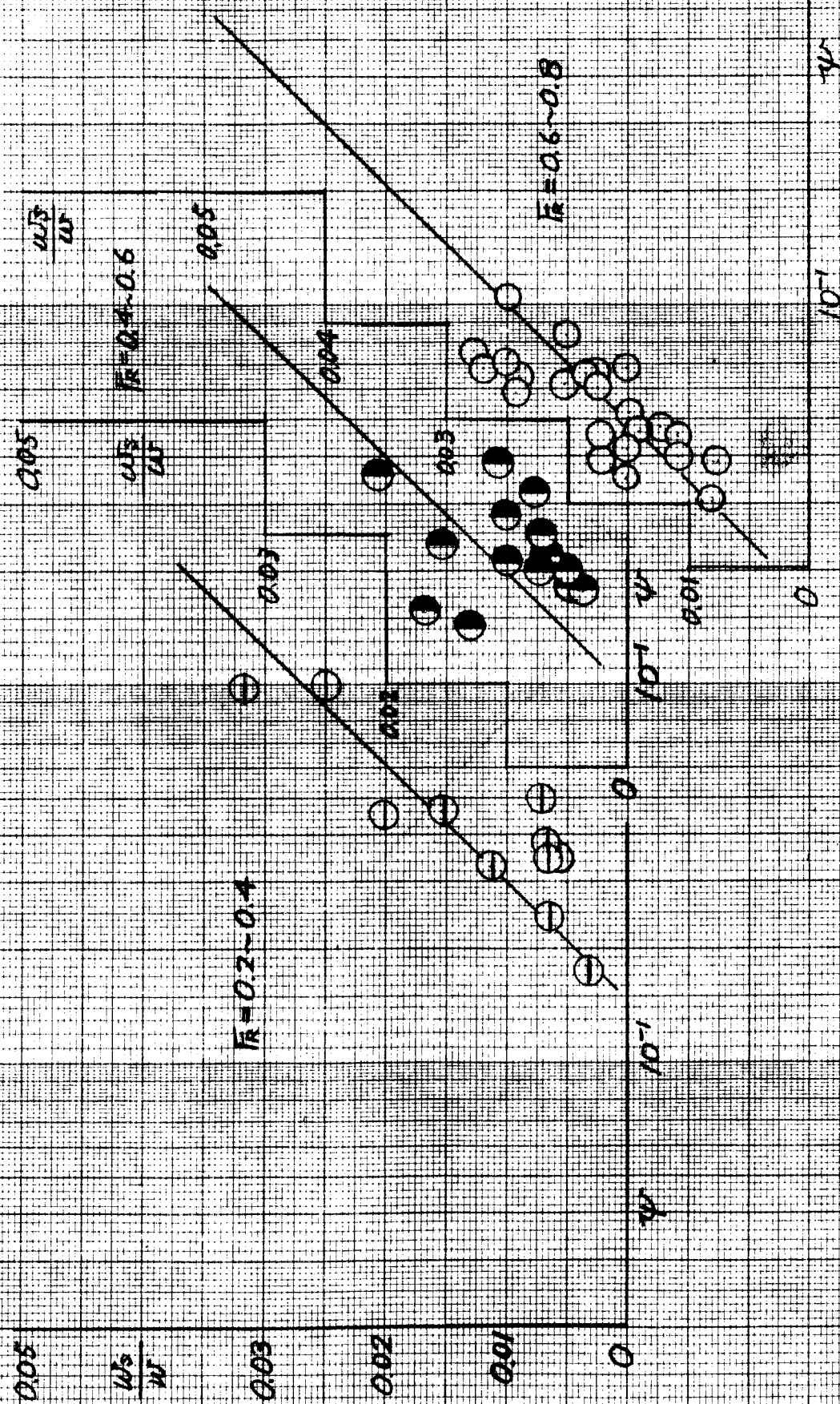
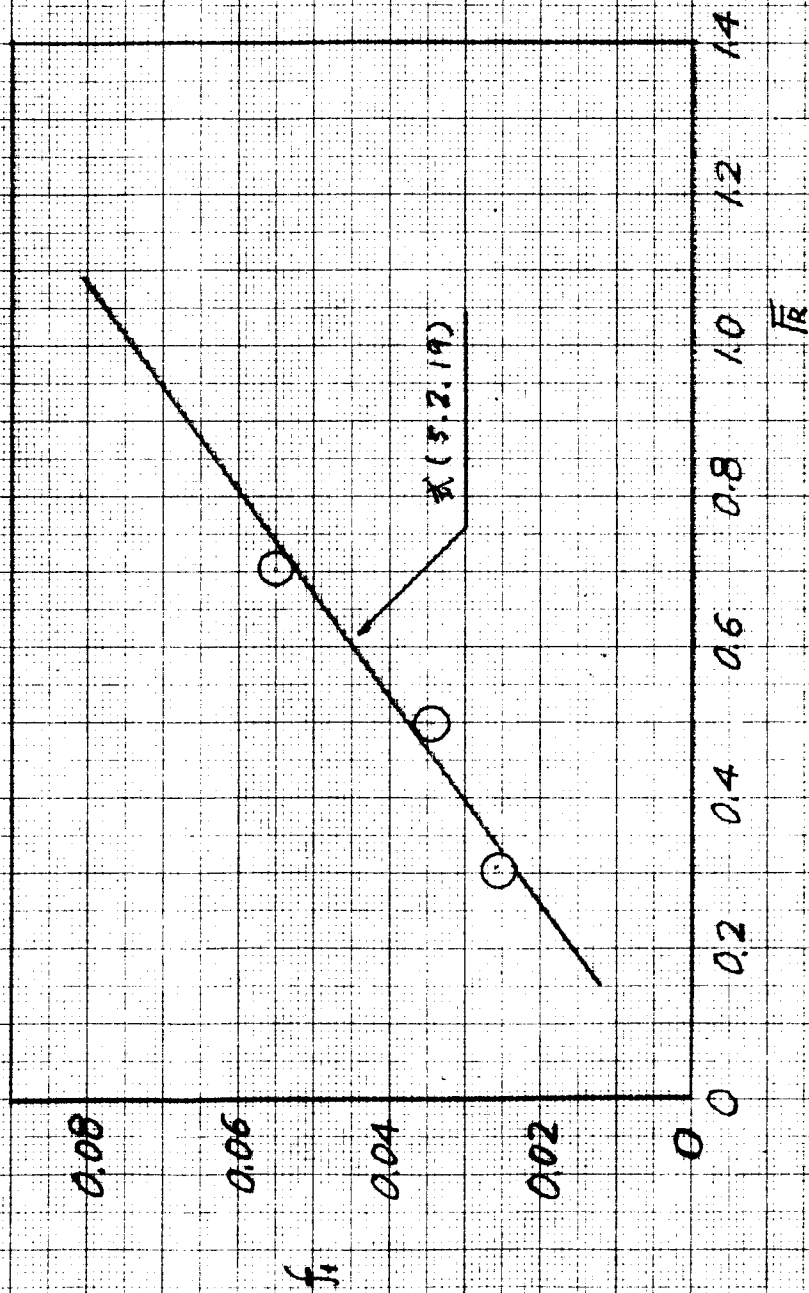
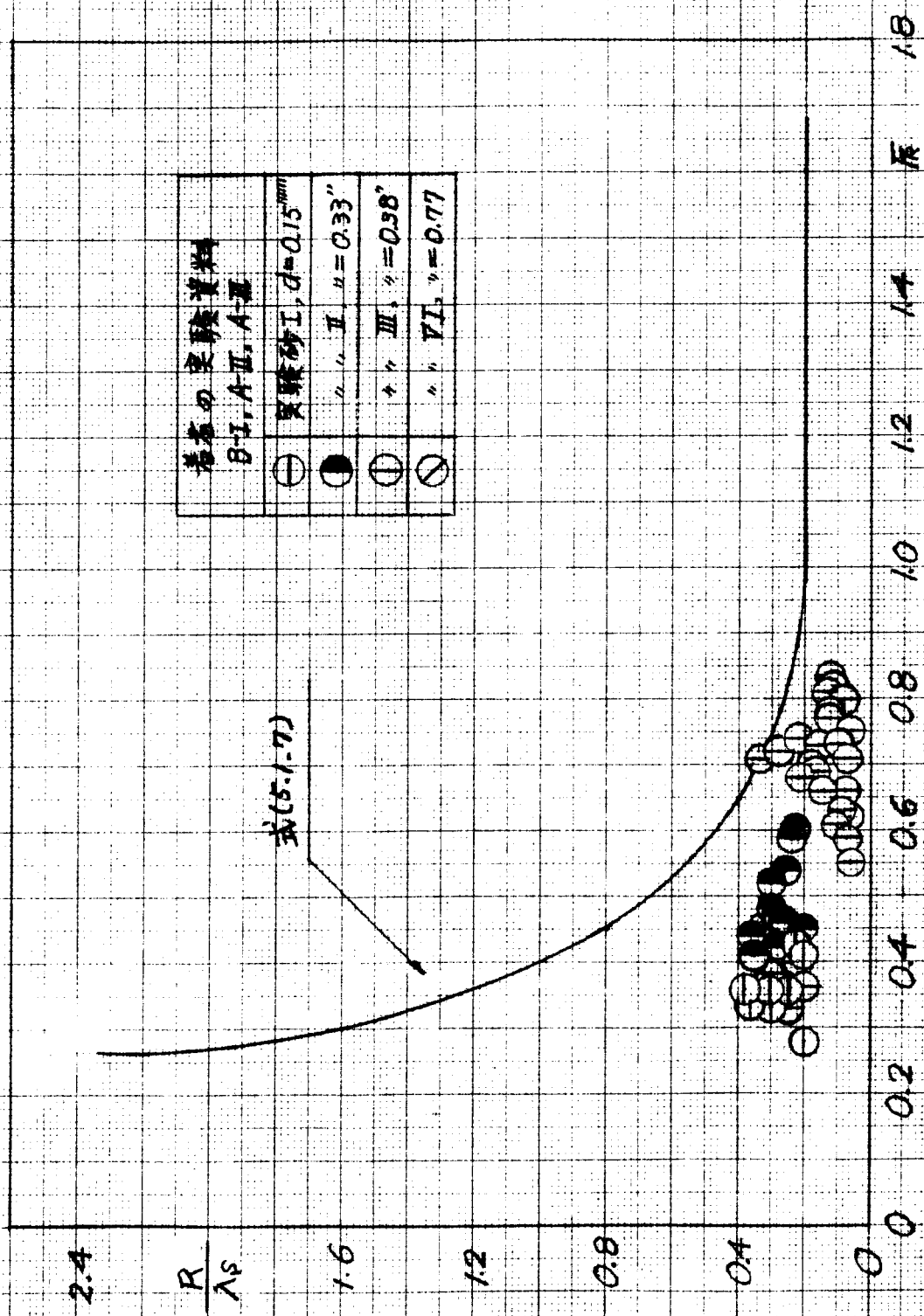


図-(5.2.13) f_1 と \bar{R} との関係



図(5.2.14) R/λ_s と λ_s の関係



表の 実験資料	
B-I, A-II, A-III	
○	実験砂 I, $d=0.15^{mm}$
●	" " II, $\mu=0.33$ "
⊙	" " III, $\mu=0.58$ "
⊗	" " VI, $\mu=0.77$ "

0.3

0.0

0.0

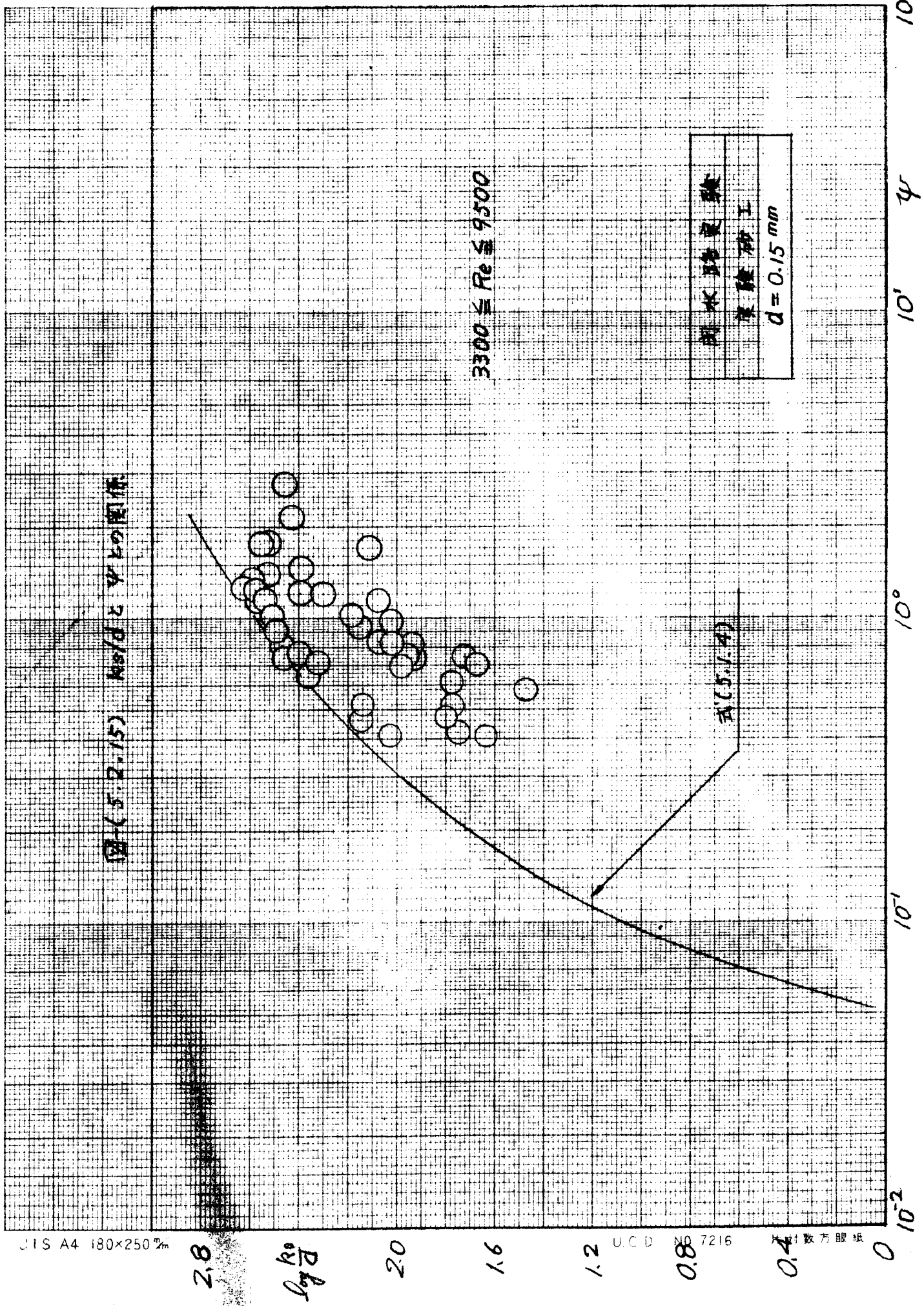
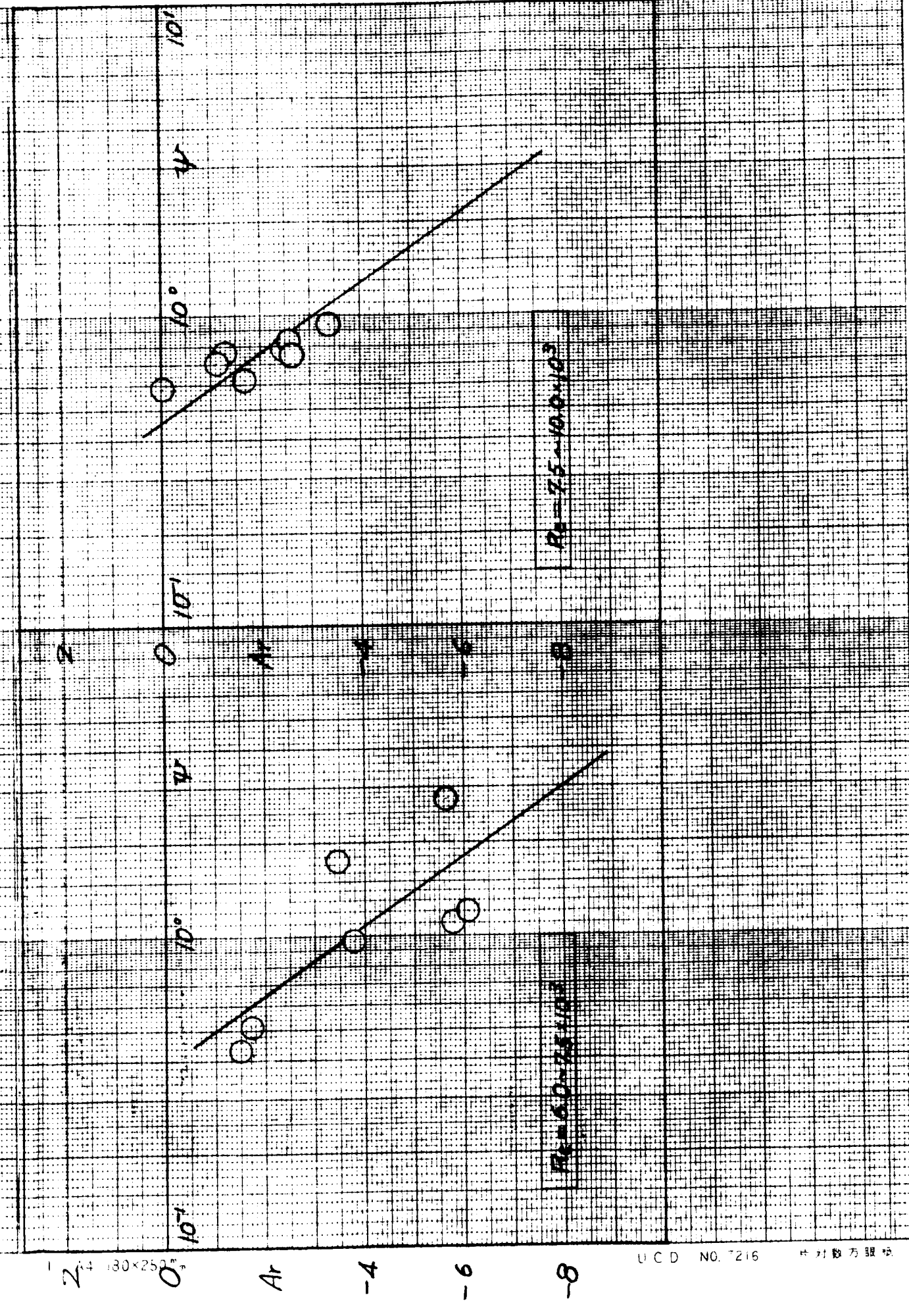
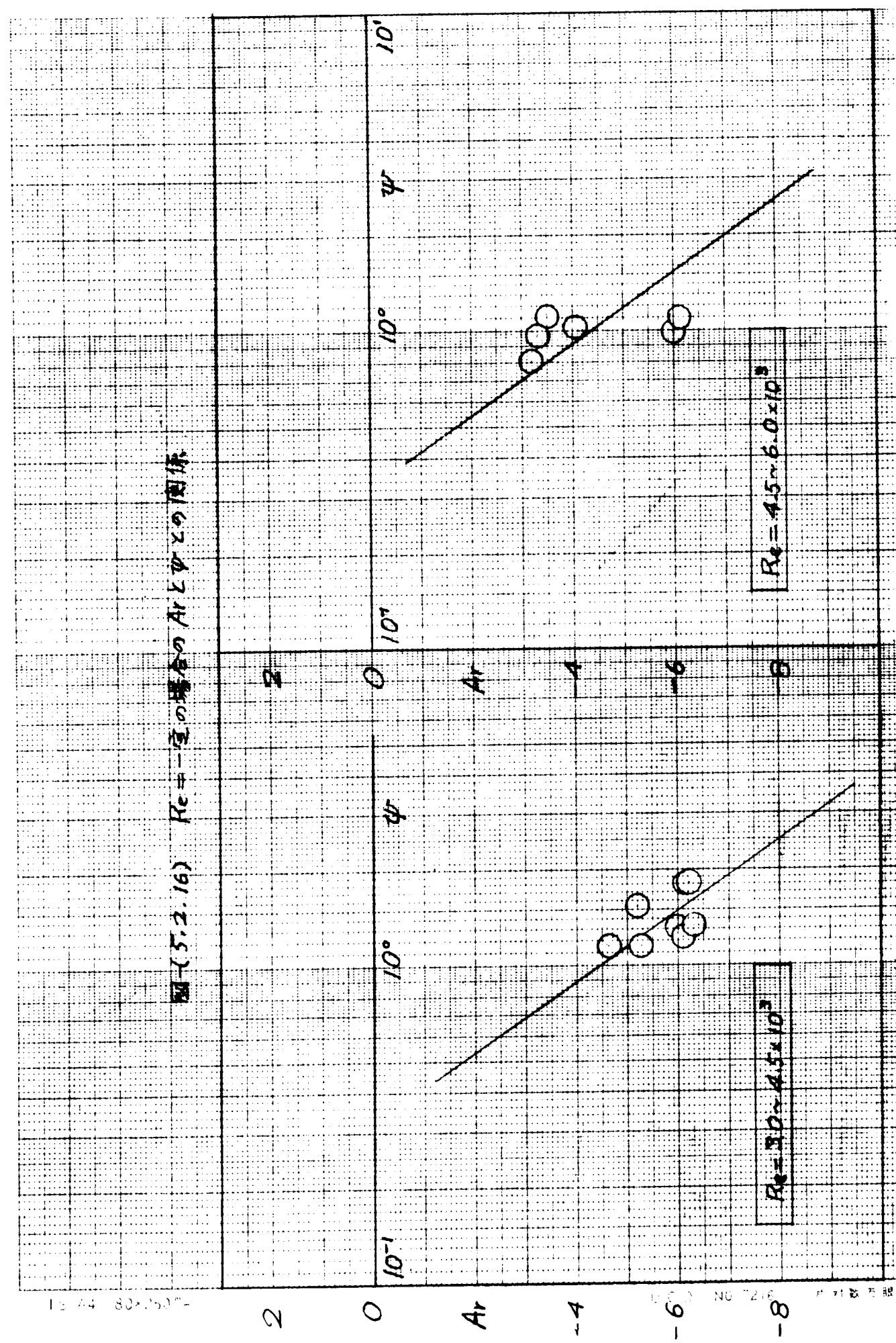


図-5.2.16) Re = 一定の場合の Ar と ψ の関係



70

2

0

0.5

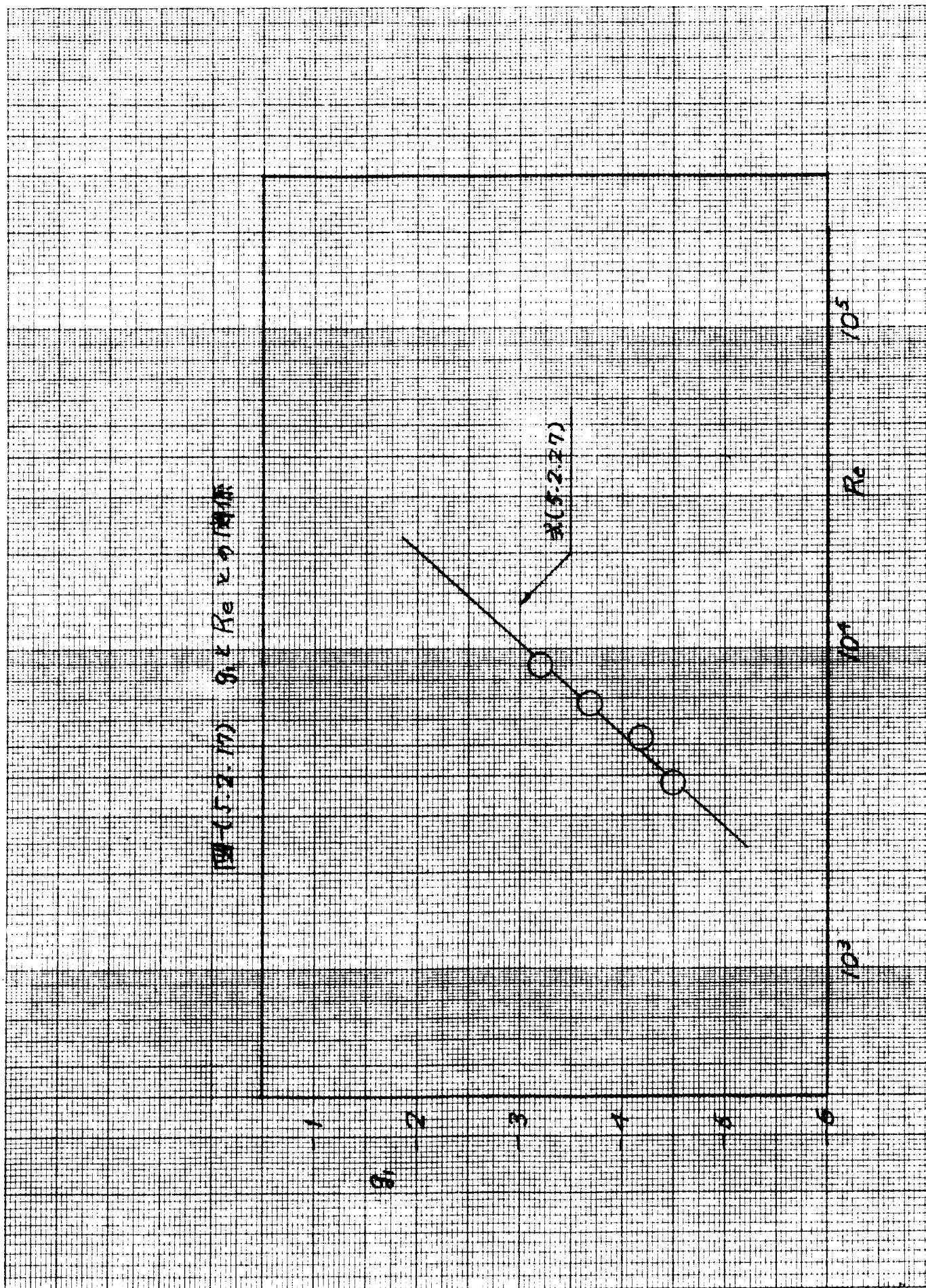


図-(5.2.18) λ と ψ の関係

円水路実験の資料

実験 砂工

$d=0.15\text{ mm}$

10^1

λ

10^0

10^{-1}

10^{-2}

E'

K

$3300 \leq Re \leq 9500$

10^{-1}

Uchida Haru Co. Ltd.

10^0

ψ

10^1

図-(52.19) λ と Re の関係

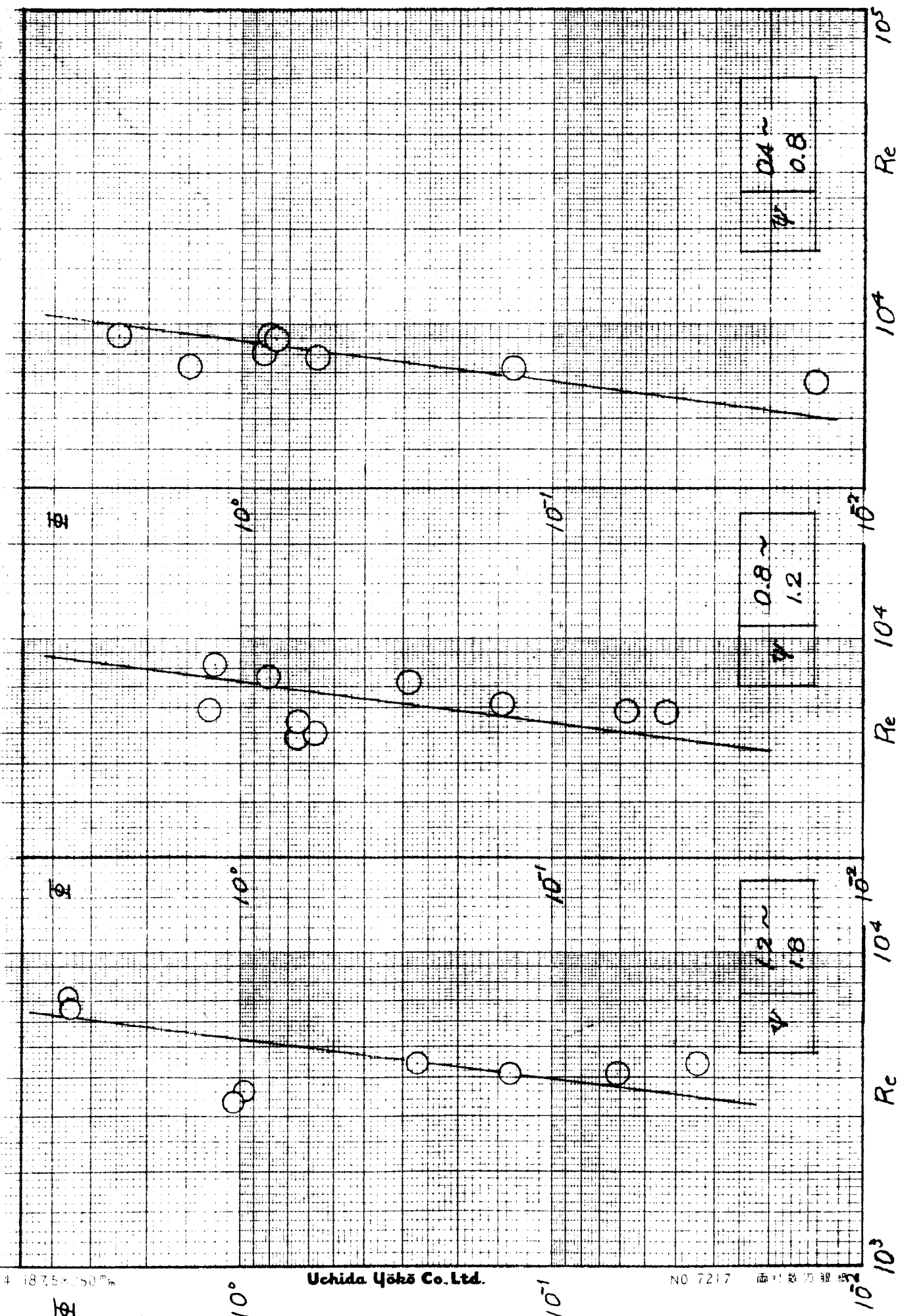


図-(5.2.20) 6.2.4.2の關係

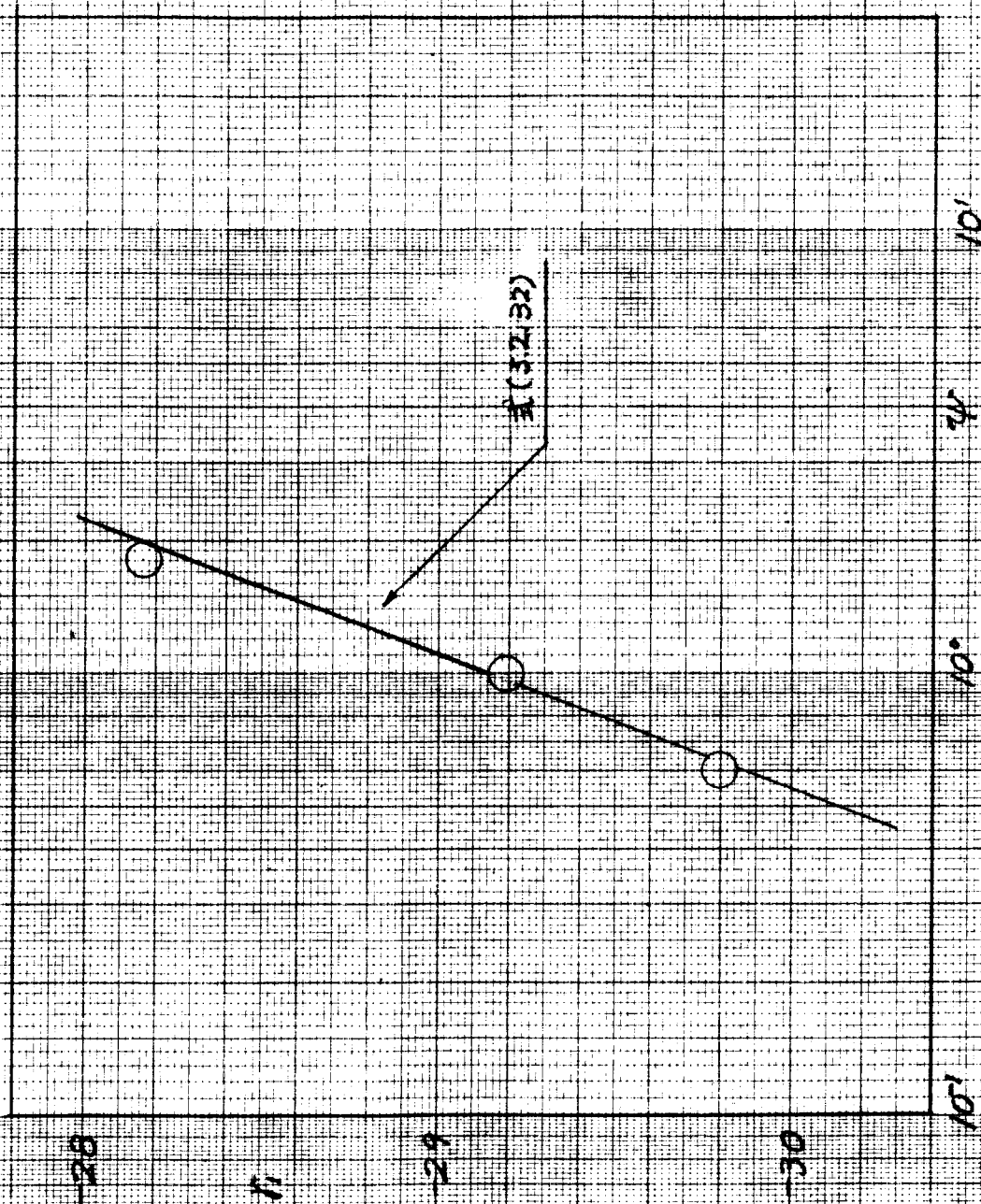


图-5.2.21 $\lambda_s/R, \Delta H/R, \Delta H/\lambda_s, \text{或 } W_3/W$ 与 Re 的关系

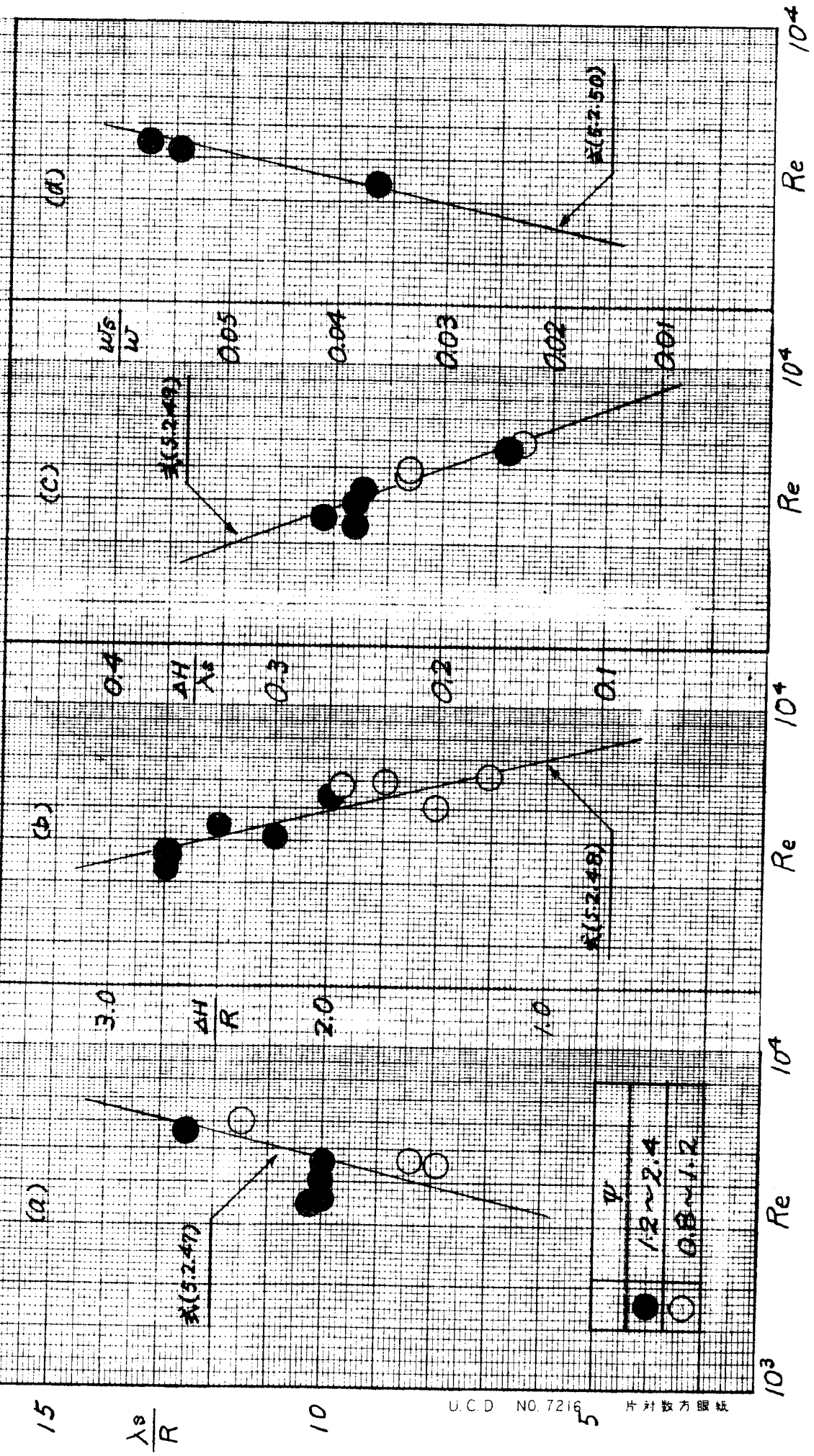


図-(5.3.1) U_R^{*2} の増加に対する U_m 及び U_m/U_R^* の変化

用水路水素, $J_0 = 1.0 \times 10^{-3}$, $d_{sp} = 0.15 \text{ mm}$

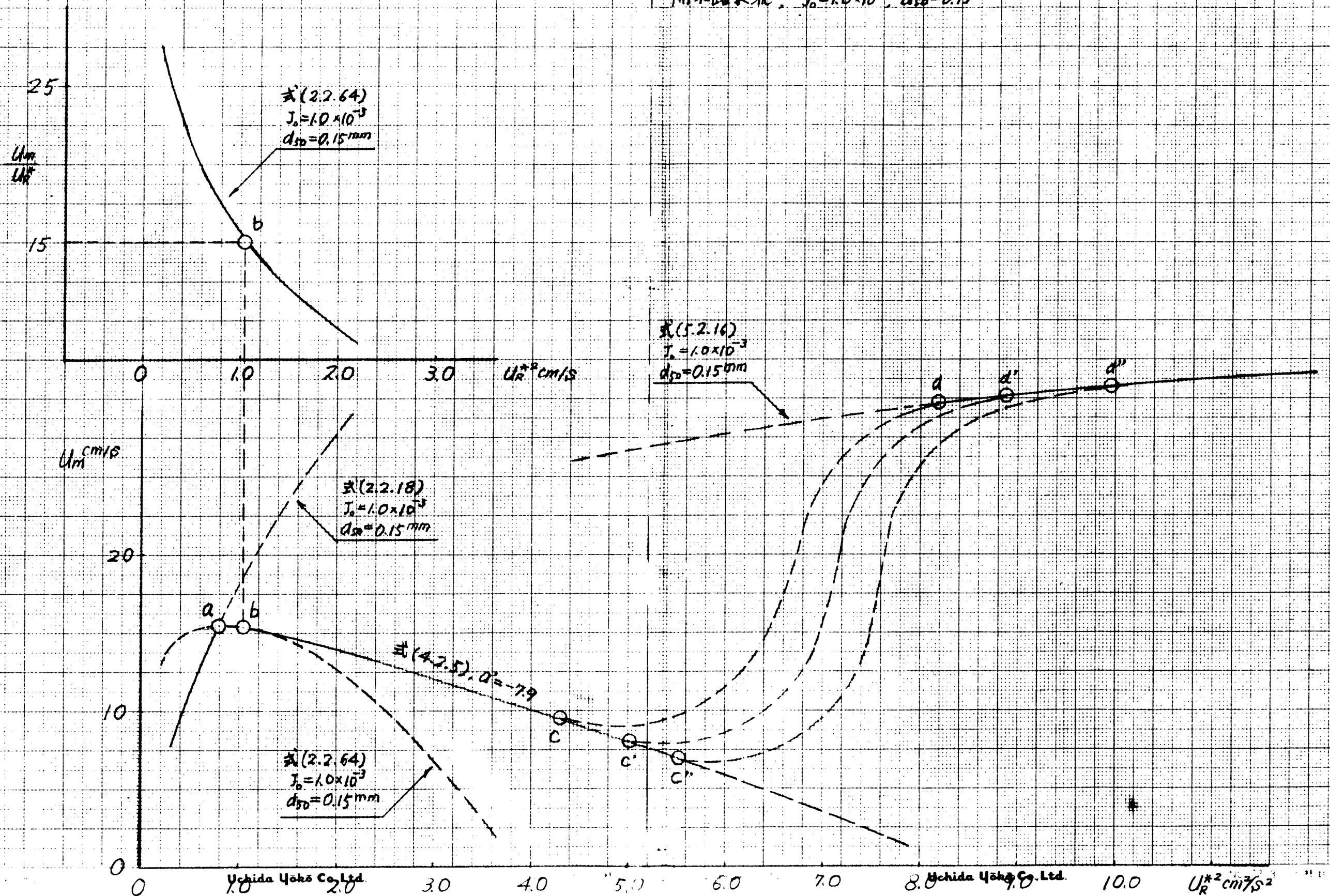


図-(5.3.2) U_*^2 の増加に対する U_m 及び U_m/U_* の変化

閉水路水流, $R=2.0\text{cm}$, $d_{50}=0.15\text{mm}$, $\nu=1.0\times 10^{-2}\text{cm}^2/\text{s}$

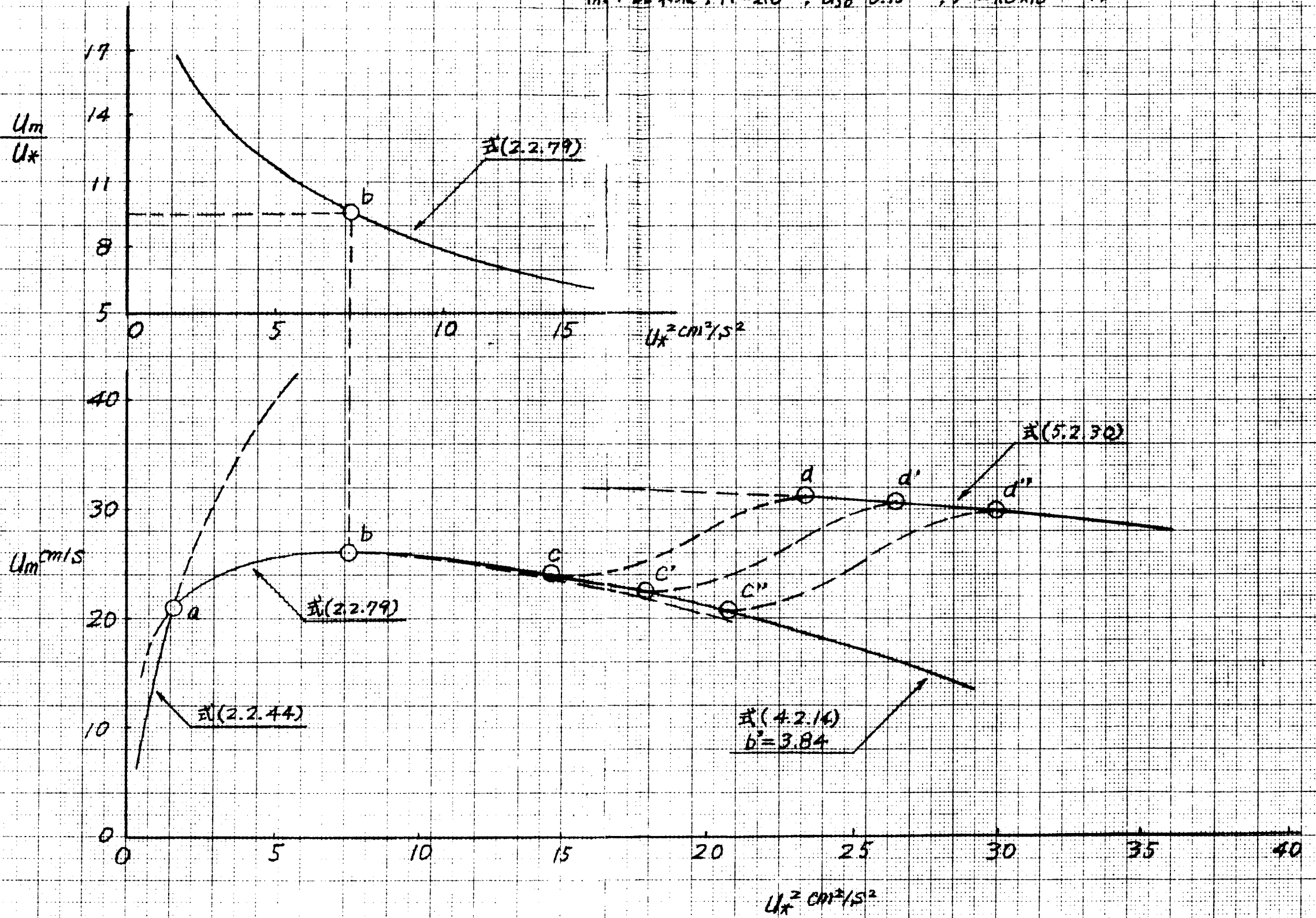


図 5.3.3 量と厚及び ψ の関係 (開水路)

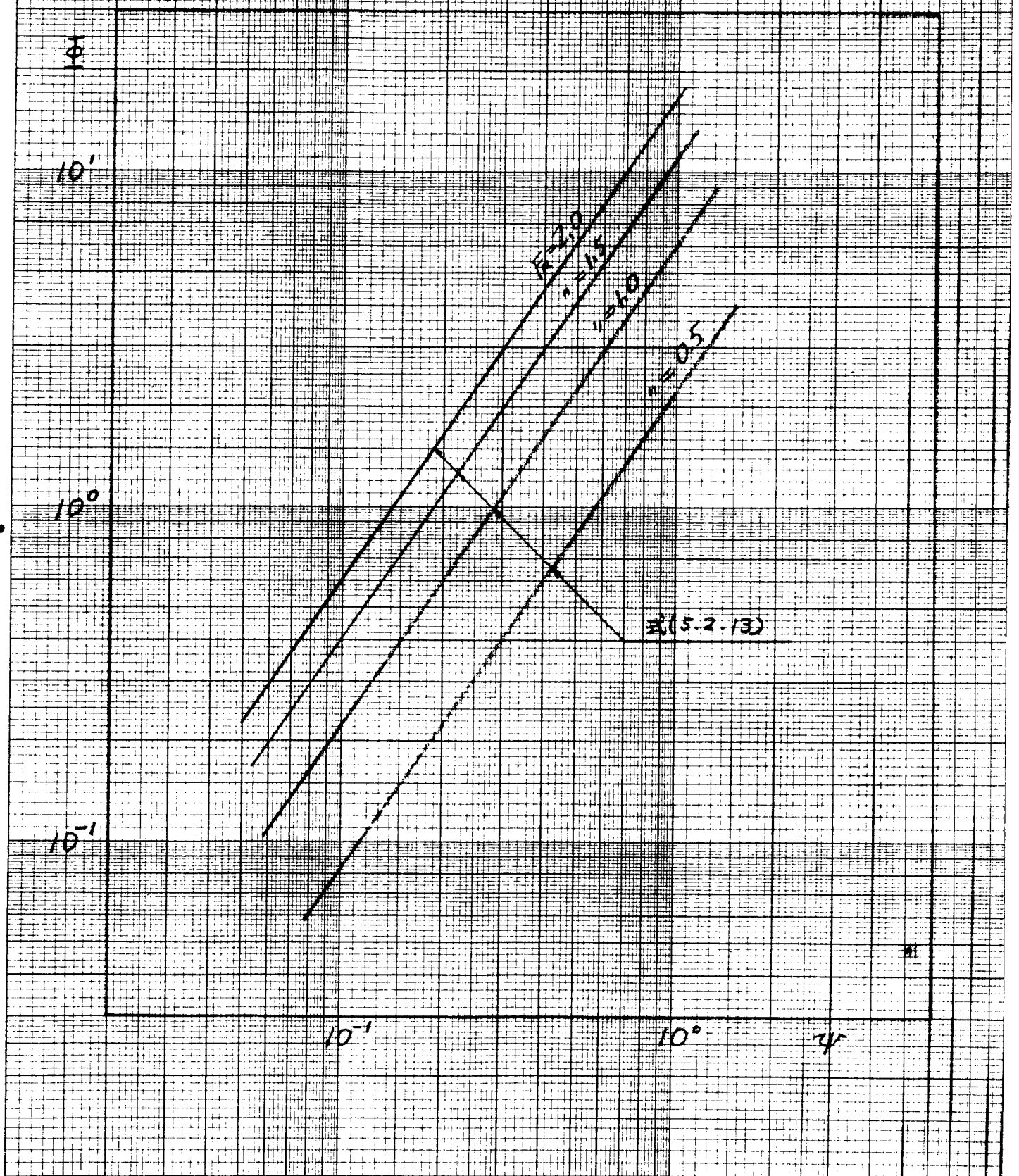


図-(5.3.4) ψ と Re と ϕ の関係 (閉水路)

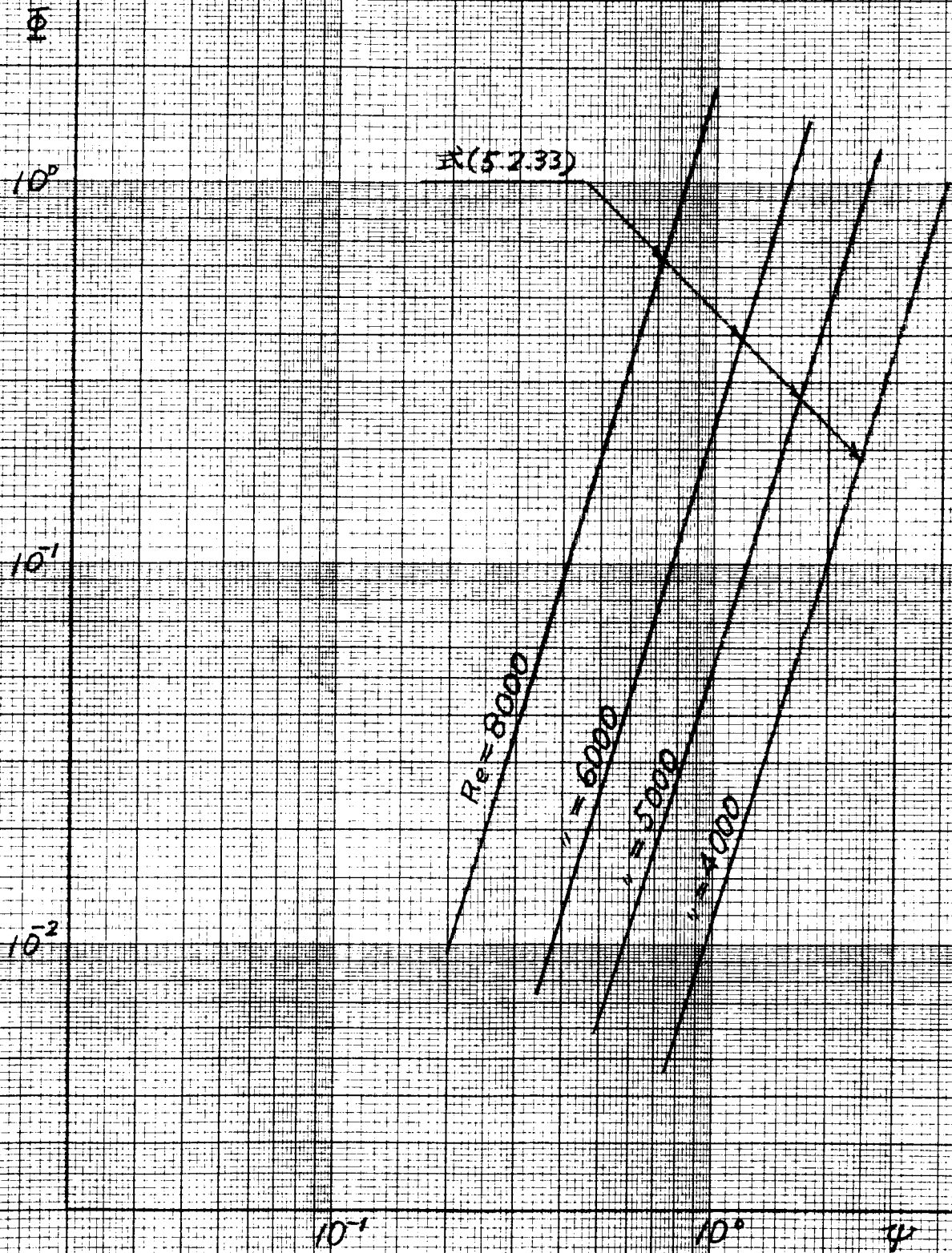
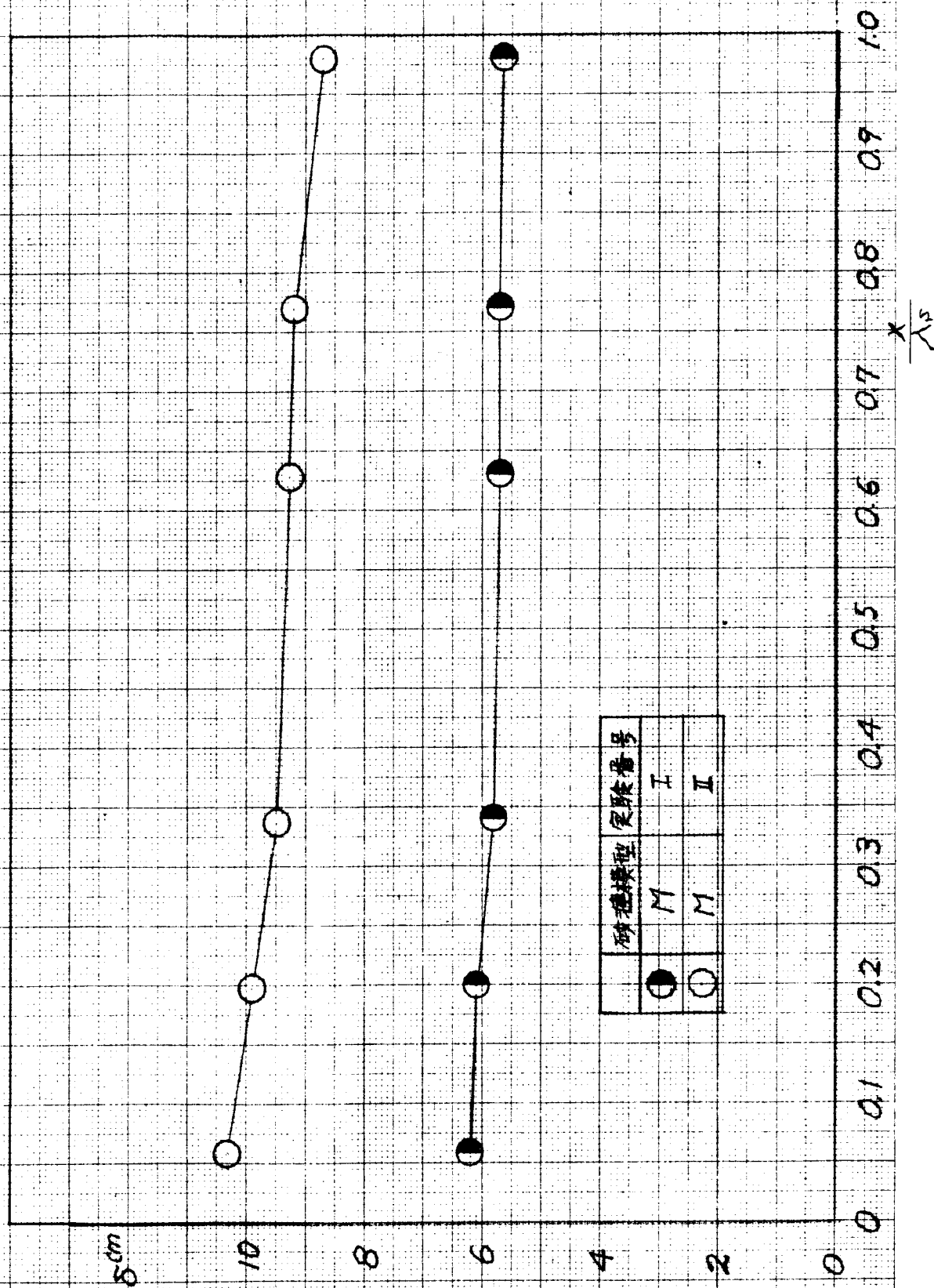
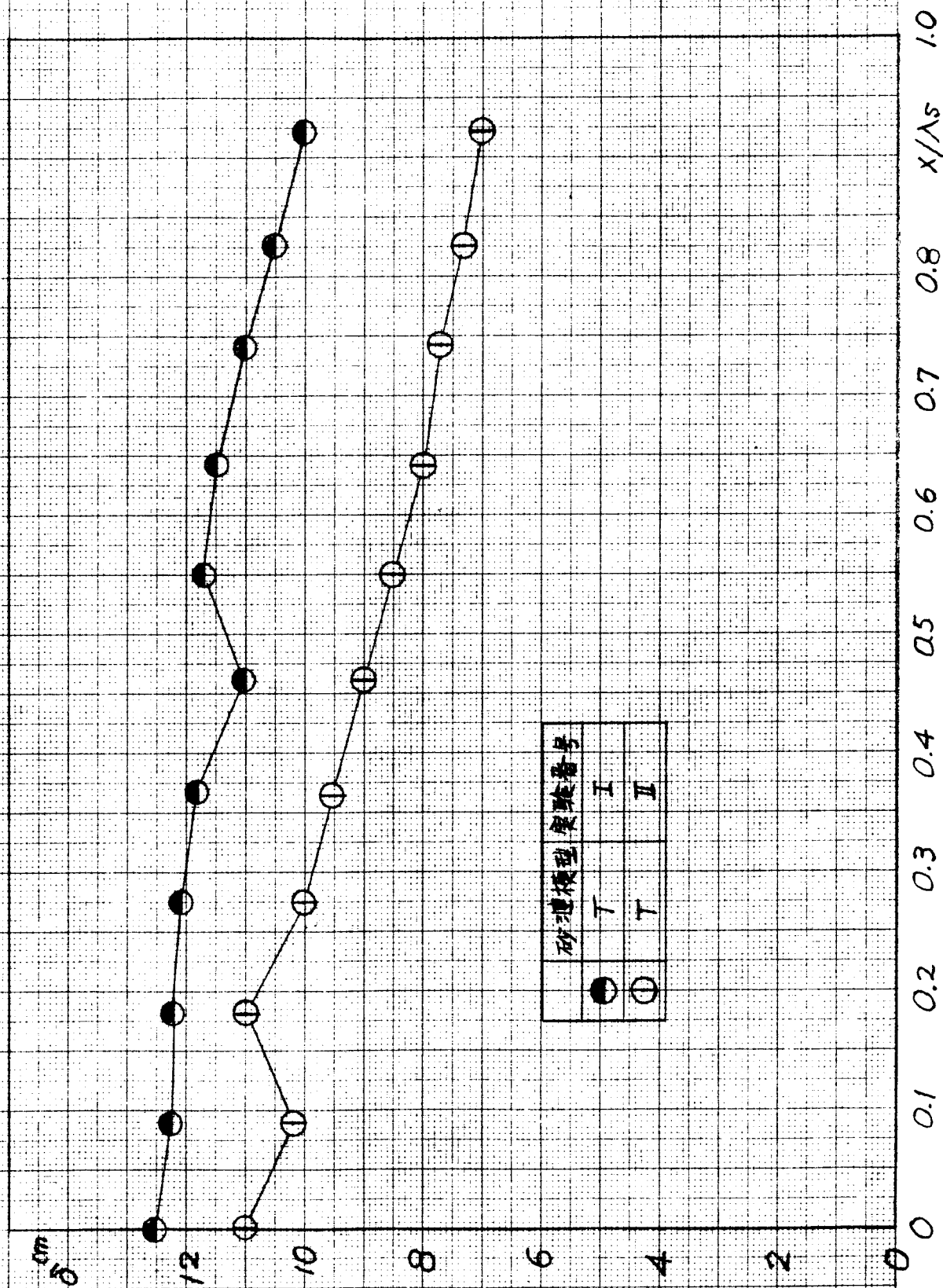


図-(5.4.1) δ と X/λ の関係



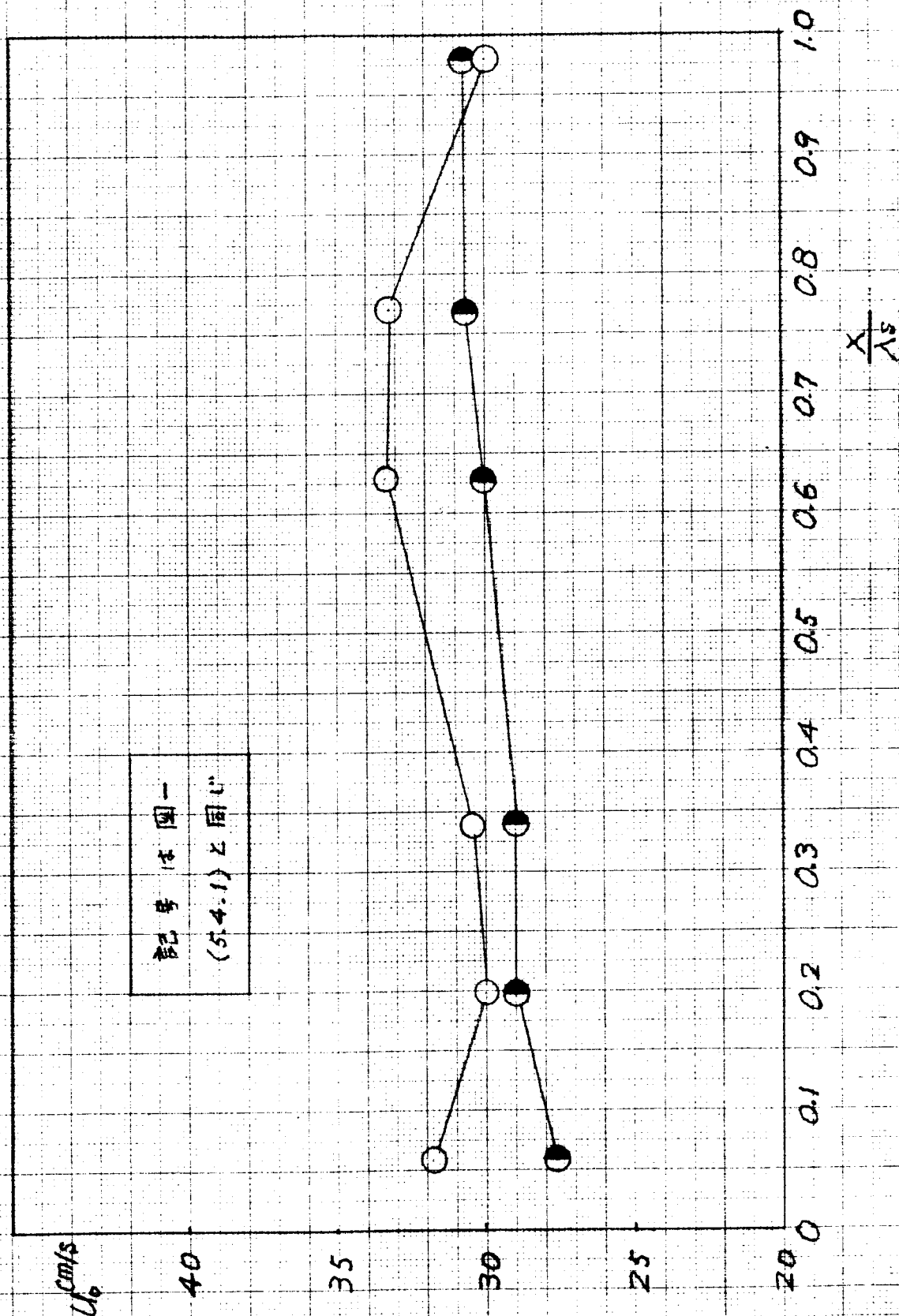
破砕模型	実験番号
●	I
○	II

四-(5.4.2) δ と X/λ_s の関係



砂遣模型	実験番号
●	I
○	II

図(5.4.3) U_0 と X/λ_s との関係



図(5.4.4) U_0 と X/λ_0 の関係

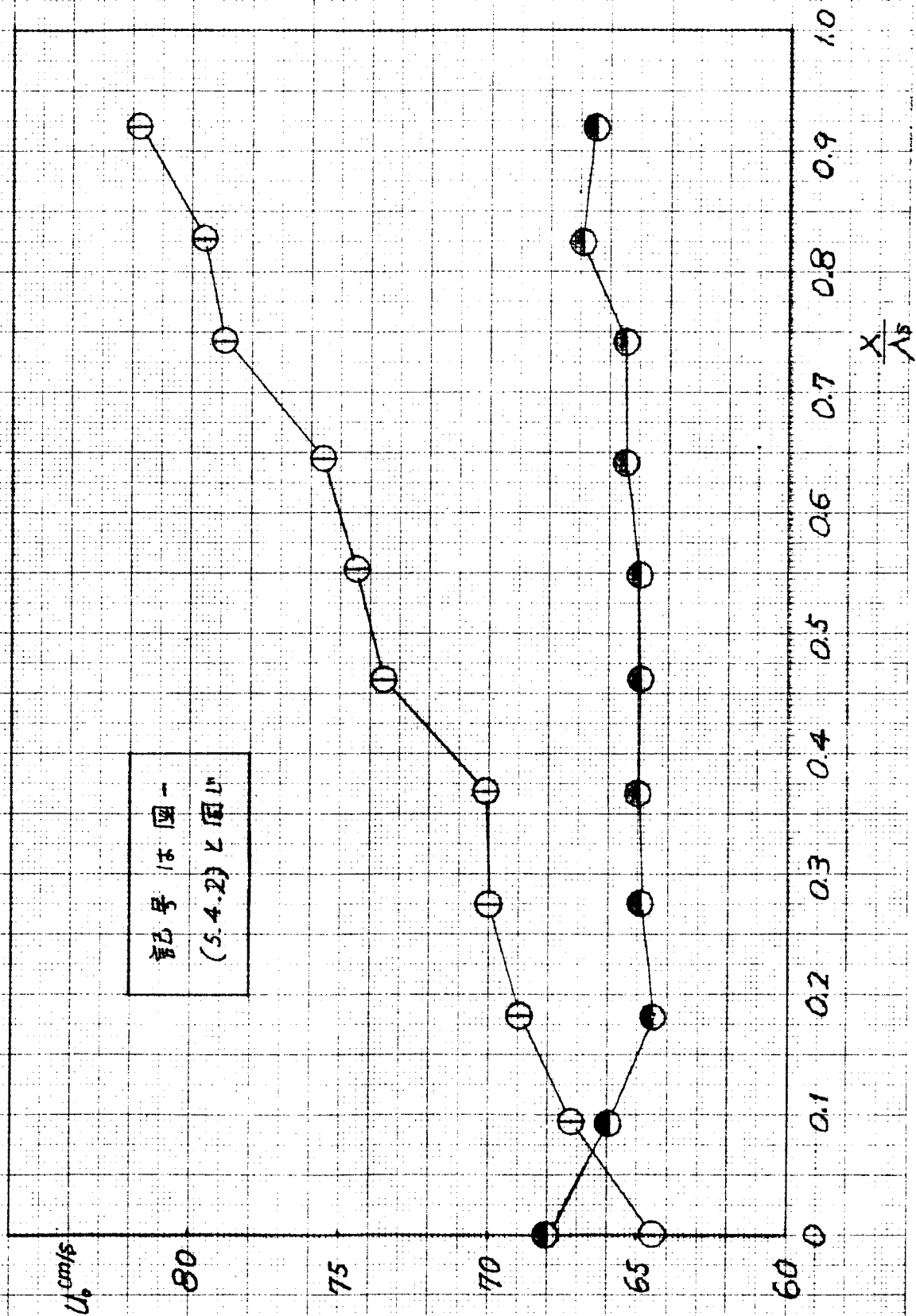


図-(5.4.5) δ^* と X/λ_s との関係

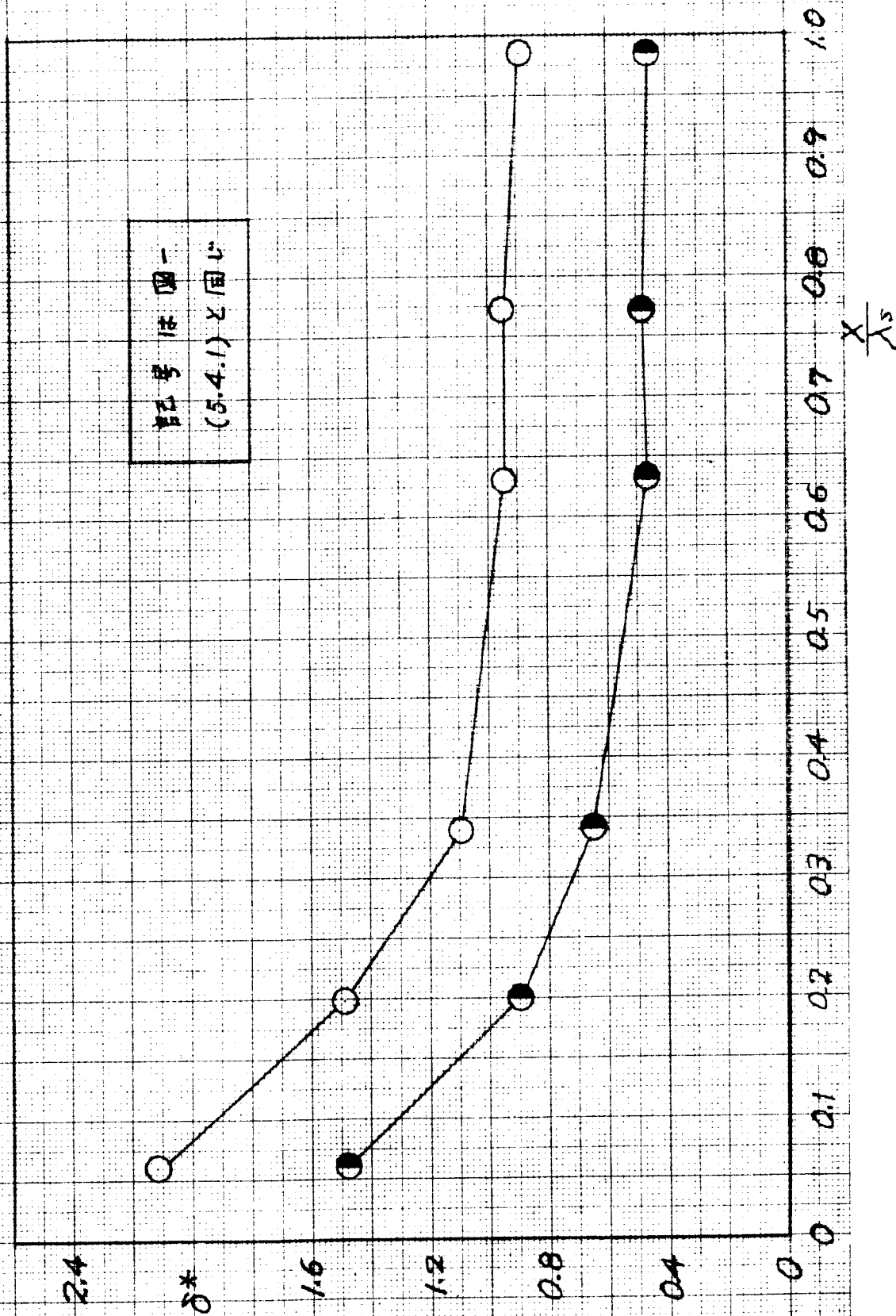


図-(5.4.6) δ^* と X/λ_0 との関係

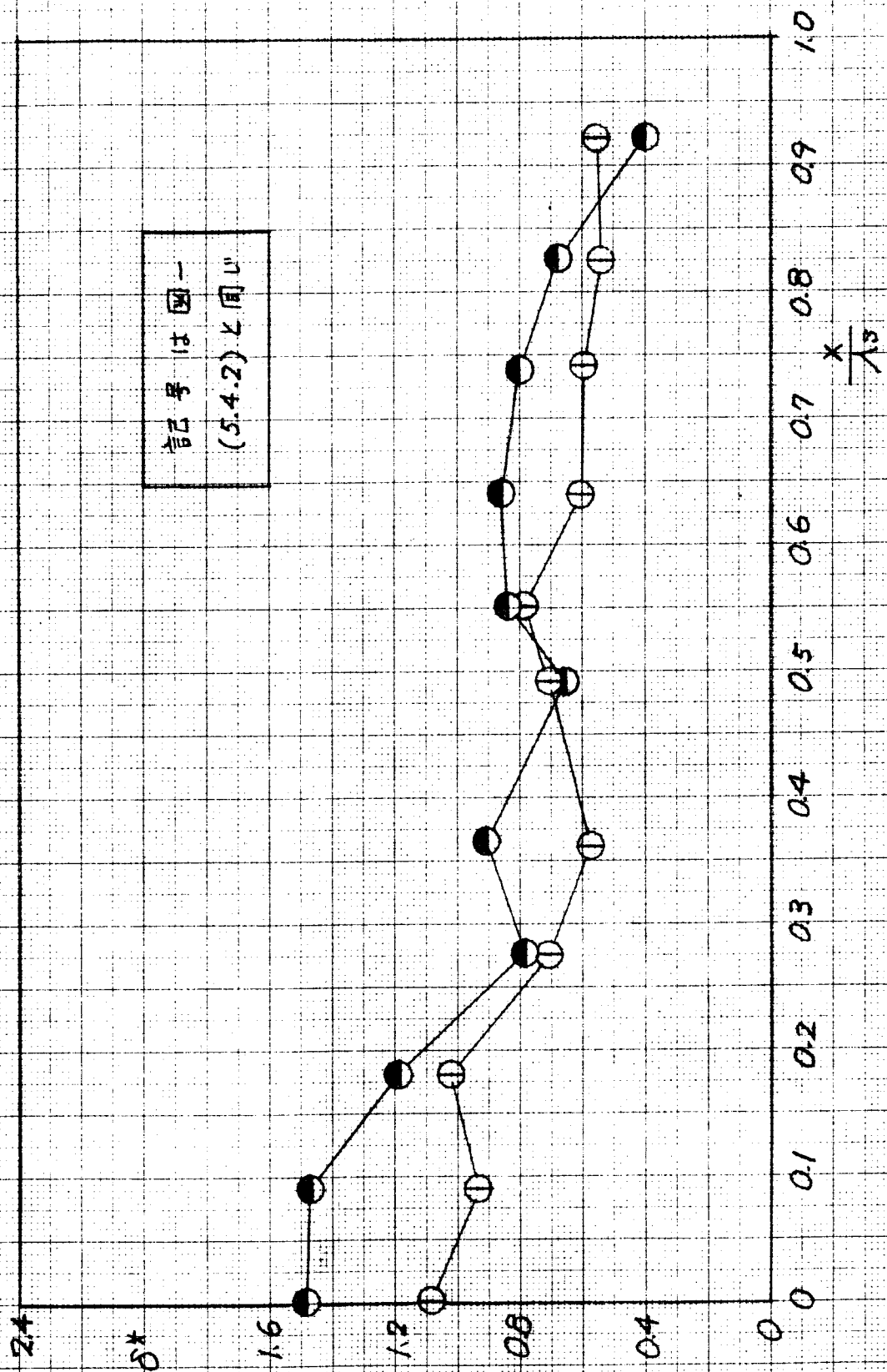


図-(5.4.7) η と $X/\lambda S$ との関係

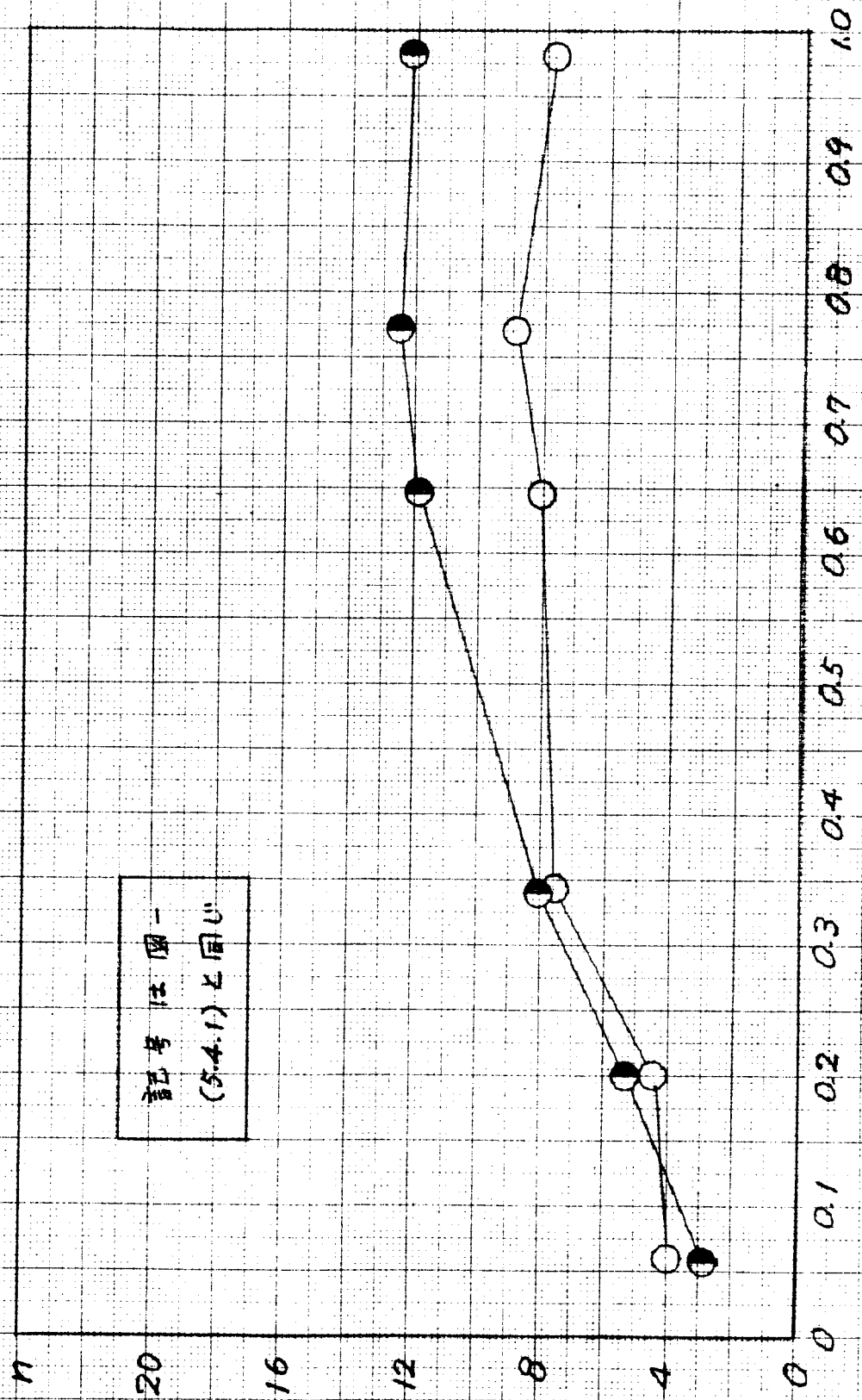


図-5.4.8) η と X/λ_0 との関係

記号は図-
(5.4.2)と同じ

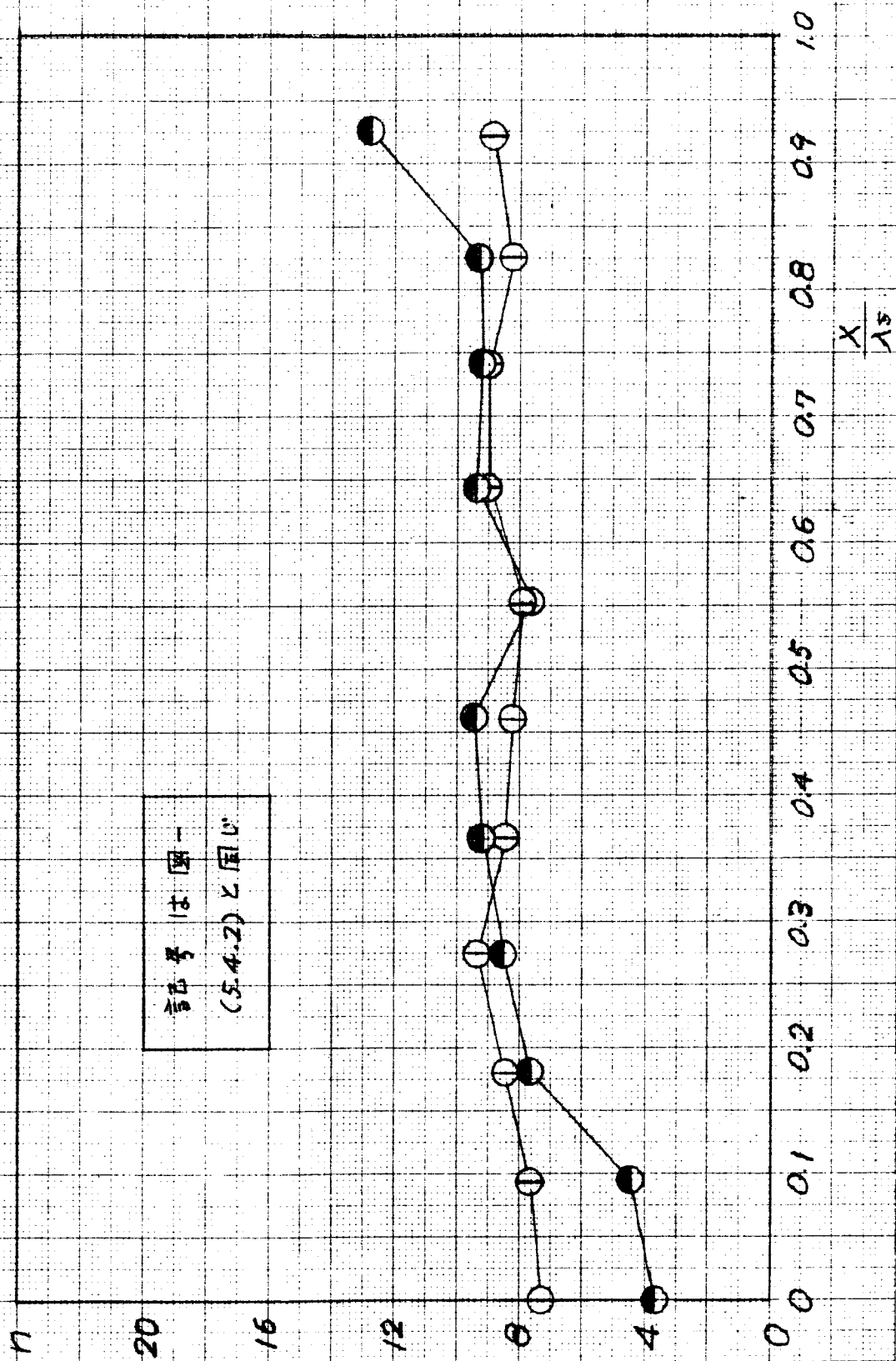
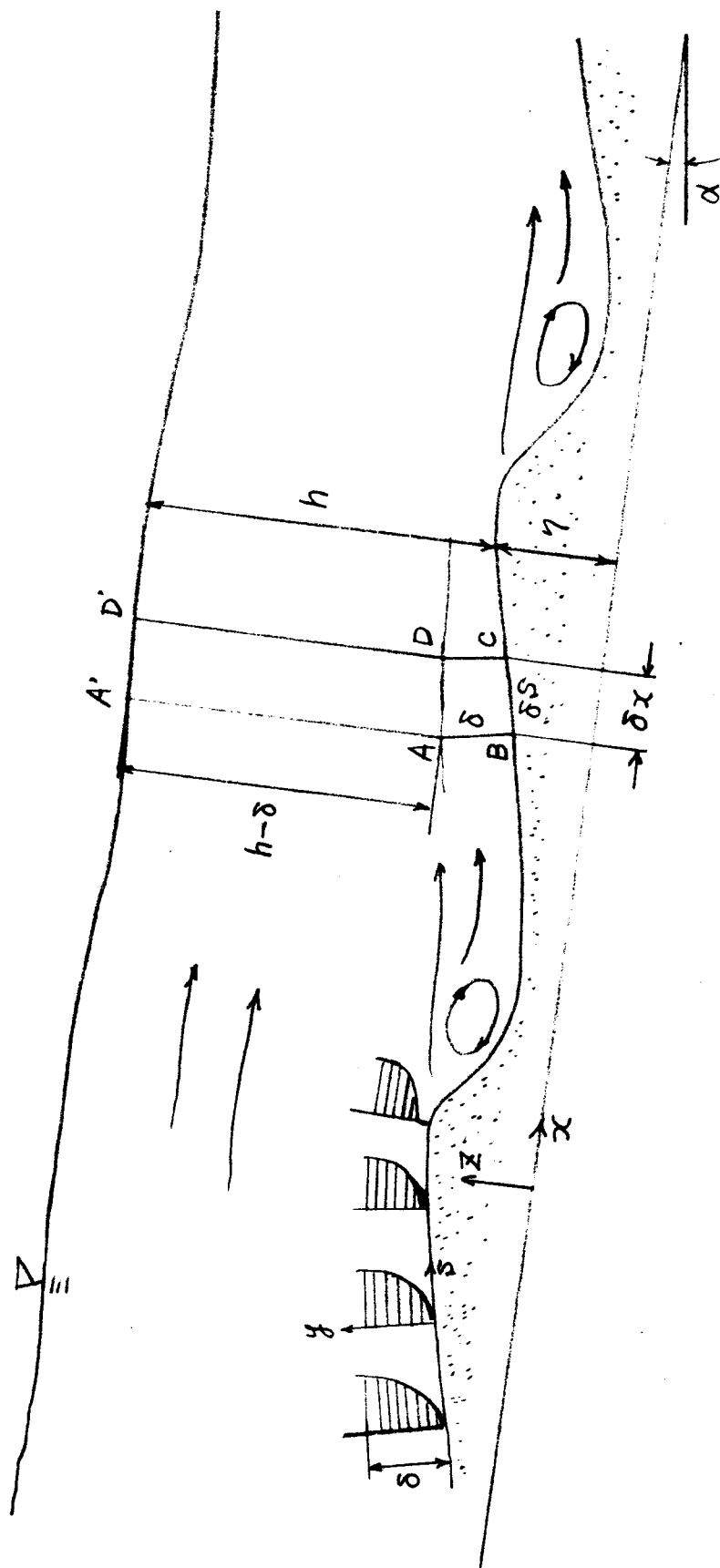


図-(5.4.9) 砂撈河床の説明図



第五章 砂連河床の水理学的特性に関する研究

第一節

第二節

第三節

第四節 砂連の波形特性に関する理論的考察

第五節 結語

関係図面

写真-(1.2.1) (10sec 间隔)

$$S_0 = 6.22 \times 10^{-3} \quad , \quad \bar{w}_s = 0.208 \text{ cm/s}$$

$$h_m = 2.78 \text{ cm} \quad , \quad \lambda_s = 7.00 \text{ cm}$$

$$Q = 2210 \text{ cm}^3/\text{s} \quad , \quad \Delta H = 0.20 \text{ cm}$$

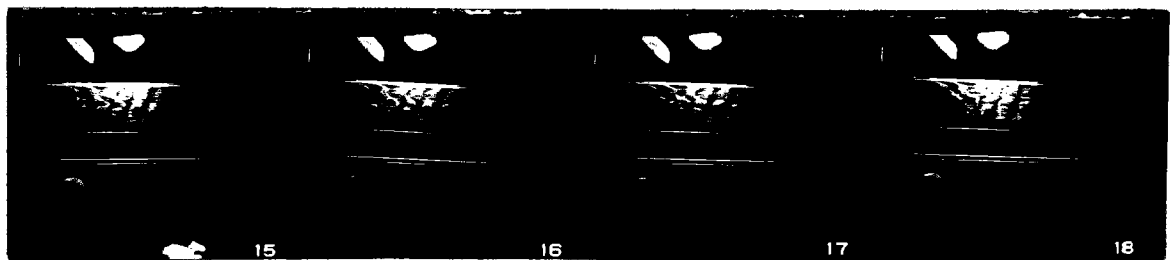


写真-(1.2.2) (10sec 间隔)

$$S_0 = 4.09 \times 10^{-3} \quad , \quad \bar{w}_s = 0.16 \text{ cm/s}$$

$$h_m = 2.13 \text{ cm} \quad , \quad \lambda_s = 5.90 \text{ cm}$$











$$Q = 1360 \text{ cc/s} \quad , \quad \Delta H = 0.10 \text{ cm}$$



付 表 目 次

表	—	(1. 2. 1)	使用砂礫の特性	AI の実験結果	第一群の砂	3
付表	—	(1. 2. 2)	開水路実験	AI の実験結果	第二群の砂	4
付表	—	(1. 2. 3)	開水路実験	AI の実験結果	第三群の砂	5
付表	—	(1. 2. 4)	開水路実験	AI の実験結果		21
付表	—	(1. 2. 5)	開水路実験	AI の実験結果		29
付表	—	(1. 2. 6)	開水路実験	AI の実験結果		32
付表	—	(1. 2. 7)	開水路実験	AI の実験結果		33
付表	—	(1. 2. 8)	開水路実験	AI の実験結果		35
付表	—	(1. 2. 9)	開水路実験	AI の実験結果		36
付表	—	(1. 2. 10)	開水路実験	AI の実験結果		38
付表	—	(1. 2. 11)	開水路実験	AI の実験結果		42
付表	—	(1. 2. 12)	開水路実験	AI の実験結果		43
付表	—	(1. 2. 13)	開水路実験	AI の実験結果		46
付表	—	(1. 2. 14)	開水路実験	AI の実験結果		47
付表	—	(1. 2. 15)	基礎資料一覽表			51
付表	—	(1. 2. 16)	模型実験一覽表			52
付表	—	(1. 2. 17)	開水路実験	AI の実験結果		53
付表	—	(1. 3. 1)	開水路実験	AI の実験結果		65
付表	—	(1. 3. 2)	開水路実験	AI の実験結果		66

注 付表の河床形状欄に示した記号は下表のように定める。

記 号	河 床 形 状
	平面河床第Ⅰ
	平面河床第Ⅱ
	平面河床第Ⅲ
	砂達への遷移河床
	砂達河床
	砂堆河床
	平滑への遷移河床
	平滑河床
	遡上砂堆河床
	局部洗掘の発達過程

付表-(1.2.1) 使用砂礫の特性

実験者	使用砂礫 記号	砂の生産地 (名称)	比重	混合状態	粒子形状	平均粒径 (mm)	中央粒径 (mm)	均等比	標準偏差 パーセント	空隙率
松 梨	I	豊南標準砂	2.62	一樣粒径	副球状	0.140	0.15	0.912	-0.13	0.41
	II	淡路産砂	2.55	"	"	0.304	0.33	0.922	-0.26	0.44
	III	長尾産砂	2.52	"	"	0.365	0.38	0.851	-0.50	0.38
	IV	相馬標準砂	2.64	"	球状	0.700	0.72	0.982	-0.11	0.43
	V	住吉川産砂	2.56	"	角状	0.720	0.75	0.961	-0.30	0.48
	VI	長尾産砂	2.65	"	副球状	0.660	0.77	0.899	-0.47	0.41
	VII	住吉川産砂	2.51	"	角状	0.980	0.92	0.958	-0.21	0.53
	VIII	"	2.52	"	"	2.10	2.10	0.921	-0.39	0.55
	IX	"	2.54	"	"	2.90	2.90	0.935	-0.36	0.58
	A	River Sand	2.69	Uni-Granular	Sub-angular	0.305	—	—	—	—
G. K. Gilbert	B	"	"	"	"	0.315	—	—	—	—
	C	"	"	"	"	0.506	—	—	—	—
	D	"	"	"	"	0.786	—	—	—	—
	E	"	"	"	Sub-rounded	1.71	—	—	—	—
	F	"	"	"	"	3.17	—	—	—	—
	G	"	"	"	"	4.94	—	—	—	—
	H	"	"	"	"	7.01	—	—	—	—
	A	小名浜産砂	2.65	一樣粒径	—	—	0.21	—	—	—
安 芸	B	"	"	一樣混合	—	—	0.34	—	—	—
	C	"	"	"	—	—	1.00	—	—	—

付表-(1.2.2) 開水路実験-AIの実験範囲

実験砂	Reynold数 Re	Froude数 Fr	$\frac{U_* d_{50}}{\nu}$	初期砂面勾配 J_0	$\frac{U_*^2}{gd(\alpha/\beta-1)}$
I 0.15 mm	253 ~ 36800	0.33 ~ 0.78	0.931 ~ 2.29	$1/800 \sim 1/300$	$4.91 \times 10^{-2} \sim 29.7 \times 10^{-2}$
II 0.33 mm	555 ~ 12050	0.31 ~ 1.03	2.93 ~ 14.63	$1/800 \sim 1/200$	$2.29 \times 10^{-2} \sim 27.6 \times 10^{-2}$
IV 0.70 mm	573 ~ 14600	0.35 ~ 1.20	6.35 ~ 14.2	$1/800 \sim 1/200$	$1.60 \times 10^{-2} \sim 11.80 \times 10^{-2}$
V 0.72 mm	1909 ~ 14600	0.404 ~ 0.976	18.4 ~ 24.7	$1/600 \sim 1/200$	$2.20 \times 10^{-2} \sim 9.25 \times 10^{-2}$
VII 0.98 mm	2630 ~ 26500	0.32 ~ 1.03	20.5 ~ 50.6	$1/400 \sim 1/200$	$2.46 \times 10^{-2} \sim 15.3 \times 10^{-2}$
VIII 2.10 mm	6470 ~ 25240	0.61 ~ 0.88	88.0 ~ 115.4	$1/300 \sim 1/100$	$4.22 \times 10^{-2} \sim 9.90 \times 10^{-2}$
IX 2.90 mm	12890 ~ 27600	0.80 ~ 1.20	177.3 ~ 205.8	$1/100$	$5.64 \times 10^{-2} \sim 7.39 \times 10^{-2}$

付表-(1.2.3) 開水路実験-AIの実験結果(その一)
第一群の砂: 実験砂 I, II

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 T , 水路中 B	水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 q g/100gms	波長 λ cm	位相速度 U_s cm/s	波高 ΔH cm	通水開始 の時間 t_s sec	河床形状	流水の状態
		h_1 cm (観測)	h_2 cm (計算)										
(1)	$J_0 = 1/300$			105								○	定
(2)	$T = 0.8^\circ\text{C}$			195								○	"
(3)	$B = 23\text{cm}$			208			0.0433					●	"
(4)	$d_{50} = 0.15\text{mm}$			390			0.114					⊖	"
(5)				520			0.0585					⊖	"
(1)	同上			200								○	非定常
(1)				430			0.0433				3	⊖	"
(2)				"			0.028				6	⊖	"
(3)				"			0.028				9	⊖	"
(4)				425			0.0153				12	⊖	"
(1)	同上			530			0.484				90	⊖	非定常
(2)				"			0.267				195	⊖	"
(3)				"			0.188				290	⊖	"
(4)				535			0.158				420	⊖	"
(5)				"			0.127				520	⊖	"
(6)				"			0.137				650	⊖	"
(7)				"			0.153				785	⊖	"
(8)				"			0.0407				910	⊖	"
(9)				"			0.137				1040	⊖	"
(10)				"			0.109				1340	⊖	"
(1)	同上			655			2.07				86	⊖	非定常
(2)				"			1.43				180	⊖	"
(3)				"			1.10				270	⊖	"
(4)				"			0.594				360	⊖	"
(5)				"			0.565				550	⊖	"
(6)				"			0.425				600	⊖	"
(7)				"			0.143				630	⊖	"
(8)				"			0.112				720	⊖	"
(9)				"			0.199				900	⊖	"
(10)				"			0.171				1050	⊖	"

3

0

Q

29

実験番号	初期砂面勾配 J_0		水 深		流 量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流量 $q \times 10^3$ g/s	波 長 λ cm	低槽速度 U cm/s	波 高 ΔH cm	通水開始 の時間 t_s sec	河床形状	流れの状態
	水温 T , °C	水槽中 B	h_1 (頂部) cm	h_2 (底部) cm										
(11)			1.66		655			0.107				1170	⊕	非定常
(12)			1.69		"			0.339				1290	"	"
(13)			1.75		"			21.3				1470	"	"
1	$J_0 = 1/300$ $T = 0.75^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$		1.36		730			6.59				60	⊕	非定常
(2)			"		750			5.42				120	"	"
(3)			1.43		"			3.18				240	⊕	"
(4)			1.50		"			1.55				330	"	"
(5)			1.55		760			0.845				420	"	"
(6)			1.56		"			0.530				540	"	"
(7)			1.71		"			0.848				660	"	"
(8)			1.79		"			0.896				930	"	"
(9)			1.81		"			2.63				1020	"	"
(10)			1.88		"			30.2				1170	"	"
1	同 上		1.65		910			11.4				25	⊕	非定常
(2)			1.70		940			9.52				102	⊕	"
(3)			1.79		965			8.00				164	⊕	"
(4)			1.86		"			5.99				310	"	"
(5)			1.97		"			3.50				372	"	"
(6)			2.04		"			2.61				447	"	"
(7)			2.25		"			7.75				606	"	"
(8)			2.28		"			32.7				672	"	"
1	$J_0 = 1/400$ $T = 0.6^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$		0.55		185			0					⊕	定常
2			0.8		330			0.0229					⊕	"
3			0.19		415			0.0305					⊕	"
4			1.05		480			0.0661					"	"
5			1.18		600			0.246					"	"
6			1.26		645			0.318					"	"
7			1.36		705			0.401					"	"
8			1.51		765			2.34					⊕	定常
1	同 上		0.98		400			0.17					⊕	"
(2)			"		420			0.198					"	"
(3)			"		"			0.193					"	"
(4)			0.99		"			0.246					"	"
(5)			"		"			0.158					"	"

実験番号	初期砂面勾配 J_0			水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流量 $80 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$	波長 λ cm	伝播速度 U cm/s	波高 ΔH cm	通水開始後 の時間 t s	河床形状 流れの状態
	水温 T , 水深 h_1	水深 h_2 (上部)	水深 h_3 (下部)	h_{mean} cm										
(6)				1.00		420			0.168					定常
(7)				1.01		"			0.117					"
1	$J_0 = 1/400$ $T = 0.6^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$				1.19	575			0.509				50	非定常
2					"	590			0.740				105	"
3					1.20	"			0.763				165	"
4					"	"			0.598				250	"
5					"	"			0.534				350	"
6					1.21	"			0.394				460	"
7					1.23	"			0.315				605	"
8					"	"			0.254				755	"
9					1.26	"			0.211				900	"
10					1.28	"			0.0941				1090	"
11					1.29	"			0.0280				1270	"
12					1.30	"			0.0330				1420	"
1	同上			"		635			1.52				50	非定常
2				1.31		665			1.78				100	"
3				"		670			0.509				165	"
4				1.32		680			0.610				240	"
5				1.33		"			0.541				320	"
6				1.34		"			0.560				420	"
7				1.35		"			0.394				530	"
8				1.37		675			0.213				685	"
9				1.40		"			0.132				840	"
10				1.43		"			0.0686				1025	"
11				1.49		"			0.0406				1280	"
12				1.52		"			0.0254				1590	"
13				1.58		"			0.0305				210	"
14				1.62		"			0.0152				2460	"
15				1.79		"			0.0127				4200	"
16				1.81		"			0.213				4390	"
17				1.82		"			0.860				4535	"
1				1.32		660			3.02				60	非定常
2				1.36		720			2.34				79	"
3				1.37		"			0.605				138	"

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 T_c , 水路中 B	水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $8 \times 10^4 \text{ g/s}$	波長 λ cm	伝播速度 W_s cm/s	波高 ΔH cm	通水開始後 の時間 t_s sec	河床形状 流れの状態
		h cm (頂部)	h_{mean} cm (谷部)									
(4)	$J_0 = 1/400$ $T = 0.6^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$		1.40	720			1.90				225	⊖ 非定常
(5)			1.43	"			1.02				312	"
(6)			1.47	"			0.544				480	⊖
(7)			1.50	"			0.152				630	"
(8)			1.62	"			0.0789				885	"
(9)			1.69	"			0.0254				1200	"
(10)			1.71	"			0.0188				1370	"
(11)			1.89	"			0.033				1785	"
(12)			1.91	"			0.125				1950	"
(13)			1.94	"			0.539				2106	"
(14)			1.96	"			1.18				2190	"
(15)			1.97	"			2.65				2280	"
(16)			1.95	"			36.8				2420	"
(17)			2.11	"			8.41				3600	"
1	同 上		1.74	965			2.08				200	⊖ 非定常
2			1.79	"			0.991				300	"
3			1.82	"			0.536				395	"
4			2.02	"			0.0534				660	"
5			2.06	"			0.033				810	"
6			2.17	"			0.0254				1110	"
7			2.32	"			0.0508				1310	"
8			2.38	"			0.526				1465	"
9			2.40	"			1.99				1580	"
10			2.44	"			5.52				1710	"
11			"	"			14.4				1776	"
12			2.46	"							1980	"
13			2.43	"							2280	"
1	同 上		1.83	1120			3.60				162	⊖ 非定常
2			2.07	"			1.92				215	"
3			2.13	"			0.635				315	"
4			2.18	"			0.281				453	"
5			2.29	"			0.0483				960	"
6			2.39	"			0.211				1260	"
7			2.52	"			0.989				1421	"

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 T , 水路巾 B	水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 g/s	波長 λ cm	波位播速度 W_s cm/s	波高 ΔH cm	通水開始 の時間 ts sec	河床形状 流れの状態
		h_1 (頂部) h_2 (谷部) h_m (平均) cm	h cm									
(8)			2.51	1120			3.92				1503	非定常
(9)			2.57	"			46.4				1636	"
1	$J_0 = 1/400$ $T = 0.6^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$		2.01	1030			26.2				28	非定常
2			2.27	1280			26.9				75	"
3			2.39	1330			8.01				122	"
4			2.49	"			28.5				180	"
5			2.51	"			4.35				250	"
6			2.55	"			1.96				312	"
7			2.56	"			1.42				560	"
8			2.58	"			1.33				650	"
1	$J_0 = 1/500$ $T = 0.7^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$		0.75	270			0.0178					定常
2			0.83	310			0.0102					"
3			0.93	375			"					"
4			1.03	430			0.0152					"
5			1.14	500			0.0406					"
1	$J_0 = 1/500$ $T = 0.8^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$		1.10	400			0.196					定常
2			1.11	440			0.127					"
3			"	"			0.0763					"
4			"	"			0.0840					"
5			"	"			0.0508					"
6			"	"			"					"
7			"	"			0.0391					"
1	同上		1.24	490			0.0915				55	非定常
2			1.26	585			0.193				134	"
3			"	595			0.236				188	"
4			"	"			0.206				262	"
5			"	"			0.191				342	"
6			1.27	"			0.170				476	"
7			1.28	"			0.168				582	"
8			1.29	"			0.145				740	"
9			1.30	"			0.137				930	"
1			1.35	560			0.275				65	非定常
2			1.36	665			1.09				123	"
3			1.37	675			0.727				200	"

実験番号	初期砂面勾配 J_0				水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $88 \times 10^4 \text{ gms}$	波長 λ cm	波速 W cm/s	波高 ΔH cm	通水開始後の時間 t_s sec	河床形状	流れの状態
	水温 $T^\circ\text{C}$	水路巾 B cm	h_1 (頂部) cm	h_2 (谷部) cm	h mean cm											
4					1.37		675			0.590				282	⬇	非定常
5	$J_0 = 1/500$				1.38		"			0.508				342	"	"
6	$T = 0.7^\circ\text{C}$				1.41		"			0.420				433	"	"
7	$B = 23 \text{ cm}$				1.43		"			0.356				540	"	"
8	$d_{50} = 0.15 \text{ mm}$				1.47		"			0.102				740	"	"
9					1.56		"			0.0686				960	"	"
10					1.65		"			0.00763				1350	"	"
1	同上				1.46		670			0.773				46	⬇	非定常
2					1.48		675			1.03				107	"	"
3					"		785			0.846				152	⬇	"
4					1.49		"			0.623				202	"	"
5					1.50		"			0.618				275	"	"
6					1.52		"			0.463				330	"	"
7					1.58		"			0.287				445	"	"
8					1.61		"			0.188				540	"	"
9					1.73		"			0.0763				705	"	"
10					1.71		"			0.0635				900	"	"
1	同上				1.57		760			1.81				14	⬇	非定常
2					1.67		900			7.30				54	"	"
3					1.69		910			4.06				95	⬇	"
4					1.72		"			4.07				150	"	"
5					1.76		"			2.68				204	"	"
6					1.86		"			1.99				255	"	"
7					2.07		"			0.539				472	"	"
8					2.16		"			0.0535				780	"	"
1					1.83		930			3.87				42	⬇	非定常
2					1.91		1095			2.02				101	"	"
3	同上				1.95		1105			1.41				155	"	"
4					2.00		1120			1.49				220	⬇	"
5					2.07		"			0.585				272	"	"
6					2.14		"			0.425				332	"	"
7					2.21		"			0.0991				460	"	"
8					2.26		"			0.0965				590	"	"
9					2.31		"			0.0305				930	"	"

实验序号	初期砂面勾配 J_0			水 深			流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流量 Q $\frac{cm^3}{s}$	波 长 λ cm	传播速度 W cm/s	波 高 ΔH cm	透水率 Q_{100} $\frac{cm^3}{s \cdot cm^2}$	河床形状	流水状态
	水温 T $^{\circ}C$	水路中 B	J_0	h_1 (顶部) cm	h_2 (底部) cm	h_{mean} cm										
(1)						2.08	1200				10.2				42	非定常
(2)			$J_0 = 1/500$			2.27	1265				5.40				70	"
(3)			$T = 0.7^{\circ}C$			2.40	1280				1.09				146	"
(4)			$B = 23cm$			2.50	"				1.06				208	"
(5)			$d_{50} = 0.15mm$			2.60	"				0.700				277	"
(6)						2.64	"				0.1213				372	"
(7)						2.66	"				0.124				516	"
(8)						2.73	"				0.0635				678	"
(9)						2.68	"				0.0509				830	"
(1)	同	上				2.76	1300				30.3				45	非定常
(2)						2.88	1630				55.0				80	"
(3)							1650				15.5				130	"
(4)							1670								223	"
(5)						3.10	"				12.1				400	"
(6)						3.13	"				11.7				578	"
(7)						3.10	"				6.97				770	"
(8)						3.16	"				25.0				1155	"
(1)	$J_0 = 1/600$					0.87	300				0.0034					定常
(2)	$T = 0.8^{\circ}C$					1.04	355				"					"
(3)	$B = 23cm$					1.14	440				0.0127					"
(4)	$d_{50} = 0.15mm$					1.24	530				0.0585					"
(5)						1.36	595				0.0789					"
(1)	同	上				1.24	485				0.0432					定常
(2)						"	490				0.0915					"
(3)						"	"				0.0965					"
(4)						"	"				0.0483					"
(5)						"	"				0.0381					"
(6)						"	"				0.0508					"
(1)	同	上				1.24	490				0.0406					定常
(2)						1.35	570				0.381					"
(3)	同	上				1.39	650				1.19					"
(4)						1.40	675				1.40					"
(5)						1.42	"				1.02					"
(6)						1.41	"				"					"

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 T : 水路巾 B	水深			流量 Q c/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $g \times 10^{-4}$	波長 λ cm	伝播速度 W cm/s	波高 ΔH cm	通過開始後 の時間 t s, sec	河床形状	流水の状態
		h_1 (頂部) cm	h_2 (底部) cm	h mean cm										
(6)	$J_0 = 1/600$ $T = 0.8^\circ C$ $B = 23$ cm $d_{50} = 0.15$ mm			1.41	675			0.635					⊖	定常
(7)				1.42	"			0.915					"	"
(8)				1.44	"			0.508					"	"
(9)				1.52	"			0.318					"	"
(10)				1.68	"			0.0508					"	"
(11)			1.72		"			0					"	"
(1)	同上			1.57	640			1.14				22	⊖	非定常
(2)				1.60	760			4.50				73	"	"
(3)				1.62	820			5.04				118	"	"
(4)				1.64	"			2.95				163	⊕	"
(5)				1.68	"			2.29				219	"	"
(6)				1.72	"			1.27				270	"	"
(7)				1.78	"			0.915				340	"	"
(8)				1.93	"			0.280				525	"	"
(9)				1.95		"		0.0763				720	"	"
(1)	同上			1.77	850			2.96				18	⊖	非定常
(2)				1.83	970			6.12				65	"	"
(3)				1.86	980			3.36				109	⊕	"
(4)				1.90	"			1.98				160	"	"
(5)				1.96	"			1.04				221	"	"
(6)				2.03	"			0.406				285	"	"
(7)				2.14	"			0.203				405	"	"
(8)				2.20	"			0.0254				680	"	"
(9)				2.24		"		0.0102				800	"	"
(1)	同上			2.07	1040			7.63				14	⊖	非定常
(2)				2.30	1220			13.1				62	"	"
(3)				2.44	1270			2.77				115	⊕	"
(4)				2.55	"			0.864				180	"	"
(5)				2.65	"			0.454				260	"	"
(6)				2.72	"			0.102				345	"	"
(7)				2.78	"			0.0508				470	"	"
(8)				2.84	"			0.0254				645	"	"
(9)				2.86		"		28.1				860	"	"
(1)			2.58		1330						27	⊖	非定常	

実験番号	初期砂面与配		水深		流量 Q cm ³ /s	河床勾配 J _x × 10 ³	水面勾配 S _x × 10 ³	流砂量 g × 10 ³ /cm ² s	波長 λ _s cm	位相速度 W _s cm/s	波高 ΔH cm	通水開始 の時間 t ₀ sec	河床形状	流況状態
	水温 T ₀ °C	水路中 B	h ₁ (頂部) cm	h ₂ (底部) cm										
(2)	J ₀ = 1/600 T = 0.8°C B = 23cm d ₅₀ = 0.15mm		2.78		1580			30.3				73	⊖	非常
(3)			2.85		1660			15.6				130	⊕	"
(4)			2.97		"			8.75				177	"	"
(5)			2.99		"			8.26				252	"	"
(6)			3.18		"			3.79				496	"	"
(7)			3.24		"			4.90				577	"	"
(8)			3.26		"			5.97				660	"	"
(9)			3.27		"			8.80				712	"	"
(10)			3.24		"			7.63				773	"	"
(11)			3.22		"			6.50				850	"	"
(1)	J ₀ = 1/800 T = 0.8°C B = 23cm d ₅₀ = 0.15mm		1.04		330			0					⊖	定常
(2)			—		400			0					⊕	"
(3)			—		460			0.0254					⊖	"
(4)			—		540			0.0763					⊕	"
(5)			—		580			"					⊖	"
(1)	同上		1.23		460			0.0840					⊖	定常
(2)			"		505			0.0686					"	"
(3)			"		"			0.0610					"	"
(4)			1.25		"			0.0840					"	"
(5)			"		"			0.0635					"	"
(6)			"		"			0.0686					"	"
(7)			"		"			0.0458					"	"
(1)	同上		1.46		570			4.30					⊖	定常
(2)			1.47		640			1.09				65	⊕	非常
(3)			1.49		660			0.915				143	"	"
(4)			"		"			0.762				190	"	"
(5)			"		"			0.560				240	"	"
(6)			1.50		"			0.483				319	"	"
(7)			"		"			0.432				399	"	"
(8)			1.52		"			0.458				477	"	"
(9)			1.56		"			0.280				660	"	"
(10)			1.58		"			0.0762				777	"	"
(1)			1.67		750			0.560				36	⊖	非常
(2)			"		790			0.992				90	"	"

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 T °C. 水深 B	水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流量 $Q \times 10^3$ m ³ /s	波長 λ cm	伝播速度 W cm/s	波高 ΔH cm	観測開始 の時間 TS sec	河床形状	流れの状態
		h_1 (頂部) cm	h_2 (谷部) cm										
(3)	$J_0 = 1/800$ $T = 0.8^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$			800			1.60				155	○	非定常
(4)				"			1.40				206	●	"
(5)				"			0.992				262	"	"
(6)				"			1.07				333	"	"
(7)				"			0.610				396	"	"
(8)				"			0.508				480	"	"
(9)				"			0.152				630	"	"
(10)				"			0.127				720	"	"
(1)				1015			7.62				55	○	非定常
(2)				1020			4.58				105	"	"
(3)	同			"			1.98				150	"	"
(4)				"			2.03				200	●	"
(5)				"			1.59				264	"	"
(6)				"			0.655				322	"	"
(7)				"			0.104				464	"	"
(8)				"			0.0789				600	"	"
(1)				1055			7.95				16	○	非定常
(2)				1290			8.90				62	"	"
(3)				1335			4.04				125	●	"
(4)				"			0.980				190	"	"
(5)	同			"			0.489				240	"	"
(6)				"			0.0610				520	"	"
(7)				"			0.028				695	"	"
(1)				1560			23.5				38	○	非定常
(2)				1710			35.4				84	●	"
(3)				"			9.37				156	"	"
(4)				"			1.01				330	"	"
(5)				"			2.43				420	"	"
(6)				"			0.555				645	"	"
(1)				165								●	定常
(2)	$J_0 = 1/300, T = 16.5^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.33\text{mm}$			305			0.062					○	"
(3)				410			0.915					"	"
(1)				650			2.61					○	定常
(2)				"			6.01					"	"


实验序号	初期砂面匀配 水温 T 水中 B	水 深		流 量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $g \times 10^3$	波 长 λ cm	传播速度 w_s cm/s	波 高 ΔH cm	通水開始後 の時間 ts Sec	河床形状	流況状態
		h_1 (cm)	h_2 (cm)										
(3)	$J_0 = 1/300$	1.15		650			7.32					⊖	定 常
(4)	$T = 16.5^\circ C$	"		"			18.36					"	"
(5)	$B = 23$ cm	"		"			12.13					"	"
(6)	$d_{50} = 0.33$ mm	"		"			15.29					"	"
(7)		"		"			11.79					"	"
(1)	同 上	1.45		840			10.45				15	⊖	非定常
(2)		1.48		"			28.23				35	⊖	"
(3)		"		"			28.36				50	"	"
(4)		1.47		"			37.51				60	"	"
(5)		1.51		"			20.65				125	"	"
(6)		1.52		"			24.07				150	"	"
(7)		1.54		"			21.96				175	"	"
(1)	$J_0 = 1/400, T = 12^\circ C$	0.82		230			0.055					⊖	定 常
(2)	$B = 23$ cm	0.98		314			0.099					⊖	"
(3)	$d_{50} = 0.33$ mm	1.13		431			0.086					⊖	定 常
(4)	同 上	1.30		555			0.094					"	"
(5)		"		"			0.076					"	"
(6)		1.29		"			0.039					"	"
(7)		"		"			1.45					⊖	定 常
(1)	同 上	1.52		810			1.11					"	"
(2)		1.51		"			0.113					"	"
(3)		"		"			0.212					"	"
(4)		1.52		"			0.163					"	"
(5)		"		"			2.88				20	⊖	非定常
(6)	同 上	1.64		890			3.71				65	⊖	"
(7)		1.65		"			4.84				110	⊖	"
(1)	同 上	"		"			3.22				160	"	"
(2)		"		"			2.16				220	"	"
(3)		1.66		"			4.52				35	⊖	非定常
(4)	同 上	1.72		925			7.11				100	⊖	"
(5)		1.74		"			5.41				170	"	"
(6)		1.76		"			1.40				280	"	"
(7)		1.80		"			30.84				15	⊖	非定常
(1)		2.33		1520								⊖	非定常

实验序号	初期砂面勾配 J_0			水 深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流量 $Q \times 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$	波长 λ cm	传播速度 W cm/s	波高 ΔH cm	通水开始时间 t s	河床形状	流况状态
	水温 $T = 23^\circ\text{C}$			h_1 (顶部) cm	h_2 (底部) cm										
(2)	$J_0 = 1/400, T = 12^\circ\text{C}$			2.42		1520			18.66				50	伞	非定常
(3)	$B = 23 \text{ cm}$			2.51		"			12.41				90	"	"
(4)	$d_{50} = 0.33 \text{ mm}$			2.61		"			6.90				140	"	"
(1)	同			2.08		1250			5.88				20	伞	非定常
(2)	上			2.18		"			14.29				48	"	"
(3)	同			2.30		"			9.27				75	"	"
(4)	同			2.46		"			3.47				120	"	"
(5)	同			2.50		"			3.18				165	"	"
(6)	同			2.48		"			4.94				220	"	"
(1)	同			2.63		1250			13.07					+	定常
(2)	上			2.67		"			10.19					"	"
(3)	同			2.69		"			7.94					"	"
(1)	$J_0 = 1/500, T = 12^\circ\text{C}$			0.64		165			0					○	定常
(2)	$B = 23 \text{ cm}, d_{50} = 0.33 \text{ mm}$			0.84		235			0.039					○	"
(3)	同			0.67		120			0					○	"
(4)	上			1.06		240			0					○	"
(5)	同			1.22		350			—					○	"
(6)	同			1.40		460			—					○	"
(7)	同			1.55		570			—					○	"
(8)	同			1.67		660			—					○	"
(9)	同			1.90		770			—					○	"
(1)	同			2.18		850			—					○	"
(2)	上			2.27		920			—					○	"
(3)	同			1.20		530			0.028					⊖	定常
(4)	上			1.49		670			0.199					⊖	"
(5)	同			1.46		"			0.284					"	"
(6)	同			1.45		"			0.285					"	"
(7)	同			1.46		"			1.803					"	"
(8)	同			1.47		"			1.15					"	"
(9)	同			1.53		795			0.224					⊖	定常
(1)	上			1.57		"			1.15					"	"
(2)	同			1.56		"			1.07					"	"
(3)	同			1.58		"			0.645					"	"
(4)	同			"		"			0.792					"	"

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 T °C 水路 φ B	水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 g/s	波長 λ cm	伝播速度 W_s cm/s	波高 ΔH cm	通水開始 の時間 t_s sec	河床形状	流水の状態
		h_1 (頂部) cm	h_2 (谷部) cm										
(1)	$J_0 = 1/500$ $T = 12^\circ C$ $B = 230$ cm $d_{50} = 0.33$ mm			1.91	1125		6.11				25	⊕	非定常
(2)				1.97	"		11.21				75	"	"
(3)				1.99	"		14.14				125	"	"
(4)				2.02	"		12.13				200	"	"
(5)				2.08	"		11.68				275	"	"
(1)	同 上			2.10	1320		43.91				12	⊖	非定常
(2)					"		53.06				33	"	"
(3)				2.34	"		20.73				48	⊕	"
(4)					"		29.53				70	"	"
(5)				2.43	"		37.12				105	"	"
(1)	同 上			2.47	1320		29.27					⊕	定常
(2)				0.74	190		0					⊖	定常
(3)				0.93	270		0					"	"
(4)				1.17	420		0					"	"
(5)				1.33	525		0					⊖	"
(1)	同 上			1.48	620		0.026					⊖	定常
(2)				1.69	830		0.216					"	"
(3)				1.69	"		"					"	"
(4)				1.67	"		0.196					"	"
(5)				"	"		0.175					"	"
(1)	同 上			"	"		0.099					⊖	非定常
(2)				1.99	1080		0.854				27	"	"
(3)				2.02	"		1.207				87	⊕	"
(4)				2.07	"		1.15				155	"	"
(5)				2.14	"		0.896				225	"	"
(6)				2.23	"		0.402				315	"	"
(1)	同 上			2.32	"		0.191				425	"	"
(2)				2.09	1280		2.30				13	⊖	非定常
(3)				2.24	"		0.368				55	"	"
(4)				2.30	"		2.80				105	⊕	"
(5)				2.60	"		2.30				135	"	"
(6)				—	"		1.91				165	"	"
(1)	同 上			2.41	"		1.61				215	"	"
(1)	同 上			2.43	1580		9.49					⊕	定常

实验番号	初期砂面勾配 J_0 水温 $T^\circ\text{C}$ 水路巾 B	水		深 h_{mean} cm	流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流量 $Q \times 10^3$	波 長 λ cm	伝播速度 W_s cm/s	波 高 ΔH cm	通水時間 s sec	河床形状	流れの状態
		h_1 (頂部) cm	h_2 (底部) cm											
(1)	$J_0 = 1/600$ $T = 13^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.33\text{mm}$			2.43	1400							22	○	定常
(2)				2.54	"							53	○	非定常
(3)				2.60	"							76	●	"
(4)				2.88	"							112	"	"
(5)				2.95	"							143	"	"
(6)				2.97	"							190	"	"
(7)				2.84	"							260	"	"
(1)	$J_0 = 1/800$ $T = 14.5^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.33\text{mm}$			0.83	250								○	定常
(2)				1.10	410								"	"
(3)				1.27	535								●	"
(4)				1.39	680								○	定常
(1)				1.78	900								"	"
(2)				1.81	"								"	"
(3)				1.80	"								"	"
(4)	$J_0 = 1/800$ $T = 14^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.33\text{mm}$			1.81	"								"	"
(5)				1.81	"								"	"
(6)				1.83	"								"	"
(1)				2.17	1215								○	非定常
(2)				2.20	"								●	"
(3)				2.24	"								"	"
(4)				2.28	"								"	"
(5)	$J_0 = 1/800$ $T = 16.5^\circ\text{C}$ $B = 23\text{cm}$ $d_{50} = 0.33\text{mm}$			2.31	"								"	"
(6)				2.40	"								"	"
(1)				2.38	1375								●	非定常
(2)				2.47	"								"	"
(3)				2.86	"								"	"
(4)				2.90	"								"	"
(5)				2.98	"								"	"
(1)	同 上			2.28	1620								○	非定常
(2)				2.48	"								●	"
(3)				2.85	"								"	"
(4)				2.98	"								"	"
(5)				2.99	"								"	"
(6)				3.03	"								"	"

实验序号	初期砂面分配 J_0		水 深		流量 Q cc/s	河床切配 $J \times 10^3$	水面分配 $S \times 10^3$	流砂量 8×10^3 粒/s	波 长 λ cm	传播速度 U cm/s	波 高 ΔH cm	通水时间 T s	河床形状	流态状态
	水温 T °C	水深 B	h_1 (顶部) cm	h_2 (底部) cm										
(7)					1620			4.68				195		非定常
(1)	$J_0 = 1/400$				1760			112				35		非定常
(2)	$T = 28^\circ C$				"			233				60	"	"
(3)	$B = 23$ cm				"			254				75	"	"
(4)	$d_{50} = 0.33$ mm				"			132				90	"	"
(5)					"			84				135	"	"
(1)	同	上			2360			604				16		非定常
(2)					"			645				25	"	"
(3)					"			354				36	"	"
(4)					"			47				55	"	"
(5)					"			204						定常
(6)					"			516					"	"
(1)	同	上			2540			831				7		非定常
(2)					"			592				20		"
(3)					"			645				32	"	"
(4)					"			148				45	"	"
(5)					"			677						定常
(6)					"			627					"	"
(1)	$J_0 = 1/200$				1750			772				20		非定常
(2)	$T = 28^\circ C$				"			291				105	"	"
(3)	$B = 23$ cm				"			614				150	"	"
(4)	$d_{50} = 0.33$ mm				"			466				200	"	"
(5)					"			778				230	"	"
(1)	同	上			2080			1164				5		非定常
(2)					"			—				30	"	"
(3)					"			127				80	"	"
(4)					"			651				135	"	"
(1)	同	上			2540			1053				10		非定常
(2)					"			804				35	"	"
(3)					"			846				90	"	"
(4)					"			1058				160	"	"
(1)	同	上			2700			1100				7		非定常
(2)					"			709				25	"	"
(3)					"			381				75	"	"

実験番号	初期砂面勾配 Jc 水温 T°C 水路中 B	水深			流量 Q cc/s	河床勾配 Jx 10 ³	水面勾配 Sx 10 ³	流量 8Bx10 ⁶ g/s	波長 λ scm	伝播速度 ws cm/s	波高 ΔH cm	通水開始後 の時間 ts sec	河床形状	流水の状態
		cm (頂部) h1	cm (谷部) h2	cm h mean										
(4)				2.95	2700			708				96		非定常
(5)				3.15	"			899				180	"	"
(6)				3.05	"			1026				282	"	"

付表-(1.2.4) 開水路実験-AIの実験結果(その二)

第二群の砂: 実験砂Ⅳ, V

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 T 水路巾 B	水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $JX/10^3$	水面勾配 $SX/10^3$	流砂量 $g \times 10^{-4} / s$	波長 λ cm	仕槽速度 $W_{s, cm/s}$	波高 ΔH cm	通水開始 の時間 t_s sec	河床形状	流れの状態
		h_1 cm (初期)	h_2 cm (後期)										
2	$J_0 = 1/300$		0.51	280			0					○	定常
3	$T = 4.5^\circ C$		0.61	320			0					"	"
4	$B = 23.0$ cm		0.80	400			0					"	"
5	$d_{50} = 0.72$ mm		0.86	440			0					●	"
6			0.98	540			0.408					⊖	非定常
1	同上		1.30	740			18.95					⊖	"
2			1.31	780			13.79					"	"
3			"	790			10.74					"	"
4			"	"			10.03					"	"
5			"	"			6.22					"	"
6			"	"			7.64					"	"
7			"	"			6.67					"	"
8			"	"			3.84					"	"
1	同上		1.55	700			40.09				21	⊖	非定常
2			1.56	940			69.51				70	"	"
3			"	1040			90.01				108	"	"
4			"	"			55.60				163	"	"
5			"	"			49.80				227	"	"
6			"	"			48.50				502	"	"
7			"	"			44.75				578	"	"
8			"	"			41.20				726	"	"
1	同上		1.84	1220			133.4				67	⊖	非定常
2			1.80	1320			129.5				124	"	"
3			1.76	"			—				230	"	"
4			"	"			107.2				330	"	"
5			1.75	"			104.2				398	"	"
6			"	"			—				487	"	"
7			"	"			103.0				546	"	"
8			"	"			102.5				638	"	"
9			"	"			102.0				684	"	"

实验番号	初期砂面勾配 J_0 水温 $T^\circ C$, 水路中 B	水 深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $g \text{ sec}^{-1}$	波 長 λ cm	伝播速度 W_g cm/s	波 高 ΔH cm	通水開始後 の時間 t sec	河床形状	流水の状態
1	$J_0 = 1/300, T^\circ C = 4.5^\circ C$ $B = 23.0 \text{ cm}, d_{50} = 0.72 \text{ mm}$	h_1 (初期)	h_2 (平均)	1030			107.5				17	⊖	非定常
2				1400			113.1				70	⊖	"
1	同 上			1700			114.1				132	⊕	非定常
2				"			124.1				257	"	"
3				"			110.8				310	"	"
4				"			144.5				341	"	"
5				"			140.0				458	"	"
6				"			140.5				513	"	"
7				"			144.6				566	"	"
1	$J_0 = 1/400$ $T = 4.5^\circ C$ $B = 23.0 \text{ cm}$ $d_{50} = 0.72 \text{ mm}$			260			—					⊖	定常
2				290			—					"	"
3				370			—					"	"
4				450			—					"	"
5				500			—					"	"
6				560			—					"	"
7				610			0.02515					⊕	"
8				660			0.0505					"	"
9				710			0.1390					⊖	"
10				770			0.1769					"	"
11				800			0.2021					"	"
12				940			1.340					"	"
13				1040			3.941					"	"
1	同 上			840			6.02				42	⊖	非定常
2				1070			4.175				100	"	"
3				1080			3.412				172	"	"
4				"			3.160				248	"	"
5				"			2.910				416	"	"
6				"			3.139				570	"	"
7				"			"				655	"	"
1	同 上			1140			24.61				24	⊖	非定常
2				1240			19.35				80	"	"
3				1370			19.00				157	"	"
4				"			21.28				220	"	"
5				"			21.62				342	"	"

实验序号	初期砂面匀配 J_0			水 深		流量 Q cc/s	河床与配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $g \text{ Buhda}$	波长 λ cm	传播速度 W cm/s	波高 ΔH cm	通过时间 t s	河流形状	流体的状态
	水温 $T^\circ\text{C}$	水距中 B	J_0	h_1 (顶部) cm	h_2 (底部) cm										
6				2.02		1370			23.50				442	⊖	非定常
(7)				"		"			27.2				572	"	"
(8)				1.99		"			31.8				645	"	"
1				2.29		940			29.9				21	⊖	非定常
2			$J_0 = 1/400$	"		1360			38.7				74	"	"
3			$T = 4.5^\circ\text{C}$	2.25		1580			31.0				129	"	"
4			$B = 23 \text{ cm}$	2.24		"			40.1				180	"	"
5			$d_{50} = 0.72 \text{ mm}$	2.20		"			39.8				233	"	"
6				"		"			38.7				303	"	"
7				2.16		"			44.6				369	"	"
8				2.10		"			53.1				590	"	"
9				2.07		"			51.6				658	"	"
1				2.55		1710			80.4				51	⊖	非定常
2			同上	2.58		1900			79.5				103	⊕	"
3				2.55		"			100.0				162	"	"
4				"		"			108				206	"	"
5				2.50		"			146				325	"	"
6				"		"			143				383	"	"
7				2.46		"			147				427	"	"
8				2.44		"			163				552	"	"
9				2.42		"			155				620	"	"
1				1.07		450			0					○	定常
2			$J_0 = 1/500$	1.29		585			0					"	"
3			$T = 5^\circ\text{C}$	1.40		650			0					"	"
4			$B = 23.0 \text{ cm}$	1.47		700			0					"	"
5			$d_{50} = 0.72 \text{ mm}$	1.55		770			0					"	"
6				1.61		810			0					◐	"
7				1.63		840			0					⊖	"
8				1.68		890			0					"	"
9				1.73		940			0					"	"
10				1.88		1080			0.453					"	"
11				1.92		1130			0.756					"	"
12				1.98		1210			1.56					"	"
13				2.12		1430			8.64					"	"

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 $T^\circ\text{C}$, 水路中 B	水深			流量 $Q \text{ cm}^3/\text{s}$	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流量 $88 \times 10^4 \text{ cm}^3/\text{s}$	波長 $\lambda \text{ cm}$	伝播速度 $U_g \text{ cm/s}$	波高 $\Delta H \text{ cm}$	通過時間 $t_s \text{ Sec}$	河床形状	流水の状態
		$h_1 \text{ cm}$ (頂部)	$h_2 \text{ cm}$ (谷部)	$h_{\text{mean}} \text{ cm}$										
1	$J_0 = 1/500$ $T = 5^\circ\text{C}$ $B = 23.0 \text{ cm}$ $d_{50} = 0.12 \text{ mm}$			2.26	820			9.35				36	⊖	非常
2				"	1400			9.50				90	"	
3				2.25	1450			8.73				160	"	
4				2.22	"			9.70				312	"	
5				2.20	"			8.76				436	"	
6				"	"			10.8				515	"	
7				2.18	"			8.05				550	"	
8				"	"			11.9				667	"	
1	同 上			2.52	1050			25.6				33	⊖	非常
2				"	1750			28.6				92	"	
3				2.51	1850			26.4				152	"	
4				2.48	"			31.3				218	"	
5				2.47	"			29.2				286	"	
6				2.44	"			35.2				420	"	
7				2.43	"			40.6				492	"	
8				2.40	"			47.6				579	"	
1	同 上			2.43	1300			18.1				30	⊖	非常
2				2.40	1730			14.6				138	"	
3				"	"			15.4				202	"	
4				2.37	"			18.4				315	"	
5				2.35	"			21.3				387	"	
6				2.32	"			25.8				574	"	
7				2.31	"			30.8				643	"	
8				2.64	1500			36.0				30	⊖	非常
1	同 上			2.62	2000			31.3				104	"	
2				2.60	"			36.4				184	"	
3				2.58	"			41.0				244	"	
4				2.55	"			47.9				357	"	
5				2.54	"			58.3				428	"	
6				2.49	"			75.9				595	"	
7				"	"			79.0				608	"	
8				1.46	690			0					○	定常
1				1.59	790			0					"	
2				1.68	870			0					"	
3								0					"	

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 $T^\circ\text{C}$, 水路中 B	水深		流量 $Q \text{ l/s}$	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $g \times 10^3$	波長 $\lambda \text{ cm}$	伝播速度 $u \text{ cm/s}$	波高 $\Delta H \text{ cm}$	通水開始後 の時間 $t \text{ s}$	河床形状	流れの状態
		$h_1 \text{ (頂部)}$	$h_2 \text{ (谷部)}$										
4	$J_0 = 1/600$			1010			0.252					○	定常
5	$T = 4.2^\circ\text{C}$			1130			0.428					○	"
6	$B = 23 \text{ cm}$			1310			0.832					"	"
7	$d_{50} = 0.72 \text{ mm}$			1430			5.04					"	"
1	同上			1160			4.76				37	○	非定常
2				1490			3.18				130	"	"
3				"			4.84				230	"	"
4				"			4.97				340	"	"
5				"			5.02				450	"	"
6				"			3.60				523	"	"
7				"			5.50				716	"	"
1	同上			1150			8.36				28	○	非定常
2				1470			10.6				75	"	"
3				1590			7.75				120	"	"
4				"			10.00				168	"	"
5				"			9.20				300	"	"
6				"			9.80				375	"	"
7				"			11.3				450	"	"
8				"			11.7				585	"	"
1	同上			1240			7.10				42	○	非定常
2				1760			10.1				90	"	"
3				1830			8.65				160	"	"
4				"			11.7				212	"	"
5				"			11.9				335	"	"
6				"			15.4				390	"	"
7				"			14.2				450	"	"
8				"			15.1				552	"	"
9				"			15.5				612	"	"
1	同上			1530			38.6				30	○	非定常
2				2050			30.2				90	"	"
3				2130			35.6				164	"	"
4				"			47.4				221	"	"
5				"			49.2				293	"	"
6				"			58.7				367	"	"

实验序号	初期砂面勾配 J_0 水温 T , 水深 B	水深 h h_1 (顶部) h_2 (底部) h mean	流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流量 Q 10^3 g/s	波 长 λ cm	传播速度 W cm/s	波 高 ΔH cm	通水開始時間 t s	河床形状	流況状态
7		2.80	2130			76.0				531	⊖	非定常
8		2.79	"			86.0				606	"	"
1	$J_0 = 1/800$ $T = 5^\circ C$ $B = 23.0$ cm $d_{50} = 0.72$ mm	1.72	850			0					○	定 常
2		1.82	940			0						"
3		1.94	1060			0						"
4		2.01	1150			0.005					⊖	"
5		2.14	1270			0.006					"	"
6		2.38	1550			0.048					"	"
1	同 上	2.36	1200			3.06				38	⊖	非定常
2		2.34	1470			2.19				180	"	"
3		2.33	"			1.54				300	"	"
4		2.31	"			2.04				420	"	"
5		2.30	"			"				510	"	"
6		2.29	"			1.36				640	"	"
1	同 上	2.50	1290			3.14				57	⊖	非定常
2		2.47	1630			4.51				138	"	"
3		2.45	1690			5.95				210	"	"
4		2.44	"			4.45				278	"	"
5		2.42	"			5.40				411	"	"
6		2.41	"			5.62				496	"	"
7		2.40	"			5.37				623	"	"
1	同 上	2.80	1570			14.0				36	⊖	非定常
2		2.78	1940			12.5				114	"	"
3		2.73	1990			17.5				204	"	"
4		2.71	"			17.7				276	"	"
5		2.70	"			22.6				396	"	"
6		2.69	"			26.4				459	"	"
7		2.67	"			25.3				547	"	"
8		2.66	"			29.7				626	"	"
1	同 上	2.82	1700			18.6				33	⊖	非定常
2		3.07	2100			19.4				158	"	"
3		3.05	2300			62.3				263	"	"
4		3.04	2350			68.6				342	"	"
5		3.03	"			90.5				394	"	"

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 T 、水路中 B	水深			流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $g \times 10^3$	波長 λ cm	伝播速度 u cm/s	波高 ΔH cm	通水開始 の時間 ts sec	河床形状	流れの状態
		h_1 (頂部)	h_2 (谷部)	h mean										
6				2.97	2350			86.5				545	⊖	非定常
7				2.95	"			100.0				645	"	"
1	$J_0 = 1/200$ $T = 29^\circ C$ $B = 23.0$ cm $d_{50} = 0.72$ mm			2.10	1880			548				12	⊖	非定常
2				2.15	"			666				22	"	"
3				"	"			506				35	"	"
4				"	"			466				54	"	"
5				2.10	"			655				105	"	"
6				"	"			585				120	"	"
7				"	"			660				145	"	"
1	同 上			2.40	2280			655				10	⊖	非定常
2				2.50	"			666				20	"	"
3				2.40	"			502				45	"	"
4				"	"			870				60	"	"
5				2.35	"			446				95	"	"
6				"	"			585				140	"	"
7				2.40	"			870				150	"	"
1	同 上			2.65	2700			870				5	⊖	非定常
2				2.75	"			732				21	"	"
3				2.80	"			790				35	"	"
4				2.85	"			128				90	"	"
5				2.80	"			384				144	"	"
6				2.85	"			543				172	"	"
7				2.58	2900			-				5	⊖	非定常
1	同 上			3.00	"			666				10	"	"
2				2.95	"			732				22	"	"
3				"	"			590				57	"	"
4				2.85	"			512				85	"	"
5				1.16	358			43				-	⊖	定常
6				1.40	500			133				-	⊖	"
7				1.71	1120			447				-	⊖	"
1	$J_0 = 1/200$ $T = 23.5^\circ C$ $B = 23.0$ cm $d_{50} = 0.75$ mm			1.75	"			484				-	⊖	"
2				2.18	2110			993				-	⊖	"
3				1.13	440			0				-	⊖	定常
4				1.40	660			0				-	⊖	"
5												-	⊖	"
6												-	⊖	"
7												-	⊖	"

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 $T^\circ\text{C}$, 水路巾 B	水			流量 $Q \text{ cc/s}$	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $g \times 10^4 \text{ cm/s}$	波 長 $\lambda \text{ cm}$	波 播 速度 $U \text{ cm/s}$	波 高 $\Delta H \text{ cm}$	通水開始 の時間 $t \text{ s}$	河床形状	流水の状態
		$h_1 \text{ cm}$ (頂部)	$h_2 \text{ cm}$ (谷部)	$h \text{ cm}$ (平均)										
3	$J_0 = 1/400, T = 23.5^\circ\text{C}$			2.86	2380			338					+	定常
4	$B = 23.0 \text{ cm}, d_{50} = 0.75 \text{ mm}$			4.20	3530			945					"	"
1	同上			2.55	2150			808					+	定常
1	同上			4.27	3740			2323					"	定常
1	$J_0 = 1/400$			4.08	3740			—					⊖	非定常
2	$T = 23.5^\circ\text{C}$			4.25	"			—					"	"
3	$B = 23.0 \text{ cm}$			4.30	"			—					"	"
4	$d_{50} = 0.75 \text{ mm}$			4.18	"			—					"	"
1	$J_0 = 1/600$			1.85	950			41					●	定常
2	$T = 23^\circ\text{C}$			2.38	1560			194					●	"
3	$B = 23.0 \text{ cm}$			3.35	2700			475					●	"
4	$d_{50} = 0.75 \text{ mm}$			4.54	4350			818					●	"

付表-(1.2.5) 開水路実験-AIの実験結果(その三)

第三群の砂：実験砂 VII, VIII, IX

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 $T^\circ\text{C}$ 水路中 B	水深 h_0 (cm) h_0 (平均) h_{mean} (cm)	流量 Q (cc/s)	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $8B \times 10^4 \text{ g/s}$	波長 λ (cm)	波速 w_s (cm/s)	波高 Δh (cm)	通水開始後 の時間 t_s (sec)	河床形状	流砂の状態
1	$J_0 = 1/400$ $T = 29^\circ\text{C}$ $B = 23.0 \text{ cm}$ $d_{50} = 0.92 \text{ mm}$	1.44	520								○	定常
2		2.28	780								"	"
3		1.89	950								"	"
4		1.98	1000								"	"
5		2.13	1140								"	"
6		2.19	1250								"	"
7		2.29	1320								"	"
8		2.34	1430								"	"
9		2.46	1600								"	"
10		2.67	1830								"	"
11		2.80	1980								●	"
12		2.89	2120			47					○	"
13		2.91	2270			145					"	"
1	同 上	3.00	2180			46				60	○	定常
2		2.93	"			104				105	"	"
3		2.88	"			85				160	"	"
4		2.84	"			73				290	"	"
(1)	同 上	3.22	2300			164				85	○	定常
(2)		3.13	"			185				110	"	"
(3)		3.12	"			154				140	"	"
4		3.02	"			186				160	"	"
1	同 上	3.00	2950			279				20	○	定常
(2)		3.09	2980			301				45	"	"
(3)		3.11	"			183				55	"	"
4		3.07	"			371				125	"	"
5		3.06	"			369				160	"	"
(1)	同 上	4.39	4100			400				14	○	非定常
(2)		4.62	4170			366				24	"	"
(3)		4.51	"			619				30	"	"
(4)		4.49	"			1119				85	"	"

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 $T^\circ\text{C}$ 、水深 B	水		流量 $Q \text{ cc/s}$	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $g \times 10^3$	波 入 s	長 $\lambda \text{ cm}$	推移速度 $U_s \text{ cm/s}$	波高 $\Delta H \text{ cm}$	通水開始後 の時間 $t_s \text{ sec}$	河床形状 流れの状態
		h_1^m (傾斜)	h_2^m (谷部)										
5				4170			377					172	非定常
1				5000			560					10	定常
2	$J_0 = 1/400$			"			371					35	"
3	$T = 29^\circ\text{C}$			"			242					50	"
4	$B = 23.0 \text{ cm}$			"			861					82	"
5	$d_{50} = 0.92 \text{ mm}$			"			920					105	"
1	同上			5780			619					6	定常
2				"			974					50	"
3				"			861					95	"
4				"			1571					117	"
1	$J_0 = 1/200$			1090									定常
2	$T = 28.5^\circ\text{C}$			"									"
3	$B = 23.0 \text{ cm}$			1160			41						"
4	$d_{50} = 0.92 \text{ mm}$			1270			56						"
5				"			—						"
6				1370			88						"
7				"									"
1				2640			624					10	非定常
2				"			"					22	"
3	同上			"			936					100	"
4				"			791					123	"
5				"			812					120	"
1				4230			1275					13	定常
2	同上			"			1383					40	"
3				"			1635					52	"
4				"			1571					83	"
1				6050			1571					15	定常
2	同上			"			"					50	"
3				"			4062					100	"
4				"			3185					105	"
1	$J_0 = 1/100, T = 28.5^\circ\text{C}$			1420			8.7						定常
2	$B = 23 \text{ cm}, d_{50} = 2/10 \text{ mm}$			2.21			"						"
1	同上			1710			118						定常
1	同上			2290			485						定常

実験番号	初期砂面勾配 J_0			水		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $g \times 10^3$	波長 λ cm	伝播速度 u cm/s	波高 ΔH cm	通水開始後の時間 t sec	河床形状・流況
	水温 T °C	水路巾 B cm	J_0	h_1 (頂部) cm	h_2 (谷部) cm									
1	$J_0 = 1/100$					1.67	2290		340				120	非定常
2	$T = 28.5^\circ C$					1.94	"		380				420	"
3	$B = 23$ cm					2.22	"		581				720	"
4	$d_{50} = 2.10$ mm					2.24	"		449				1020	"
1	同	上				3.37	4330		2159					定常
1	同	上				3.69	5280		3780					"
1	$J_0 = 1/300, T = 28.5^\circ C$					4.55	4630							定常
2	$B = 23$ cm					4.97	5460		147					定常
3	$d_{50} = 2.10$ mm					5.20	5860		251					"
1	同	上				5.20	5920		398					定常
1	同	上				5.61	7060		711					定常
2	同	上				5.54	"		850					"
1	$J_0 = 1/100, T = 29.5^\circ C$					2.77	2580							定常
2	$B = 23.0$ cm					2.91	2930							"
3	$d_{50} = 2.90$ mm					2.75	2880		17					"
1	同	上				3.22	3820		182				90	定常
2	同	上				3.21	"		169				127	"
3	同	上				3.17	"		126				180	"
1	同	上				3.34	4320		552				90	非定常
2	同	上				3.30	"		584				150	"
3	同	上				3.26	"		"				200	"
1	同	上				3.60	5270		1431				20	定常
2	同	上				3.88	"		1308				100	"
3	同	上				3.82	"		140				150	"
1	同	上				3.94	5900		2153				100	定常
2	同	上				3.81	"		1940				150	"
3	同	上				3.84	"		1581				300	"

付表-(1.2.6) 開水路実験-AⅡの実験範囲

実験砂Ⅱ, $d_{50} = 0.33 \text{ mm}$

河床形状	Reynold数 Re	Froude数 Fr	$\frac{u_*^* d_{50}}{\nu}$	初期砂面勾配 J_0	$\frac{(u_*^*)^2}{gd(c/p-1)}$
砂連発生初期	4490 ~ 11300	0.69 ~ 0.76	5.05 ~ 13.1	$1.0 \times 10^{-3} \sim 3.7 \times 10^{-3}$	$5.24 \times 10^{-2} \sim 29.1 \times 10^{-2}$
平衡状態	8000 ~ 12300	0.41 ~ 0.595	8.28 ~ 12.8	"	$14.7 \times 10^{-2} \sim 33.7 \times 10^{-2}$

付表-(1.2.7) 開水路実験-AIIの実験結果

その一 (砂連発生初期)

実験番号	初期砂面勾配 J_0 , 動 摩擦係数 μ 水路巾 B	水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $Q_s \times 10^3$ gms	波長 λ cm	波速度 u cm/s	波高 ΔH cm	波通過開始後 の時間 t_s sec	河床形状
		h_1 (上部) cm	h_2 (下部) cm									
1	$\mu = 0.995 \times 10^{-2}$ $J_0 = 3.70 \times 10^{-3}$ $B = 23.0$ cm $d_{50} = 0.33$ mm		2.78	2210		6.22		7.00	0.208	0.20		砂連発生初期
1	$\mu = 0.995 \times 10^{-2}$		2.13	1360		4.09		5.90	0.16	0.10		
2	$J_0 = 3.33 \times 10^{-3}$		2.55	1600		4.90		6.60		0.15		
3	$B = 23.0$ cm $d_{50} = 0.33$ mm		1.75	1180		2.50			0.075	0.15		
1	$\mu = 1.04 \times 10^{-2}$		2.91	2070		2.15		6.21	0.08	0.50		
2	$J_0 = 1.0 \times 10^{-3}$		3.31	2370		2.13		6.78	0.103	0.30		
3	$B = 23.0$ cm $d_{50} = 0.33$ mm		3.22	2310		3.31		7.39	0.065	0.30		
1	$\mu = 1.06 \times 10^{-2}$		2.50	1620		1.71		5.72	0.068	0.20		
2	$J_0 = 1.66 \times 10^{-3}$		3.33	2720		4.17		6.07	0.169	0.30		
3	$B = 23.0$ cm		3.30	2280		1.91		5.80	0.057	0.15		
4	$d_{50} = 0.33$ mm		3.99	3200		2.90		9.70	0.108	0.30		
1	$\mu = 1.07 \times 10^{-2}$											
2	$J_0 = 3.33 \times 10^{-3}$		2.22	1475		3.23		5.75	0.085	0.30		
3	$B = 23.0$ cm $d_{50} = 0.33$ mm		2.88	2130		5.60		6.65	0.081	0.40		
1	$\mu = 1.06 \times 10^{-2}$		3.00	2410		1.90		5.85	0.16	0.40		
2	$J_0 = 1.25 \times 10^{-3}$		3.23	2240		2.85		6.94	0.063	0.15		
3	$B = 23.0$ cm		3.96	3300		2.64		7.28	0.170	0.60		
4	$d_{50} = 0.33$ mm		2.81	1950		1.22		10.0	0.044	0.20		
1	$\mu = 1.07 \times 10^{-2}$											
2	$J_0 = 1.0 \times 10^{-3}$		3.22	2370		1.34		6.38	0.103	0.30		
3	$B = 23.0$ cm $d_{50} = 0.33$ mm		3.19	2410		1.40		5.16	0.110	0.40		
			3.05	2150		1.26		5.34	0.056	0.10		

その二 (平衡状態)

注. (その一及びその二の実験番号は対応)

実験番号	初期砂面勾配 J_0 , 動 粗性係数 ρ , 水路中 B	水		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流量 $Q \times 10^3$ cfm/s	波長 λ s	波速 W_s cm/s	波高 ΔH cm	透水開始後 の時間 ts sec	河床形状
		h_1 (頂部) cm	h_2 (谷部) cm									
(1)	$\rho = 0.995 \times 10^{-2}$	—	—	2210	—	—	—	—	—	—	—	平衡状態
	$J_0 = 3.70 \times 10^{-3}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	$B = 23.0$ cm	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	$d_{50} = 0.33$ mm	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
1	$\rho = 0.995 \times 10^{-2}$	—	—	1360	—	—	—	—	—	—	—	"
	$J_0 = 3.33 \times 10^{-3}$	—	—	1600	—	—	—	—	—	—	—	
	$B = 23.0$ cm	—	—	1180	—	—	—	—	—	—	—	
	$d_{50} = 0.33$ mm	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
2	$\rho = 1.04 \times 10^{-2}$	3.79	—	2070	3.26	—	—	11.1	—	1.77	—	"
	$J_0 = 1.0 \times 10^{-3}$	3.83	—	2370	3.40	—	—	13.3	—	1.24	—	
	$B = 23.0$ cm	3.73	—	2310	3.16	—	—	11.1	—	0.56	—	
	$d_{50} = 0.33$ mm	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
3	$\rho = 1.06 \times 10^{-2}$	4.04	—	2720	4.02	—	—	13.3	0.042	0.91	—	"
	$J_0 = 1.66 \times 10^{-3}$	3.93	—	2280	2.07	—	—	14.3	0.058	0.60	—	
	$B = 23.0$ cm	4.35	—	3200	2.86	—	—	"	0.042	0.55	—	
	$d_{50} = 0.33$ mm	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
4	$\rho = 1.07 \times 10^{-2}$	3.44	—	2560	3.69	—	—	14.3	0.033	1.13	—	"
	$J_0 = 3.33 \times 10^{-3}$	3.36	—	2510	4.17	—	—	"	0.067	1.74	—	
	$B = 23.0$ cm	3.50	—	2130	3.86	—	—	12.5	0.033	1.45	—	
	$d_{50} = 0.33$ mm	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
5	$\rho = 1.06 \times 10^{-2}$	3.98	—	2410	2.89	—	—	11.1	0.0334	0.65	—	"
	$J_0 = 1.25 \times 10^{-3}$	3.87	—	2240	2.55	—	—	10.5	0.017	0.79	—	
	$B = 23.0$ cm	4.30	—	5300	4.43	—	—	16.7	0.092	0.75	—	
	$d_{50} = 0.33$ mm	3.41	—	1950	2.22	—	—	15.4	0.072	0.55	—	
6	$\rho = 1.07 \times 10^{-2}$	3.96	—	2410	2.53	—	—	16.7	0.017	0.73	—	"
	$J_0 = 1.0 \times 10^{-3}$	3.73	—	2150	2.98	—	—	15.4	0.025	1.42	—	
	$B = 23.0$ cm	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	$d_{50} = 0.33$ mm	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	

付表-(1.2.8) 開水路実験-AⅢの実験範囲

実験砂	Reynold数 Re	Froude数 Fr	$\frac{U_{gr} d_{50}}{\nu}$	水面勾配 S	$-\frac{U_{gr}^2}{gd(0.9-1)}$
Ⅲ $d_{50}=0.38\text{ mm}$	630 ~ 4000	0.27 ~ 0.93	3.22 ~ 16.00	$2.36 \times 10^{-3} \sim 10.6 \times 10^{-3}$	$2.26 \times 10^{-2} \sim 38.8 \times 10^{-2}$
Ⅵ $d_{50}=0.77\text{ mm}$	1520 ~ 21750	0.44 ~ 0.82	5.49 ~ 19.70	$0.85 \times 10^{-3} \sim 2.11 \times 10^{-3}$	$1.25 \times 10^{-2} \sim 10.40 \times 10^{-2}$

付表-(1.2.7) 開水路実験-AⅢの実験結果 (その一)

実験砂Ⅲ, $d_{50} = 0.38 \text{ mm}$

実験番号	初期砂面勾配 J_0			水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	波長 λ cm	伝播速度 c cm/s	波高 ΔH cm	通水開始後の時間 t s	河床形状
	水温 T °C	水路中 B	J_0	h_1 (傾部) cm	h_2 (谷部) cm								
1	$J_0 = 1.70 \times 10^{-3}$					2120	1.70	2.54					⊖
2	$T = 11^\circ \text{C}$					2570	"	3.50					⊖
3	$B = 51.4 \text{ cm}$					2618	"	10.6					⊖
1	$J_0 = 1.83 \times 10^{-3}$												⊖
	$T = 9.4^\circ \text{C}$					318	1.83	2.61					⊖
	$B = 51.4 \text{ cm}$												⊖
1	$J_0 = 2.43 \times 10^{-3}$					603	2.43	2.85					⊖
2	$T = 10.5^\circ \text{C}$					792	"	2.98					⊖
3	$B = 51.4 \text{ cm}$					1700	"	2.48					⊖
4						2825	"	2.85					⊖
1	$J_0 = 2.36 \times 10^{-3}$					843	2.36	2.63					⊖
	$T = 10.5^\circ \text{C}$												⊖
	$B = 51.4 \text{ cm}$												⊖
1	$J_0 = 2.53 \times 10^{-3}$					706	2.53	2.73					⊖
2	$T = 11^\circ \text{C}$					1125	"	"					⊖
3	$B = 51.4 \text{ cm}$				5.4	5186	7.50	4.42	81.7				⊖
1	$J_0 = 2.11 \times 10^{-3}$			3.4		660	2.11	2.53					⊖
2	$T = 13.5^\circ \text{C}$					826	"	2.61					⊖
3	$B = 51.4 \text{ cm}$			3.9	6.9	1278	2.47	4.89	562.0				⊖
	$J_0 = 2.48 \times 10^{-3}$												⊖
1	$T = 13.5^\circ \text{C}$					752	2.48	2.48					⊖
2	$B = 51.4 \text{ cm}$			2.8	5.6	4520	3.45	4.59					⊖
1	$J_0 = 2.48 \times 10^{-3}$					4478	4.56	5.26	86.7				⊖
	$T = 9^\circ \text{C}$			2.7	4.6								⊖
	$B = 51.4 \text{ cm}$												⊖
1	$J_0 = 2.48 \times 10^{-3}$					6770	3.20	4.72	476.5				⊖
	$T = 9^\circ \text{C}$			3.9	5.9								⊖
	$B = 51.4 \text{ cm}$												⊖
1	$J_0 = 0.546 \times 10^{-3}$					464	0.546	0.442					⊖
	$T = 9^\circ \text{C}$					1.07							⊖

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 $T^\circ\text{C}$, 水深 B	水 深			流量 $Q \text{ cc/s}$	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流量 $Q \times 10^3 \text{ g/s}$	波 長 $\lambda \text{ cm}$	位相速度 $U \text{ cm/s}$	波 高 $\Delta H \text{ cm}$	通水開始後 の時間 $t \text{ s}$	河床形状
		h_1 (頂部) cm	h_2 (谷部) cm	h (平均) cm									
2	$B = 51.4 \text{ cm}$	5.7	7.5	6.60	9892	2.87	2.36	2770					⊕
(1)	$J_0 = 0.546 \times 10^{-3}$ $T = 12^\circ\text{C}$ $B = 51.4 \text{ cm}$	5.0	7.1	6.05	8786	4.44	3.48	115.9					⊕

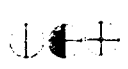
付表-(1.2.10) 開水路実験-AⅢの実験結果(その二)

実験砂 VI, $d_{50} = 0.77 \text{ mm}$

実験番号	初期砂面勾配 J_0 , 物 性係数, 水路巾 B	水 深		流 量 $Q \text{ c/s}$	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	耗砂量 g sec^{-1}	波 長 $\lambda \text{ cm}$	伝播速度 $W_s \text{ cm/s}$	波 高 $\Delta H \text{ cm}$	通水開始 の時間 $t_s \text{ sec}$	河床形状
		$h_1 \text{ cm}$ (側部)	$h_2 \text{ cm}$ (谷部)									
(2)	$J_0 = 1/1000$ $\rho = 140 \times 10^{-2}$ $B = 51.4 \text{ cm}$		2.20	3000	1.0	1.53						○ ○ ○ ○ ○
(3)			2.48	3500	"	1.38						○ ○ ○ ○ ○
(4)			2.83	4300	"	1.42						○ ○ ○ ○ ○
(5)			3.80	6500	"	1.40	129					○ ○ ○ ○ ○
(6)			3.89	7100	"	1.29	200					○ ○ ○ ○ ○
(7)		3.95	4.67	8400	"	1.62	281					○ ○ ○ ○ ○
(8)		4.73	5.15	12300	"	2.09	591					○ ○ ○ ○ ○
(1)	$J_0 = 1/1000$ $\rho = 1408 \times 10^{-2}$ $B = 51.4 \text{ cm}$		1.53	1600	1.0	1.33						○ ○ ○ ○ ○
(2)			1.56	"	"	1.24						○ ○ ○ ○ ○
(3)			1.97	2300	"	1.07						○ ○ ○ ○ ○
(4)			2.35	3000	"	1.09						○ ○ ○ ○ ○
(5)			2.51	3500	"	0.93						○ ○ ○ ○ ○
(6)			2.79	4200	"	1.18						○ ○ ○ ○ ○
(7)			3.02	4700	"	1.13	24					○ ○ ○ ○ ○
(8)			3.94	6900	"	"	128					○ ○ ○ ○ ○
(9)			4.05	7400	"	1.47	113					○ ○ ○ ○ ○
(10)			4.37	8100	"	1.04	237		0.091			○ ○ ○ ○ ○
(11)		4.65	5.06	10800	"	1.56	185		0.134	0.5		○ ○ ○ ○ ○
(12)					"					0.4		○ ○ ○ ○ ○
(13)		5.79	6.56	15600	"	1.29	474	30	0.187	0.8		○ ○ ○ ○ ○
(14)		6.94	7.76	18800	"	1.31	524	35				○ ○ ○ ○ ○
(1)	$J_0 = 1/1000$ $\rho = 139 \times 10^{-2}$ $B = 51.4 \text{ cm}$		2.10	2700	1.0	1.27						○ ○ ○ ○ ○
(2)			2.50	3300	"	1.60						○ ○ ○ ○ ○
(3)			2.79	4100	"	1.44						○ ○ ○ ○ ○
(4)			3.96	6700	"	1.60	179					○ ○ ○ ○ ○
(5)			3.80	6500	"	1.22	90					○ ○ ○ ○ ○
(6)			3.63	6200	"	1.07	52					○ ○ ○ ○ ○
(1)	$J_0 = 1/1000$ $\rho = 1459 \times 10^{-2}$		2.00	2200	1.0	1.55						○ ○ ○ ○ ○
(2)			2.32	2900	"	1.07						○ ○ ○ ○ ○
(3)			2.59	3600	"	1.02						○ ○ ○ ○ ○

実験番号	初期砂面勾配 J_0 動 粘性係数 ν 水路中 B	水		梁 h mean cm	流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $g \times 10^3$	波長 λ cm	伝播速度 U cm/s	波高 ΔH cm	通水開始 の時間 ts sec	河床形状
		h_1 (頂部) cm	h_2 (谷部) cm										
4	$B = 51.4$ cm			2.75	4000	1.0	1.15						
5				3.60	5900	"	1.47	104					
6				3.49	5800	"	1.33	39.2					
7				4.07	7000	"	1.22	72.4					
8		5.57	5.76	5.67	8000	"	1.35	203		0.170	0.4		
9		6.33	6.83	6.58	16700	"	1.27	319	30	0.156	"		
10		6.50	7.27	6.89	17500	"	1.69	338	"	0.222	0.8		
1	$J_0 = 1/700$ $\nu = 1.496 \times 10^{-2}$ $B = 51.4$ cm			3.54	5800	1.43	1.47						
2				3.16	4800	"	1.40						
3				2.64	3700	"	1.33						
4				1.45	1200	"	0.80						
5				3.59	5800	"	1.42						
1				1.87	1900	1.43	1.09						
3	$J_0 = 1/700$			2.43	3200	"	"						
4	$\nu = 1.496 \times 10^{-2}$			2.98	4300	"	1.18						
5	$B = 51.4$ cm			3.46	5700	"	1.22						
6				4.32	7400	"	1.40	106					
7				4.51	8000	"	1.24	122.5					
8				4.76	10300	"	1.40		60	0.083	0.3		
9		4.85	5.29	5.07	12200	"	"	335	"	0.081	"		
10		5.53	5.95	5.74	14300	"	1.33	499	40	0.118	0.5		
11		6.32	6.99	6.65	17000	"	1.78	378	25	0.168	0.8		
12		6.59	7.48	7.04	19100	"	"	539	20	0.197	0.6		
1				2.23	2800	1.43	0.98						
2	$J_0 = 1/700$			2.43	3100	"	1.09						
3	$\nu = 1.482 \times 10^{-2}$			2.37	2600	"	1.04						
4	$B = 51.4$ cm			2.59	3500	"	1.11						
5				2.83	3900	"	0.85						
6				3.26	5000	"	1.13						
7				4.05	5600	"	1.00	70.5					
1				3.21	4700	1.43	1.07						
2	$J_0 = 1/700$			1.31	1100	"	1.02						
4	$\nu = 1.464 \times 10^{-2}$			3.44	5300	"	0.85						
5	$B = 51.4$ cm			3.69	5800	"	0.89						

実験番号	初期砂面勾配 J_0 の動 粘性係数 ν の路中 B	水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $g \times 10^3$ sec	波長 λ cm	伝播速度 U_s cm/s	波高 ΔH cm	通水開始後 の時間 ts sec	河床形状
		cm h_1 (頂部)	cm h_2 (底部)									
6	$J_0 = 1/700$ $\nu = 1.464 \times 10^{-2}$ $B = 51.4$ cm			6200	1.43	0.96						⊖
7				6700	"	0.93						⊖
8				7100	"	0.89						⊖
9				7600		1.22	60.0					⊖
10				9900		1.15	71.2					⊖
11				10700		1.27	103.9			0.2		⊖
12												⊖
13		6.34	7.01	15500	"	1.00	281	50	0.158	0.7		⊖
14		5.19	6.49	"	"	2.00	662	35	0.319	0.8		⊖
1				4000		1.82	30.5					⊖
1				2600	2.0	1.36						⊖
2				2400	"	1.38						⊖
3				3100	"	1.64						⊖
4				3600	"	1.55						⊖
5				4600	"	1.47	53.4					⊖
6	$J_0 = 1/500$ $\nu = 1.428 \times 10^{-2}$ $B = 51.4$ cm			5700	"	1.71	131					⊖
7				9700	"	2.13	187	60		0.3		⊖
8				11400	"	1.98	422	30	0.282	0.5		⊖
9		4.77	5.48	13300	"	1.85	613	35	0.199	0.7		⊖
10		5.12	6.03	15100	"	1.98	575	40	0.218	1.0		⊖
1				1800	2.0	2.09						⊖
2				2100	"	1.95						⊖
3				2500	"	2.11						⊖
4				3700	"	"						⊖
5				4700	"	1.93	59.4					⊖
6				4200	"	1.47	44.7					⊖
7				7000	"	1.40	178			0.2		⊖
9		4.72	5.48	12200	"	1.89	446	35	0.276	0.5		⊖
10		5.27	6.05	14400	"	1.87	807	15	0.310	0.7		⊖
1	$J_0 = 1/500$ $\nu = 1.408 \times 10^{-2}$ $B = 51.4$ cm			1800	2.0	1.78						⊖
2				2300	"	1.98						⊖
3				2900	"	"						⊖
4				3700	"	1.67						⊖
5				4700	"	1.78	56					⊖

实验番号	初期砂面勾配, J_0 , 動 粘性係数, ν , 水路中B	水 深		流量 Q cc/s	河床勾配, $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 80×10^4 cm/s	波 長 入 S cm	伝播速度 W_s cm/s	波 高 ΔH cm	通水開始後 の時間 t s. sec	河床形状
		h_1 (初期) h_2 (後期) h (平均) cm	cm									
6			3.11	5400	2.0	1.65	84.6		0.121	0.4		
7	$J_0 = 1/500$	3.73	4.08	7100	"	1.69	252	50	0.161	0.5		
8	$\nu = 1.408 \times 10^{-2}$	3.87	4.59	8300	"	1.71	343	30	0.298	0.8		
9	$B = 51.4$ cm	4.25	5.16	12200	"	2.11	421	40	0.269	0.9		
10		4.89	6.18	15700	"	1.80	433	25	0.268	1.1		
11		6.05	7.41	18900	"	2.11	664					

付表--(1.2.11) 開水路実験-BIの実験範囲

実験砂	Reynold数 Re	Froude数 Fr	$\frac{U_*^* d_{50}}{\nu}$	初期砂面勾配 J_0	$\frac{U_*^{*2}}{gd(0.5-1)}$
I $d_{50}=0.15mm$	313~10920	0.26~0.68	1.07~7.12	$1.25 \times 10^{-3} \sim 2.47 \times 10^{-3}$	$4.1 \times 10^{-2} \sim 98.5 \times 10^{-2}$

付表-(1.2.12) 開水路実験-BIの実験結果

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 T 、水路中 B	水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流量 $80 \times 10^6 \text{ cm}^3/\text{s}$	波長 λ cm	伝播速度 w_s cm/s	波高 ΔH cm	通水開始後の時間 t_s sec	河床形状	流れの状態							
		h_1 (堰部) cm	h_2 (谷部) cm																	
1	$J_0 = 2.0 \times 10^{-3}$ $T = 11.0^\circ\text{C}$ $B = 20.0 \text{ cm}$	4.35	6.59	2630	6.5	4.86	1748	15.4		2.24		⊕	定常							
1	$J_0 = 2.00 \times 10^{-3}$ $T = 13.0^\circ\text{C}$ $B = 20.0 \text{ cm}$	—	—	77	2.05 3.25	2.2 2.0 5.0 4.75	— — 13.16 102.2	15.4 12.3		1.50 1.10		○	定常							
2		—	—	190								"	—	"	"					
3		—	—	730								"	—	—	⊖	"				
4		—	—	1195								2.0	—	—	⊕	"				
5		3.90	5.40	2010								5.0	—	—	⊕	"				
6		4.88	5.98	2850	3.25	—	—	⊕	"											
1	同 上	—	—	235	5.50	1.35 5.08	7.63 42.20	15.4	0.00823	1.57		⊖	定常							
2		2.58	4.15	1600								5.08	—	—	⊕	"				
1	$J_0 = 2.00 \times 10^{-3}$ $T = 7.0^\circ\text{C}$ $B = 20.0 \text{ cm}$	2.06	3.32	1100	3.30	5.26	57.1	13.3	0.00606	1.26		⊕	定常							
1	$J_0 = 2.0 \times 10^{-3}$ $T = 8.5^\circ\text{C}$ $B = 20.0 \text{ cm}$	—	—	195	—	1.50 2.15	0.98 4.40					⊖	定常							
2		—	—	320								—	—	—	—	—	—	—	⊖	非定常
1		—	—	692								—	3.34	39.2	—	—	—	300	⊕	"
2		—	—	"								—	3.68	51.8	—	—	—	900	"	"
3		—	—	"								—	3.45	77.9	—	—	—	1500	"	"
4		—	—	"								—	3.68	105.7	—	—	—	2280	"	"
5	$J_0 = 2.47 \times 10^{-3}$ $T = 8.5^\circ\text{C}$ $B = 20.0 \text{ cm}$	—	—	"	—	3.11	58.4		0.00674		3120 4500	"	"							
6		1.93	3.15	"	4.00	19.4	"					"								
1		—	—	378	2.53	6.18	⊖					非定常								
2		—	—	"	2.98	4.87							300	"						
3	—	—	"	2.82	2.95	720		"												
4	$J_0 = 2.0 \times 10^{-3}$ $T = 11.5^\circ\text{C}$ $B = 20.0 \text{ cm}$	—	—	"	2.85	2.70	1260	"	"	"	1920	"	"							
5		—	—	"	2.87	2.37	2580	"	"	"	3420	"	"							
6		—	—	"	2.86	1.97	4500	"	"	"	5100	"	"							
7		—	—	"	2.91	1.72	6000	"	"	"	"	"	"							
8		—	—	"	2.90	1.74	"	"	"	"	"	"	"							
9		—	—	"	2.85	1.00	"	"	"	"	"	"	"							
1		—	—	"	2.85	1.00	"	"	"	"	"	"	"							

实验序号	初期砂面勾配 J_0 水温 $T^\circ\text{C}$, 水路中B	水深		流量 $Q \text{ cc/s}$	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流量 $8B \times 10^6 \text{ cm}^3/\text{s}$	波长 $\lambda \text{ cm}$	传播速度 $w_s \text{ cm/s}$	波高 $\Delta H \text{ cm}$	通水开始时间 $t_s \text{ sec}$	河床形状	流况状态
		$h_1 \text{ (上部)}$ $h_2 \text{ (下部)}$	$h \text{ (平均)}$										
10			1.46	378		2.62	46.8		—	0.875	6300	⊕	非定常
11			1.49	"		2.58	63.7		—	0.830	7200	"	"
12			1.51	"		—	29.1		—	1.03	8100	"	"
13		1.07	1.55	"	3.05	2.78			0.00425	0.96	9360	"	"
1	$J_0 = 2.0 \times 10^{-3}$ $T = 11.5^\circ\text{C}$ $B = 20.0 \text{ cm}$		1.54	695		2.04	58.0				240	⊖	非定常
2			1.56	"		2.07	131.5				360	"	"
3			"	"		1.75	78.6				780	"	"
4			"	"		1.52	28.4				1200	"	"
5			1.57	"		1.65	38.4				1920	⊕	"
6			1.63	"		2.14	9.47				2700	"	"
7			1.69	"		2.87	2.12				3600	"	"
8			1.72	"		2.94	1.06				4200	"	"
9			1.74	"		3.01	1.57				5400	"	"
10			1.78	"		3.06	11.90				6480	"	"
11			2.18	"		3.26	15.80	10.0	—	0.63	7500	⊕	"
12			2.72	"		3.31	44.10	10.5	—	1.07	8880	"	"
13			2.38	"		3.56	48.70	11.8	—	1.60	10380	"	"
14		1.91	2.53	"	3.00	3.59	19.0	12.5	0.0060	1.23	11400	"	"
1	$J_0 = 2.0 \times 10^{-3}$ $T = 12^\circ\text{C}$ $B = 20.0 \text{ cm}$		2.65	1570		2.35	242.0				180	⊕	非定常
2			2.84	"		2.42	165.3				360	"	"
3			2.96	"		1.91	354.0				600	"	"
4			2.97	"		2.30	159.0				900	"	"
5			2.90	"		2.88	137.2				1260	"	"
6			2.93	"		3.22	40.0				1800	⊕	"
7			2.96	"		3.73	12.61	11.1	—	0.97	2280	"	"
8			3.33	"		3.59	107.8	11.8	—	0.93	2700	"	"
9			3.38	"		4.07	86.7	14.3	—	1.07	3300	"	"
10			3.30	"		3.75	90.1	"	—	1.73	4500	"	"
11		2.84	3.81	"	0.00	3.82	76.0	12.5	0.00766	1.94	4800	"	"
1	$J_0 = 2.0 \times 10^{-3}$ $T = 12.4^\circ\text{C}$ $B = 20.0 \text{ cm}$		2.62	1250		2.37	289.0				120	⊕	非定常
2			2.76	"		3.34	62.6				360	"	"
3			2.78	"		2.35	178.0				660	"	"
4			2.82	"		2.02	72.4				1200	"	"
5			2.78	"		2.37	80.5				1800	"	"

実験番号	初期砂面勾配 J_0 水温 T °C 水路中B	水深		流量 Q cc/s	河床勾配 $J \times 10^3$	水面勾配 $S \times 10^3$	流砂量 $g \times 10^{-3}$	波長 λ sec	伝播速度 $W_{scm/s}$	波高 ΔH cm	通水開始後 の時間 t s sec	河床形状	流水の状態
6			h_1 (底部) h_2 (水面)	2.85	1250	2.76	41.2				2700		非常
7				2.87	"	3.06	96.6				3120		"
8				2.83	"	3.38	120.0				3600		"
9				2.76	"	3.84	75.1				4620		"
10				2.68	"	4.00	52.6	10.0	—	1.03	5100		"
11				2.84	"	3.91	72.5	11.1	—	1.40	5700		"
12				2.72	"	4.14	85.4	12.5	—	1.6	6900		"
13			2.46 3.91	3.19	"	2.75	96.1	13.3	0.0182	1.45	7620		"
1	$J_0 = 1.25 \times 10^{-3}$			0.48	88	1.25	1.20						定常
2	$T = 12^\circ C$			0.82	258	"	1.30						"
3	$B = 20.0$ cm			1.13	418	"	1.15						"
4				1.32	540	"	1.25						"
5				2.62	1410	"	1.45						"
1	$J_0 = 2.30 \times 10^{-3}$			1.34	503	2.30	2.75						定常
2	$T = 12.5^\circ C$			1.61	668	"	1.80						"
3	$B = 20.0$ cm			1.93	875	"	"						"
1	$J_0 = 2.28 \times 10^{-3}$			0.48	65	2.28	1.60						定常
2	$T = 13^\circ C$			0.57	104	"	"						"
3	$B = 20.0$ cm			0.74	170	"	1.50						"
4				0.88	243	"	1.80						"
5				1.03	320	"	1.85						"
6				1.26	496	"	2.0						"
7				2.14	590	"	3.50						"

付表-(1.2.13) 開水路実験-BⅡの実験範囲

実験の種類	Reynold数 Re	Froude数 Fr	$\frac{U_R^* d_{50}}{\nu}$	初期砂面勾配 J_0	$\frac{U_R^2}{g d (0.5-1)}$
実験 a (給砂せず)	16.3 ~ 10540	0.13 ~ 2.05	1.66 ~ 14.62	1/500 ~ 1/50	$0.64 \times 10^{-2} \sim 44.6 \times 10^{-2}$
実験 b (給砂す)	763.5 ~ 14080	0.56 ~ 1.89	4.52 ~ 13.3	1/500 ~ 1/50	$6.8 \times 10^{-2} \sim 52.4 \times 10^{-2}$

付表-(1.2.14) 開水路実験-BIIの実験結果

実験の種類 河床勾配 J_0	実験番号	水深 h cm	流量 Q cc/s	動粘性係数 ν $\text{cm}^2/\text{s} \times 100$	実験の種類 河床勾配 J_0	実験番号	水深 h cm	流量 Q cc/s	動粘性係数 ν $\text{cm}^2/\text{s} \times 100$	実験の種類 河床勾配 J_0	実験番号	水深 h cm	流量 Q cc/s	動粘性係数 ν $\text{cm}^2/\text{s} \times 100$
実験-A $J_0 = 1/50$	(1)	0.120	19.8	1.455	実験-A $J_0 = 1/300$	(18)	0.720	555	1.264	実験-A $J_0 = 1/300$	(1)	0.140	5.1	1.346
	(2)	0.140	28	1.446		(19)	0.729	567	1.271		(2)	0.146	7.2	1.335
	(3)	0.150	36	1.442		(20)	0.823	677	1.386		(3)	0.153	7.7	1.335
	(4)	0.153	36	1.428		(21)	0.843	730	1.386		(4)	0.173	10.7	1.327
	(5)	0.186	73	1.424		(22)	0.903	800	1.289		(5)	0.193	13	1.327
	(6)	0.220	102	1.424		(23)	0.993	975	1.386		(6)	0.202	14.5	1.346
	(7)	0.253	162	1.416		(24)	1.226	1447	1.335		(7)	0.223	17.5	1.351
	(8)	0.293	220	1.412		(25)	1.233	1455	1.335		(8)	0.227	21.5	1.331
	(9)	0.316	250	1.408		(26)	1.820	2720	1.319		(9)	0.245	25	1.351
	(10)	0.360	280	1.408		(27)	2.080	3240	1.331		(10)	0.244	29	1.351
	(11)	0.383	280	1.403		(28)	2.173	3510	1.323		(11)	0.253	32	1.331
	(12)	0.396	295	1.403		(29)	2.283	3830	1.319		(12)	0.255	34	1.335
	(13)	0.426	332	1.405							(13)	0.259	36	1.351
	(14)	0.466	374	1.406							(14)	0.220	47	1.355
	(15)	0.513	412	1.399							(15)	0.326	67	1.346
	(16)	0.530	451	1.399							(16)	0.363	78	1.346
実験-A $J_0 = 1/100$	(17)	0.556	492	1.399	実験-A $J_0 = 1/100$	(17)	0.406	100	1.327	実験-A $J_0 = 1/100$	(17)	0.406	120	1.346
	(18)	0.593	560	1.395		(18)	0.426	120	1.346		(18)	0.426	120	1.346
	(19)	0.636	614	1.395		(19)	0.476	160	1.327		(19)	0.476	160	1.327
	(20)	0.683	668	1.395		(20)	0.503	197	1.323		(20)	0.503	197	1.323
	(21)	0.723	712	1.395										
	(22)	0.750	759	1.397										
	(23)	0.770	800	1.391										
	(24)	0.820	845	1.386										
	(25)	0.856	1003	1.386										
	(26)	0.880	1010	1.386										
	(27)	0.920	1185	1.386										
	(28)	0.963	1260	1.386										
	(29)	0.970	1318	1.386										
	(30)	1.020	1369	1.386										
	(31)	1.010	1377	1.386										
	(32)	1.042	1445	1.386										

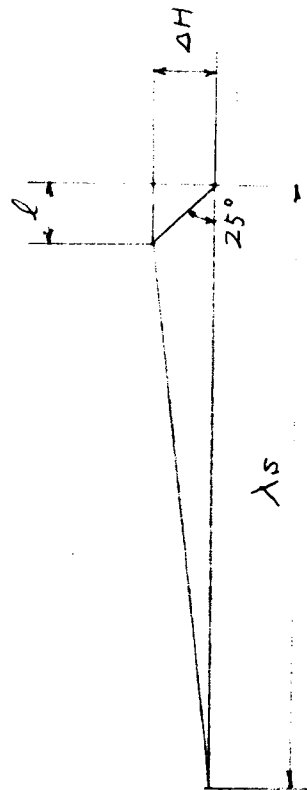
実験の種類 河床勾配 J_0	実験番号	水深 h cm	流量 Q cfs	動粘性係数 ν cm ² /s $\nu \times 100$	実験の種類 河床勾配 J_0	実験番号	水深 h cm	流量 Q cfs	動粘性係数 ν cm ² /s $\nu \times 100$	実験の種類 河床勾配 J_0	実験番号	水深 h cm	流量 Q cfs	動粘性係数 ν cm ² /s $\nu \times 100$
	(21)	0.506	204	1.342		55	2.331	1730	1.339		24	1.774	820	1.354
	(22)	0.636	260	1.323		56	2.406	1850	1.300		25	1.805	838	1.351
	(23)	0.650	275	1.339		57	2.470	1845	1.339		26	1.940	1045	1.331
	(24)	0.723	292	1.319		58	2.551	1990	1.334		27	2.075	1175	1.351
	(25)	0.763	328	1.323		59	2.608	2075	1.339		28	2.170	1324	1.355
	(26)	0.766	320	1.315		60	2.710	2210	1.335		29	2.311	1372	1.355
	(27)	0.803	340	1.323		61	2.775	2315	1.339		30	2.346	1528	1.355
	(28)	0.846	352	1.315		62	2.860	2415	1.335		31	2.511	1755	1.367
	(29)	0.863	385	1.315		63	3.028	2650	1.327		32	2.553	1900	1.371
	(30)	0.866	392	1.335		64	3.231	2925	1.331		33	2.765	2037	1.367
	(31)	0.883	400	1.323		65	3.670	3190	1.331		34	2.83	2125	1.371
	(32)	0.926	412	1.315	実験-a $J_0=1/500$	1	0.163	6.0	1.341		35	2.918	2235	1.371
	(33)	0.953	417	1.319		2	0.210	11.2	1.386		36	3.058	2410	1.371
	(34)	0.993	453	1.323		3	0.273	18.8	1.386		37	3.133	2430	1.371
	(35)	1.014	412	1.315		4	0.293	25.3	1.386		38	3.313	2790	1.371
	(36)	1.041	417	1.314		5	0.343	39.7	1.386					
	(37)	1.098	453	1.323		6	0.426	63.1	1.383					
	(38)	1.105	470	1.331		7	0.436	70.0	1.379					
	(39)	1.150	495	1.315		8	0.513	92.1	1.375					
	(40)	1.186	517	1.315		9	0.593	164.0	1.375					
	(41)	1.195	532	1.327		10	0.663	220	1.371					
	(42)	1.245	566	1.308		11	0.793	260	1.367					
	(43)	1.300	603	1.308		12	0.799	268	1.363					
	(44)	1.420	691	1.315		13	0.940	340	1.367					
	(45)	1.473	723	1.308		14	1.036	352	1.363					
	(46)	1.511	728	1.311		15	1.070	357	1.363					
	(47)	1.595	836	1.308		16	1.173	417	1.359					
	(48)	1.638	830	1.315		17	1.185	412	1.359					
	(49)	1.751	1075	1.308		18	1.220	457	1.363					
	(50)	1.830	1155	1.308		19	1.342	538	1.359					
	(51)	1.870	1210	1.308		20	1.371	560	1.359					
	(52)	1.936	1275	1.300		21	1.460	620	1.363					
	(53)	2.100	1445	1.300		22	1.543	674	1.363					
	(54)	2.300	1710	1.300		23	1.673	752	1.363					

実験の種類 河床勾配 J_0	実験番号	水深 h cm	流量 Q cc/s	動粘性係数 ν cm^2/s $\times 100$	給砂量 g cm^2/s $\times 10^2$	実験の種類 河床勾配 J_0	実験番号	水深 h cm	流量 Q cc/s	動粘性係数 ν cm^2/s $\times 100$	給砂量 g cm^2/s $\times 10^2$
実験 - b $J_0 = 1/50$	(1)	0.320	215	1.391	0.0163 $\times 10^2$		(35)	0.743	711	1.274	13.3 $\times 10^2$
	(2)	0.450	358	1.386	0.0326 "		(36)	0.770	716	1.274	14.9 "
	(3)	0.406	297	1.386	—		(37)	0.870	874	1.271	27.4 "
	(4)	0.443	348	1.386	—		(38)	1.233	1615	1.271	57.9 "
	(5)	0.426	330	1.386	—		(39)	0.943	1030	1.274	30.0 "
	(6)	0.410	310	1.386	—		(40)	1.343	1850	1.271	84.8 "
	(7)	0.343	250	1.386	0.123 "		(1)	0.613	420	1.416	0.241 "
	(8)	0.360	292	1.383	0.428 "		(2)	0.663	486	1.424	0.141 "
	(9)	0.620	585	1.371	—		(3)	0.676	496	1.403	0.311 "
	(10)	0.383	285	1.379	—		(4)	0.686	502	1.420	0.241 "
実験 - b $J_0 = 1/100$	(11)	0.373	263	1.375	0.236 "	実験 - b $J_0 = 1/100$	(5)	0.693	515	1.403	0.169 "
	(12)	0.473	346	1.375	0.649 "		(6)	0.743	572	1.412	0.099 "
	(13)	0.536	428	1.363	0.921 "		(7)	0.750	578	1.428	0.241 "
	(14)	0.386	274	1.367	0.921 "		(8)	0.753	579	1.433	0.141 "
	(15)	0.393	280	1.351	0.913 "		(9)	0.816	706	1.408	0.311 "
	(16)	0.513	392	1.346	—		(10)	0.830	712	1.428	0.241 "
	(17)	0.443	322	1.323	1.61 "		(11)	0.836	725	1.428	—
	(18)	0.546	440	1.315	—		(12)	0.890	772	1.408	0.311 "
	(19)	0.476	352	1.319	2.22 "		(13)	0.893	786	1.403	0.633 "
	(20)	0.473	358	1.315	2.46 "		(14)	0.903	785	1.408	0.530 "
	(21)	0.496	380	1.319	2.09 "		(15)	0.913	796	1.386	1.88 "
	(22)	0.520	405	1.319	3.26 "		(16)	0.930	810	1.408	0.530 "
	(23)	0.560	434	1.278	4.02 "		(17)	0.946	888	1.428	0.632 "
	(24)	0.473	348	1.274	4.12 "		(18)	0.951	840	1.391	0.445 "
	(25)	0.533	430	1.278	4.10 "		(19)	0.966	900	1.408	0.311 "
	(26)	0.563	456	1.271	4.73 "		(20)	1.003	940	1.395	1.21 "
	(27)	0.600	496	1.270	5.92 "		(21)	1.073	1080	1.433	0.633 "
	(28)	0.620	523	1.271	6.06 "		(22)	1.223	1295	1.383	3.11 "
	(29)	0.623	554	1.271	6.51 "		(23)	1.263	1390	1.386	3.22 "
	(30)	0.640	560	1.289	7.39 "		(24)	1.283	1425	1.327	5.62 "
	(31)	0.636	549	1.289	8.39 "		(25)	1.293	1490	1.403	4.85 "
	(32)	0.670	589	1.267	8.85 "		(26)	1.293	1483	1.386	3.11 "
	(33)	0.626	612	1.264	9.92 "		(27)	1.296	1383	1.412	4.68 "
	(34)	0.706	632	1.278	11.3 "		(28)	1.323	1525	1.412	3.17 "

実験の種類 河床勾配 J_0	実験番号	水深 h cm	流量 Q cc/s	動粘性係数 ν $\frac{cm^2}{s} \times 100$	給砂量 $g/cm/s$
実験-b $J_0 = 1/500$	(15)	3.271	3340	1.339	—
	(16)	3.543	3480	1.339	1.11×10^{-2}
	(17)	3.663	3715	1.346	1.83
	(18)	3.810	3970	1.342	2.08
	(19)	3.840	3960	1.351	3.02
	(20)	4.008	4350	1.346	3.31
	(1)	1.856	1080	1.381	0.0498
	(2)	1.896	1120	1.408	0.241
	(3)	1.916	1125	1.386	0.0332
	(4)	2.103	1323	1.346	1.03
	(5)	2.183	1415	1.413	0.503
	(6)	2.220	1538	1.359	—
	(7)	2.370	1628	1.395	0.507
	(8)	2.436	1714	1.375	0.241
	(9)	2.526	1843	1.363	0.109
	(10)	2.683	2020	1.371	—
	(11)	2.740	2027	1.399	0.164
	(12)	2.946	2320	1.359	—
	(13)	2.973	2338	1.399	—
	(14)	3.573	3260	1.363	0.306
	(15)	3.673	3520	1.371	1.56
実験-b $J_0 = 1/300$	(16)	3.870	3605	1.371	1.03
	(17)	3.916	3730	1.367	3.82
	(18)	4.136	4055	1.371	1.03
	(19)	4.243	4214	1.379	0.589
	(20)	4.490	4600	1.367	—
	(21)	4.513	4510	1.383	2.26
	(1)	1.333	1637	1.331	6.58×10^{-2}
	(30)	1.346	1507	1.331	6.71
	(31)	1.356	1595	1.403	4.85
	(32)	1.383	1638	1.375	4.32
	(33)	1.393	1620	1.412	4.69
	(34)	1.393	1650	1.383	3.11
	(35)	1.400	1676	1.412	4.68
	(36)	1.436	1773	1.391	3.11
	(37)	1.470	1805	1.408	7.15
	(38)	1.490	1790	1.408	4.68
	(39)	1.593	2020	1.394	9.89
	(40)	1.636	2120	1.399	11.3
	(41)	1.660	2205	1.403	12.8
	(42)	1.676	2230	1.403	11.5
	(43)	1.850	2370	1.408	18.0
	(44)	1.946	2700	1.403	21.8
	(45)	1.950	2775	1.403	31.1
	(46)	2.033	2980	1.403	24.2
	(47)	2.083	3070	1.403	23.7
	(48)	2.146	3235	1.403	30.9
実験-b $J_0 = 1/300$	(1)	1.280	585	1.339	0.0399
	(2)	1.538	820	1.346	0.0482
	(3)	1.636	990	1.367	0.088
	(4)	1.824	1050	1.359	0.0312
	(5)	1.838	1145	1.335	0.101
	(6)	1.888	1205	1.383	0.0648
	(7)	2.053	1424	1.351	0.217
	(8)	2.236	1545	1.363	0.0758
	(9)	2.236	1555	1.363	0.0306
	(10)	2.448	1790	1.371	0.104
	(11)	2.565	2115	1.342	0.448
	(12)	2.743	2335	1.359	0.417
	(13)	3.088	2845	1.339	0.708
	(14)	3.228	2985	1.346	1.08

付表-(1.2.15) 基礎資料一覽表

記号	実 際 の 資 料										模 型				
	資料出所	使用砂 d_{50}	g cc/cm/s	U_m cm/s	S $\times 10^3$	h_m cm	ΔH cm	λs cm	l cm	W_s cm/s	$8B \times 10^2$ cc/cm/s	ΔH cm	λs cm	l cm	使用砂 d_{50}
M	松 梨	0.077	366	49.80	1.31	7.35	0.80	35	—	0.263	5.24	0.80	35	1.7	実験砂Ⅵ 0.077
T	椿	0.126	1065	61.60	1.66	17.30	1.95	910	—	0.096	—	1.95	91	5.0	実験砂Ⅶ 0.077

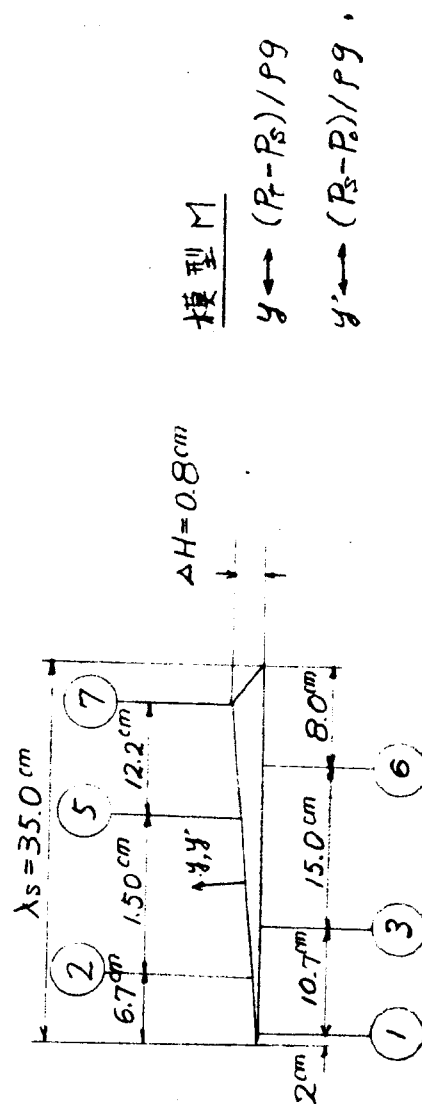


付表-(1.2.16) 模型実験一覽表

模型記号	実験番号	ϕ cc/cm/s	U_m cm/s	h_m cm	$S \times 10^3$	使用個数	実験方法	$\nu \times 10^2$ cm ² /s
M	(1)	220	29.7	7.41	1.27	10	i の (1)	1.19
	(2)	358	30.7	11.64	1.23	10	i の (四)	1.17
T	(1)	1010	59.4	16.90	1.66	8	i の (1)	0.84
	(2)	981	64.5	^{15.30} 上下流 16.58	"	1	ii	0.84

付表-(1.2.17)-開水路実験-BⅢの実験結果
その一: 模型 M, 実験方法 i の(1)

(1)			(2)			(3)		
y	$(P-P_s)/P_g$	y'	y	$(P-P_s)/P_g$	y'	y	$(P-P_s)/P_g$	y'
0.2	-0.022	0.6	0.2	0.180	0.6	0.2	0.229	0.6
0.5	-0.022	0.7	0.5	0.180	0.7	0.5	0.242	0.7
0.8	0.037	0.9	0.8	0.200	0.9	0.8	0.241	0.9
1.1	0.120	1.2	1.1	0.215	1.2	1.1	0.254	1.2
1.5	0.189	1.7	1.5	0.251	1.7	1.5	0.280	1.7
2.0	0.226	2.2	2.0	0.288	2.2	2.0	0.311	2.2
2.5	0.250	2.7	2.5	0.307	3.2	2.5	0.330	3.2
3.0	0.278	3.7	3.0	0.328	4.2	3.0	0.336	4.7
3.5	0.306	4.7	3.5	0.355	5.7	3.5	0.355	5.7
4.5	0.355	6.2	4.5	0.390	7.2	4.5	0.394	7.2
5.5	0.378	7.5	5.5	0.420		5.5	0.425	
6.2	0.414		5.7	0.430		5.7	0.430	
$u_0 = 27.7$			$u_0 = 29.0$			$u_0 = 29.0$		
$\delta = 6.2$			$\delta = 6.1$			$\delta = 5.8$		
$\delta^* = 1.48$			$\delta^* = 0.896$			$\delta^* = 0.661$		
$u = 0.884$			$u = 0.661$			$u = 0.528$		
$n = 2.95$			$n = 5.30$			$n = 7.95$		
$h = 7.95$			$h = 7.75$			$h = 7.61$		
$x = 2.0$			$x = 6.1$			$x = 12.0$		



(5)				(6)				(7)			
y	$(P_t - P_0)/P_0$	y'	$(P_t - P_0)/P_0$	y	$(P_t - P_0)/P_0$	y'	$(P_t - P_0)/P_0$	y	$(P_t - P_0)/P_0$	y'	$(P_t - P_0)/P_0$
0.2	0.309	0.6	0.02	0.2	0.348	0.6	0	0.2	0.290	0.6	0.020
0.5	0.294	0.7	0.025	0.5	0.338	0.7	0.01	0.5	0.315	0.7	"
0.8	0.291	0.9	0.035	0.8	0.329	0.9	"	0.8	0.331	0.9	0.010
1.1	0.316	1.2	0.025	1.1	0.346	1.2	0	1.1	0.361	1.2	0.005
1.5	0.331	1.7	0.035	1.5	0.360	1.7	0.005	1.5	0.381	1.7	"
2.0	0.358	2.2	0.02	2.0	0.375	2.2	0	2.0	0.385	2.2	0.020
2.5	0.376	3.2	0.01	2.5	0.395	3.2	"	2.5	0.400	3.2	0
3.0	0.391	4.7	0	3.0	0.409	4.7	-0.005	3.0	0.420	4.7	"
3.5	0.408	5.7	-0.02	3.5	0.420	5.4	-0.015	3.5	0.433	5.3	-0.025
4.5	0.435	6.9		4.5	0.450	6.7		4.5	0.458	6.5	
5.5	0.468			5.4	0.485			5.3	0.488		
5.7	0.474										
$u_0 = 30.1$ $\delta = 5.7$ $\delta^* = 0.466$ $u = 0.392$ $n = 11.90$ $h = 7.34$ $x = 21.1$				$u_0 = 30.7$ $\delta = 5.7$ $\delta^* = 0.489$ $u = 0.422$ $n = 12.42$ $h = 7.18$ $x = 27.0$				$u_0 = 30.7$ $\delta = 5.6$ $\delta^* = 0.446$ $u = 0.382$ $n = 12.10$ $h = 6.84$ $x = 33.3$			

その二： 模型M, 実験方法 i の(口)

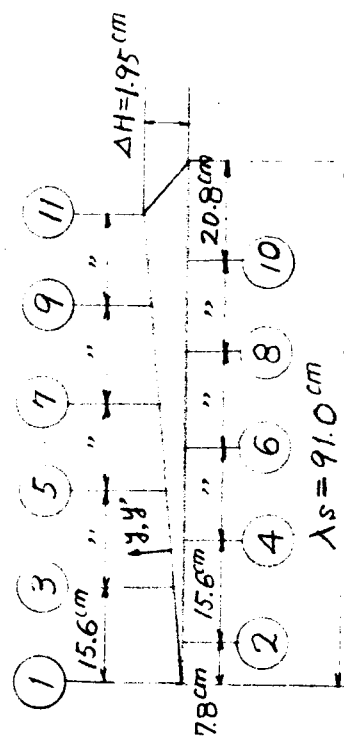
(1)				(2)				(3)			
y	$(P_1 - P_2)/P_2$	y'	$(P_3 - P_0)/P_2$	y	$(P_1 - P_2)/P_2$	y'	$(P_3 - P_0)/P_2$	y	$(P_1 - P_2)/P_2$	y'	$(P_3 - P_0)/P_2$
0.2	-0.075	0.6	-0.01	0.2	0.092	0.6	0.05	0.2	0.181	0.6	-0.01
0.5	-0.015	0.65	-0.02	0.5	0.091	0.7	"	0.5	0.230	0.7	0.0
0.8	0.027	0.85	-0.05	0.8	0.121	1.00	"	0.8	0.253	1.00	0.01
1.1	0.156	1.15	-0.02	1.1	0.183	1.30	0.055	1.1	0.278	1.20	"
1.5	0.220	1.65	-0.005	1.5	0.229	1.70	0.05	1.5	0.289	1.70	0.03
2.0	0.242	2.15	0.0	2.0	0.261	2.30	0.055	2.0	0.311	2.30	0.02
2.5	0.270	2.65	"	2.5	0.278	2.70	0.05	2.5	0.349	2.70	0.01
3.0	0.299	3.65	"	3.0	0.290	3.70	0.02	3.0	0.376	3.70	"
3.5	0.325	4.65	"	3.5	0.335	6.70	0.0	3.5	0.391	6.70	"
4.5	0.367	6.65	"	4.5	0.370	9.70	"	4.5	0.414	9.70	-0.01
5.5	0.406	8.65	"	5.5	0.399	10.40	"	5.5	0.436	10.40	0.02
6.5	0.439	10.65	0.01	6.5	0.425			6.5	0.451		
7.5	0.461	12.65	0.02	7.5	0.438			7.5	0.456		
8.5	0.484	14.65	0.03	8.5	0.450			8.5	0.462		
9.5	0.503			9.5	0.461			9.5	0.482		
11.0	0.524			9.9	0.469			9.9	0.491		
$U_0 = 31.7$ $\delta = 10.3$ $\delta^* = 2.12$ $\ell = 1.42$ $n = 4.05$ $h = 12.17$ $\chi = 2.0$				$U_0 = 30.0$ $\delta = 9.9$ $\delta^* = 1.49$ $\ell = 1.029$ $n = 4.45$ $h = 11.90$ $\chi = 6.1$				$U_0 = 30.5$ $\delta = 9.5$ $\delta^* = 1.10$ $\ell = 0.869$ $n = 7.54$ $h = 11.75$ $\chi = 12.0$			

(5)				(6)				(7)			
y	$(P-P_0)/P_0$	y'	$(P_5-P_0)/P_0$	y	$(P-P_0)/P_0$	y'	$(P_5-P_0)/P_0$	y	$(P-P_0)/P_0$	y'	$(P_5-P_0)/P_0$
0.2	0.241	0.6	-0.015	0.2	0.265	0.6	0.045	0.2	0.185	0.6	0.0
0.5	0.261	0.7	0.015	0.5	0.285	0.7	"	0.5	0.231	0.7	"
0.8	0.255	1.00	0.025	0.8	0.302	1.00	"	0.8	0.255	1.00	"
1.1	0.275	1.20	0.015	1.1	0.326	1.20	0.055	1.1	0.277	1.20	0.005
1.5	0.315	1.70	-0.01	1.5	0.354	1.70	0.050	1.5	0.294	1.70	0.0
2.0	0.350	2.20	-0.005	2.0	0.375	2.20	"	2.0	0.314	2.20	0.005
2.5	0.379	2.70	"	2.5	0.400	2.70	0.055	2.5	0.333	2.70	-0.005
3.0	0.430	3.70	-0.01	3.0	0.427	3.70	0.050	3.0	0.353	3.70	0.0
3.5	0.460	6.70	-0.005	3.5	0.454	6.70	0.045	3.5	0.365	6.70	0.005
4.5	0.498	9.70	-0.03	4.5	0.480	8.70	0.040	4.5	0.366	8.70	-0.005
5.5	0.525			5.5	0.507	10.10	0.030	5.5	0.408	9.40	-0.030
6.5	0.545			6.5	0.529			6.5	0.429		
7.5	0.555			7.5	0.533			7.5	0.446		
8.5	0.568			8.5	0.543			8.5	0.460		
9.3	0.573			9.4	0.570			9.5	0.468		
$U_0 = 33.3$ $\delta = 9.3$ $\delta^* = 0.95$ $rl = 0.76$ $n = 8.00$ $h = 11.45$ $x = 21.1$				$U_0 = 33.3$ $\delta = 9.2$ $\delta^* = 0.95$ $rl = 0.945$ $n = 8.85$ $h = 11.30$ $x = 27.0$				$U_0 = 30.0$ $\delta = 8.7$ $\delta^* = 0.89$ $rl = 0.887$ $n = 7.72$ $h = 11.10$ $x = 33.3$			

その三：模型T，実験方法 i の(1)

(1)			(2)			(3)		
y	$(P_1-P_0)/Pg$	y'	$(P_1-P_0)/Pg$	y'	$(P_1-P_0)/Pg$	y	$(P_1-P_0)/Pg$	y'
0.2	0.2	0.2	0.29	0.2	0.42	0.2	0.72	0.2
0.5	0.23	0.6	0.41	0.6	0.37	0.5	0.80	0.6
0.8	0.36	0.8	0.60	0.8	0.295	0.8	0.95	0.8
1.1	0.70	1.1	0.72	1.1	"	1.1	1.05	1.1
1.5	1.39	1.4	0.89	1.4	"	1.5	1.20	1.4
2.0	1.35	1.9	1.20	1.9	0.245	2.0	1.36	1.9
2.5	1.34	2.4	1.39	2.4	0.22	2.5	1.53	2.4
3.0	1.36	3.4	1.56	3.4	0.195	3.0	1.67	3.4
3.5	1.68	4.4	1.68	4.4	0.12	3.5	1.75	4.4
4.5	2.04	6.4	1.87	6.4	0.07	4.5	1.88	6.4
5.5	2.15	8.4	1.93	8.4	0.045	5.5	1.91	8.4
6.5	2.23	10.4	2.00	10.4	0.020	6.5	1.93	10.4
7.5	2.27	12.4	2.05	12.4	-0.030	7.5	1.96	12.4
8.5	2.29	14.4	2.10	14.4	-0.005	8.5	2.02	14.4
9.5	2.32		2.12	15.4	0.02	9.5	2.07	15.4
11.0	2.35		2.18			11.0	2.11	
12.5	2.37		2.24			12.5	2.13	
14.0	2.39		2.22			14.0	"	
			15.0	2.23		15.0	2.09	
$u_0 = 68.0$			$u_0 = 66.0$			$u_0 = 64.5$		
$\delta = 12.5$			$\delta = 12.3$			$\delta = 12.2$		
$\delta^* = 1.485$			$\delta^* = 1.485$			$\delta^* = 1.193$		
$u = 0.967$			$u = 1.024$			$u = 0.948$		
$n = 3.74$			$n = 4.42$			$n = 7.72$		
$h = 17.70$			$h = 17.85$			$h = 18.11$		
$\chi = 0$			$\chi = 7.8$			$\chi = 15.6$		

模型 T
 $y \leftrightarrow (P_1-P_0)/Pg$
 $y' \leftrightarrow (P_1-P_0)/Pg$



(4)				(5)				(6)			
y	$(P_t - P_3)/P_3$	y'	$(P_3 - P_0)/P_3$	y	$(P_t - P_3)/P_3$	y'	$(P_3 - P_0)/P_3$	y	$(P_t - P_3)/P_3$	y'	$(P_3 - P_0)/P_3$
0.2	0.74	0.2	0.25	0.2	0.88	0.2	0.10	0.2	0.9	0.2	0.095
0.5	0.96	0.6	0.195	0.5	1.04	0.6	0.095	0.5	1.10	0.6	0.070
0.8	1.15	0.8	0.17	0.8	1.19	0.8	0.120	0.8	1.28	0.8	0.045
1.1	1.24	1.1	"	1.1	1.29	1.1	"	1.1	1.38	1.1	"
1.5	1.36	1.4	0.195	1.5	1.43	1.4	0.095	1.5	1.48	1.4	0.020
2.0	1.53	1.9	0.120	2.0	1.56	1.9	"	2.0	1.60	1.9	0.045
2.5	1.67	2.4	"	2.5	1.70	2.4	0.070	2.5	1.70	2.4	"
3.0	1.81	3.4	0.095	3.0	1.80	3.4	"	3.0	1.81	3.4	0.020
3.5	1.86	4.4	0.07	3.5	1.88	4.4	0.045	3.5	1.91	4.4	"
4.5	1.93	6.4	0.045	4.5	1.98	6.4	0.020	4.5	2.01	6.4	-0.005
5.5	1.97	8.4	0.02	5.5	2.00	8.4	-0.005	5.5	2.04	8.4	"
6.5	1.99	10.4	-0.005	6.5	2.03	10.4	"	6.5	2.07	10.4	"
7.5	2.01	12.4	"	7.5	2.07	12.4	"	7.5	2.09	12.4	"
8.5	2.02	14.4	0.02	8.5	2.10	14.4	0.02	8.5	2.11	14.4	
9.5	2.05	15.4	0.045	9.5	2.11			9.5	2.13		
11.0	2.10			11.0	2.14			11.0	2.17		
12.5	2.16			12.5	2.17			12.5	2.19		
14.0	2.19			14.0	2.20			14.0	2.12		
15.0	2.15										
$u_0 = 65.0$ $\delta = 12.1$ $\delta^* = 0.793$ $u = 0.642$ $\eta = 8.58$ $h = 17.17$ $x = 23.4$				$u_0 = 65.0$ $\delta = 11.8$ $\delta^* = 0.916$ $u = 0.752$ $\eta = 9.21$ $h = 17.35$ $x = 31.2$				$u_0 = 65.0$ $\delta = 11.0$ $\delta^* = 0.662$ $u = 0.546$ $\eta = 9.54$ $h = 17.05$ $x = 39.0$			

(7)				(8)				(9)			
y	$(P_2-P_3)/P_3$	y'	$(P_2-P_3)/P_3$	y	$(R-P_3)/P_3$	y'	$(P_2-P_3)/P_3$	y	$(R-P_3)/P_3$	y'	$(P_2-P_3)/P_3$
0.2	0.65	0.2	0.18	0.2	0.19	0.2	0.19	0.2	0.95	0.2	0.06
0.5	0.92	0.6	"	0.5	1.09	0.6	0.16	0.5	0.98	0.6	"
0.8	1.15	0.8	0.13	0.8	1.31	0.8	0.135	0.8	1.12	0.8	0.085
1.1	1.29	1.1	0.105	1.1	1.40	1.1	0.160	1.1	1.27	1.1	"
1.5	1.45	1.4	0.08	1.5	1.53	1.4	0.135	1.5	1.46	1.4	"
2.0	1.56	1.9	"	2.0	1.60	1.9	"	2.0	1.67	1.9	0.060
2.5	1.67	2.4	0.055	2.5	1.71	2.4	0.110	2.5	1.74	2.4	"
3.0	1.76	3.4	0.03	3.0	1.79	3.4	"	3.0	1.84	3.4	0.035
3.5	1.84	4.4	"	3.5	1.87	4.4	0.085	3.5	1.92	4.4	"
4.5	1.91	6.4	0.005	4.5	1.95	6.4	0.035	4.5	2.03	6.4	0.010
5.5	1.97	8.4	"	5.5	2.04	8.4	"	5.5	2.10	8.4	"
6.5	2.01	10.4	-0.02	6.5	2.09	10.4	-0.015	6.5	2.14	10.4	-0.015
7.5	2.03	12.4	0.005	7.5	2.08	12.4	"	7.5	"	12.4	0.06
8.5	2.06	14.4	0.030	8.5	"	14.4	0.035	8.5	2.15	14.4	
9.5	2.12			9.5	2.13			9.5	2.17		
11.0	2.15			11.0	2.20			11.0	2.22		
12.5	"			12.5	2.25			12.5	2.21		
14.0	2.17			14.0	"			14.0	2.18		
$u_0 = 65.0$				$u_0 = 65.5$				$u_0 = 65.5$			
$\delta = 11.7$				$\delta = 11.5$				$\delta = 11.0$			
$\delta^* = 0.832$				$\delta^* = 0.863$				$\delta^* = 0.802$			
$u = 0.662$				$u = 0.712$				$u = 0.657$			
$n = 7.75$				$n = 9.42$				$n = 9.10$			
$h = 16.56$				$h = 16.45$				$h = 16.27$			
$x = 46.8$				$x = 54.6$				$x = 62.4$			

(10)				(11)			
y	$(R-P_0)/P_0$	y'	$(P_0-P_0)/P_0$	y	$(R-P_0)/P_0$	y'	$(P_0-P_0)/P_0$
0.2	0.86	0.2	0.065	0.2	1.21	0.2	-0.10
0.5	1.21	0.6	0.140	0.5	1.45	0.6	-0.05
0.8	1.35	0.8	0.105	0.8	1.58	0.8	"
1.1	1.49	1.1	0.090	1.1	1.74	1.1	-0.075
1.5	1.70	1.4	0.065	1.5	1.82	1.4	-0.025
2.0	1.79	1.9	"	2.0	1.95	1.9	0.0
2.5	1.88	2.4	"	2.5	2.03	2.4	"
3.0	1.98	3.4	0.040	3.0	2.12	3.4	"
3.5	2.07	4.4	"	3.5	2.17	4.4	0.025
4.5	2.16	6.4	0.015	4.5	2.20	6.4	0.0
5.5	2.19	8.4	"	5.5	2.22	8.4	-0.025
6.5	2.22	10.4	-0.010	6.5	2.23	10.4	0.0
7.5	2.24	12.4	0.015	7.5	2.24	12.4	0.025
8.5	2.25	13.4	0.040	8.5	2.25	13.4	-0.075
9.5	2.27			9.5	"		
11.0	2.30			11.0	"		
12.5	"			12.5	2.28		
13.0	"			13.0	2.38		
$u_0 = 67.0$				$u_0 = 66.5$			
$\delta = 10.5$				$\delta = 10.0$			
$\delta^* = 0.680$				$\delta^* = 0.399$			
$\alpha = 0.558$				$\alpha = 0.352$			
$n = 9.25$				$n = 15.10$			
$h = 15.69$				$h = 15.82$			
$x = 70.8$				$x = 78.0$			

その四：模型Ⅰ，実験方法Ⅱ

(1)				(2)				(3)			
y	$(P_t - P_0)/P_0$	y'	$(P_t - P_0)/P_0$	y	$(P_t - P_0)/P_0$	y'	$(P_t - P_0)/P_0$	y	$(P_t - P_0)/P_0$	y'	$(P_t - P_0)/P_0$
0.2	0.55	0.2	0.54	0.2	0.7	0.2	0.54	0.2	0.80	0.2	0.40
0.5	0.88	0.6	0.89	0.5	1.05	0.6	0.36	0.5	1.22	0.6	0.275
0.8	1.09	0.8	0.365	0.8	1.20	0.8	0.385	0.8	1.325	0.8	0.375
1.1	1.21	1.1	0.34	1.1	1.33	1.1	0.385	1.1	1.415	1.1	0.40
1.5	1.30	1.4	"	1.5	1.50	1.4	0.285	1.5	1.565	1.4	"
2.0	1.42	1.9	0.315	2.0	1.64	1.9	0.235	2.0	1.70	1.9	0.35
2.5	1.52	2.4	0.29	2.5	1.75	2.4	0.210	2.5	1.79	2.4	"
3.0	1.61	3.4	0.24	3.0	1.84	3.4	0.185	3.0	1.905	3.4	0.30
3.5	1.70	4.4	0.215	3.5	1.94	4.4	0.135	3.5	2.00	4.4	0.25
4.5	1.79	6.4	0.165	4.5	2.07	6.4	0.110	4.5	2.115	6.4	0.10
5.5	1.86	8.4	0.015	5.5	2.12	8.5	-0.015	5.5	2.215	8.4	0.05
6.5	1.90	10.4	-0.01	6.5	2.15	10.4	-0.04	6.5	2.30	10.4	-0.005
7.5	1.99	12.4	"	7.5	2.22	12.4	0.035	7.5	2.325	12.4	0.0
8.5	2.08	14.4	0.115	8.5	2.28	14.4	0.11	8.5	2.36	14.4	0.075
9.5	2.10			9.5	2.30			9.5	2.41		
11.0	2.11			11.0	2.28			11.0	2.44		
12.5	2.10			12.5	2.19			12.5	2.40		
14.0	2.03			14.0	2.11			14.0	2.285		
$u_0 = 64.5$				$u_0 = 67.3$				$u_0 = 69.0$			
$\delta = 11.0$				$\delta = 10.2$				$\delta = 11.0$			
$\delta^* = 1.093$				$\delta^* = 0.928$				$\delta^* = 1.035$			
$q = 0.857$				$q = 0.739$				$q = 0.838$			
$n = 7.30$				$n = 7.74$				$n = 8.51$			
$h = 16.58$				$h = 17.20$				$h = 15.92$			
$x = 0$				$x = 7.8$				$x = 15.6$			

(4)				(5)				(6)			
y	$(P_L - P_S)/P_S$	y'	$(P_S - P_0)/P_S$	y	$(R - P_S)/P_S$	y'	$(P_S - P_0)/P_S$	y	$(P_L - P_S)/P_S$	y'	$(P_S - P_0)/P_S$
0.2	0.90	0.2	0.40	0.2	0.81	0.2	0.38	0.2	0.93	0.2	0.45
0.5	1.24	0.6	0.27	0.5	1.18	0.6	0.21	0.5	1.38	0.6	0.32
0.8	1.44	0.8	"	0.8	1.43	0.8	0.26	0.8	1.62	0.8	0.37
1.1	1.57	1.1	"	1.1	1.59	1.1	"	1.1	1.76	1.1	"
1.5	1.71	1.4	0.245	1.5	1.75	1.4	"	1.5	1.97	1.4	0.32
2.0	1.90	1.9	0.195	2.0	1.90	1.9	0.285	2.0	2.10	1.9	0.345
2.5	2.01	2.5	"	2.5	2.00	2.4	0.260	2.5	2.22	2.4	0.32
3.0	2.13	3.4	0.145	3.0	2.10	3.4	0.210	3.0	2.33	3.4	0.27
3.5	2.22	4.4	0.095	3.5	2.19	4.4	0.110	3.5	2.40	4.4	0.195
4.5	2.34	6.4	0.020	4.5	2.33	6.4	0.06	4.5	2.54	6.4	0.095
5.5	2.42	8.4	-0.005	5.5	2.38	8.4	-0.015	5.5	2.62	8.4	-0.005
6.5	2.47	10.4	-0.03	6.5	2.43	10.4	"	6.5	2.68	10.4	-0.03
7.5	2.49	12.4	0.02	7.5	2.48	12.4	0.06	7.5	2.73	12.4	0.045
8.5	"	13.4	0.07	8.5	2.52	13.4	0.085	8.5	2.76	13.4	0.070
9.5	"			9.5	"			9.5	2.75		
11.0	2.48			11.0	2.50			11.0	2.71		
12.5	2.43			12.5	2.43			12.5	2.62		
13.0	2.39			13.0	2.40			13.0	2.58		
$U_0 = 70.0$ $\delta = 10.0$ $\delta^* = 0.714$ $\varrho = 0.588$ $\eta = 9.41$ $h = 15.82$ $\chi = 23.4$				$U_0 = 70.0$ $\delta = 9.5$ $\delta^* = 0.686$ $\varrho = 0.555$ $\eta = 8.45$ $h = 15.50$ $\chi = 31.2$				$U_0 = 73.5$ $\delta = 9.0$ $\delta^* = 0.714$ $\varrho = 0.573$ $\eta = 8.22$ $h = 15.22$ $\chi = 39.0$			

(7)				(8)				(9)			
y	$(R-P_2)/P_2$	y'	$(P_2-P_0)/P_2$	y	$(R-P_2)/P_2$	y'	$(P_2-P_0)/P_2$	y	$(R-P_2)/P_2$	y'	$(P_2-P_0)/P_2$
0.2	0.93	0.2	0.56	0.2	1.18	0.2	0.43	0.2	1.37	0.2	0.41
0.5	1.41	0.6	0.39	0.5	1.56	0.6	0.26	0.5	1.87	0.6	0.235
0.8	1.64	0.8	0.415	0.8	1.79	0.8	"	0.8	2.05	0.8	0.360
1.1	1.75	1.1	0.44	1.1	1.92	1.1	0.31	1.1	2.22	1.1	0.385
1.5	1.95	1.4	0.39	1.5	2.13	1.4	0.285	1.5	2.35	1.4	"
2.0	2.13	1.9	"	2.0	2.32	1.9	0.26	2.0	2.45	1.9	"
2.5	2.26	2.4	0.365	2.5	2.42	2.4	"	2.5	2.54	2.4	0.410
3.0	2.43	3.4	0.265	3.0	2.54	3.4	0.185	3.0	2.72	3.4	0.235
3.5	2.51	4.4	0.215	3.5	2.64	4.4	0.135	3.5	2.88	4.4	0.160
4.5	2.62	6.4	0.09	4.5	2.76	6.4	0.06	4.5	3.02	6.4	0.06
5.5	2.68	8.4	0.015	5.5	2.83	8.4	0.01	5.5	3.07	8.4	-0.015
6.5	2.75	10.4	-0.035	6.5	2.88	10.4	-0.015	6.5	3.12	10.4	"
7.5	2.78	12.4	0.04	7.5	2.90	12.4	0.085	7.5	3.15	12.4	0.11
8.5	2.81			8.5	2.92			8.5	3.18		
9.5	2.83			9.5	"			9.5	3.16		
11.0	2.80			11.5	2.87			11.0	3.07		
12.0	2.74			12.0	2.79			12.0	2.97		
U ₀ = 74.5				U ₀ = 75.5				U ₀ = 79.0			
δ = 8.5				δ = 8.0				δ = 7.7			
δ* = 0.792				δ* = 0.597				δ* = 0.595			
Q = 0.633				Q = 0.488				Q = 0.487			
n = 7.92				n = 9.05				n = 9.05			
h = 15.11				h = 14.68				h = 14.40			
x = 46.8				x = 54.6				x = 62.4			

(10)				(11)			
y	$(P_s - P_0)/P_0$	y'	$(P_s - P_0)/P_0$	y	$(P_s - P_0)/P_0$	y'	$(P_s - P_0)/P_0$
0.2	1.13	0.2	0.55	0.2	1.33	0.2	0.29
0.5	1.57	0.6	0.405	0.5	1.90	0.6	0.165
0.8	1.93	0.8	0.38	0.8	2.21	0.8	0.215
1.1	2.07	1.1	0.455	1.1	2.42	1.1	"
1.5	2.31	1.4	0.43	1.5	2.63	1.4	"
2.0	2.56	1.9	0.355	2.0	2.87	1.9	0.140
2.5	2.72	2.4	0.305	2.5	3.01	2.4	"
3.0	2.88	3.4	0.230	3.0	3.15	3.4	0.09
3.5	2.96	4.4	0.155	3.5	3.22	4.4	0.04
4.5	3.09	6.4	0.055	4.5	3.31	6.4	-0.01
5.5	3.16	8.4	0.005	5.5	3.38	8.4	0.015
6.5	3.21	10.4	-0.02	6.5	3.42	10.4	0.04
7.5	3.22	12.4	0.08	7.5	3.40	11.4	"
8.5	3.24			8.5	3.38		
9.5	"			9.5	3.36		
11.0	3.16			11.0	3.27		
12.0	3.07						
$U_c = 79.5$		$U_c = 82.0$					
$\hat{c} = 73$		$\delta = 70$					
$\delta^* = 0.548$		$\delta^* = 0.562$					
$Q = 0.441$		$Q = 0.459$					
$n = 8.22$		$n = 0.884$					
$h = 14.16$		$h = 13.89$					
$x = 70.8$		$x = 78.0$					

付表-(1.3.1) 閉水路実験の実験範囲

実験の種類	Reynold数 Re	$\frac{u^* d_{50}}{\nu}$	I	$\frac{u^{*2}}{g d (0/\beta - 1)}$
実験-a 四辺鉄板 断面 $20\text{cm} \times 5\text{cm}$	322 ~ 9290		$0.17 \times 10^{-4} \sim 57.9 \times 10^{-4}$	
実験-a 四辺鉄板 断面 $20\text{cm} \times 10\text{cm}$	950 ~ 23000		$0.17 \times 10^{-4} \sim 596 \times 10^{-4}$	
実験-b, c 移動床 断面 $20\text{cm} \times 5\text{cm}$	304 ~ 12500	0.42 ~ 10.30	$0.94 \times 10^{-4} \sim 162 \times 10^{-4}$	$1.05 \times 10^{-2} \sim 302 \times 10^{-2}$
実験-b, c 移動床 断面 $20\text{cm} \times 10\text{cm}$	1230 ~ 6240	0.96 ~ 5.35	$2.6 \times 10^{-4} \sim 30.5 \times 10^{-4}$	$2.16 \times 10^{-2} \sim 104.2 \times 10^{-2}$

付表-(1.3.2) 閉水路実験の実験結果

その一: 実験-a (四辺鉄板), 断面 $20\text{ cm} \times 5\text{ cm}$

実験番号	損失水頭 $\Delta P\text{ cm}$	流量 $Q\text{ cc/s}$	初期砂面勾配 J_0	鉛直性係数 $\mu \times 10^3\text{ cm}^2/\text{s}$	実験番号	損失水頭 $\Delta P\text{ cm}$	流量 $Q\text{ cc/s}$	初期砂面勾配 J_0	鉛直性係数 $\mu \times 10^3\text{ cm}^2/\text{s}$	実験番号	損失水頭 $\Delta P\text{ cm}$	流量 $Q\text{ cc/s}$	初期砂面勾配 J_0	鉛直性係数 $\mu \times 10^3\text{ cm}^2/\text{s}$
1)	0.0093	245	0	1.375	2	0.0509	583	0	1.33	6	1.18	4250	0	1.308
2)	0.0372	610	"	"	3	0.134	1115	"	"	7	1.47	4856	"	"
3)	0.124	1165	"	"	4	0.258	1745	"	"	8	1.85	5456	"	"
4	0.271	1815	"	"	5	0.403	2150	"	"	9	2.21	5960	"	"
5	0.424	2235	"	"	6	0.559	2520	"	"					
6	0.585	2730	"	"	7	0.835	3100	"	"					
7	0.764	3125	"	"	8	1.13	3800	"	"					
8	0.971	3680	"	"	9	1.44	4400	"	"					
9	1.190	4220	"	"	10	1.73	4952	"	"					
10	1.435	4670	"	"	1	0.706	3085	0	1.346					
11	1.630	5045	"	"	2	0.844	3500	"	"					
12	1.900	5486	"	"	3	1.12	4100	"	"					
13	2.26	5864	"	"	4	1.40	4640	"	"					
14	2.52	6211	"	"	5	1.58	4982	"	"					
1	0.00744	164	0	1.331	6	1.79	5393	"	"					
2)	0.0211	459	"	"	7	2.05	5771	"	"					
3	0.0521	862	"	"	8	2.39	6248	"	"					
4	0.161	1490	"	"	1	0.00248	78	0	1.308					
5	0.263	1920	"	"	2	0.00869	169	"	"					
6	0.403	2250	"	"	3	0.0248	418	"	"					
7	0.560	2670	"	"	4	0.0508	685	"	"					
8	0.722	3070	"	"	5	0.112	1100	"	"					
9	0.905	3380	"	"	6	0.205	1540	"	"					
10	1.08	3980	"	"	7	0.301	1900	"	"					
11	1.35	4430	"	"	8	0.413	2235	"	"					
12	1.58	4826	"	"	1	0.159	1370	0	1.308					
13	1.82	5267	"	"	2	0.302	1985	"	"					
14	2.01	5675	"	"	3	0.434	2350	"	"					
15	2.26	5960	"	"	4	0.650	2950	"	"					
1	0.0112	214	0	1.33	5	0.865	3360	"	"					

その二：実験-Q(四辺鉄板)，断面 $20\text{cm} \times 10\text{cm}$

実験番号	損失水頭 $\Delta P\text{cm}$	流量 $Q\text{cc/s}$	初期砂面勾配 J_0	動粘性係数 $\nu \times 10^2\text{cm}^2/\text{s}$	実験番号	損失水頭 $\Delta P\text{cm}$	流量 $Q\text{cc/s}$	初期砂面勾配 J_0	動粘性係数 $\nu \times 10^2\text{cm}^2/\text{s}$	実験番号	損失水頭 $\Delta P\text{cm}$	流量 $Q\text{cc/s}$	初期砂面勾配 J_0	動粘性係数 $\nu \times 10^2\text{cm}^2/\text{s}$
(1)	0.0967	2900	0	1.185	(17)	0.9040	10450	0	1.201	(5)	2.1350	16335	0	1.327
(2)	0.1853	4560	"	"	(18)	1.240	12100	"	"	(1)	0.0446	1530	0	1.308
(3)	0.3124	6093	"	"	(19)	1.290	12800	"	"	(2)	0.0434	1540	"	"
(4)	0.5660	7992	"	"	(20)	1.432	13100	"	"	(3)	0.0595	1930	"	"
(5)	0.7550	9765	"	"	(1)	0.1520	3600	0	1.201	(4)	0.0719	2355	"	"
(6)	1.5050	13835	"	"	(2)	0.4095	6200	"	"	(5)	0.0818	2640	"	"
(7)	1.8350	15930	"	"	(3)	0.9210	9900	"	"	(6)	0.0867	2870	"	"
(8)	2.1070	17010	"	"	(4)	1.1480	11000	"	"	(1)	0.0136	747	0	1.308
(9)	2.4470	18650	"	"	(5)	1.4230	12900	"	"	(2)	0.0155	850	"	"
(10)	2.5900	18965	"	"	(1)	0.0074	7141	0	1.327	(3)	0.0211	1008	"	"
(1)	0.0118	804	0	1.201	(2)	0.0068	7469	"	"	(4)	0.0291	1275	"	"
(2)	0.0341	1550	"	"	(3)	0.0025	8089	"	"	(5)	0.0304	1563	"	"
(3)	0.0514	2205	"	"	(4)	0.0155	868	"	"	(6)	0.0390	1950	"	"
(4)	0.0732	2810	"	"	(5)	0.0186	1328	"	"	(7)	0.0508	2315	"	"
(5)	0.0868	3075	"	"	(6)	0.1344	3925	"	"	(8)	0.0607	2655	"	"
(6)	0.1145	3730	"	"	(7)	0.1890	4800	"	"					
(1)	0.0118	795	0	1.201	(8)	0.2800	6219	"	"					
(2)	0.0341	1550	"	"	(9)	0.3668	7308	"	"					
(3)	0.0515	2100	"	"	(10)	0.4126	7596	"	"					
(4)	0.0732	2730	"	"	(11)	0.4950	8730	"	"					
(5)	0.0868	3030	"	"	(12)	0.6258	9810	"	"					
(6)	0.2653	5970	"	"	(13)	0.7683	10710	"	"					
(7)	0.3235	6300	"	"	(14)	0.8810	11340	"	"					
(8)	0.3840	6900	"	"	(15)	1.2677	13300	"	"					
(9)	0.4401	7300	"	"	(16)	1.6170	14915	"	"					
(10)	0.5080	7770	"	"	(17)	2.0619	16400	"	"					
(11)	0.5485	8100	"	"	(18)	2.2553	17820	"	"					
(12)	0.6200	8400	"	"	(19)	2.3575	18360	"	"					
(13)	0.6745	8700	"	"	(1)	0.6654	7596	0	1.327					
(14)	0.7070	9200	"	"	(2)	1.0189	10305	"	"					
(15)	0.7630	9600	"	"	(3)	1.2218	11070	"	"					
(16)	0.8130	9770	"	"	(4)	2.0167	15795	"	"					

その三：実験-b及びC、断面 $20\text{cm} \times 5\text{cm}$

初期砂面勾配 J_0 水温 T 、水路中B	実験番号	損失水頭 ΔP cm	動水勾配 $I_0 \times 10^3$	流砂量 $q_B \times 10^4 \text{ cm}^3/\text{s}$	流量 Q cc/s	砂達波長 λ_s cm	位相速度 W_s cm/s	砂達波高 ΔH cm	流水開始後 の時間 t_s sec	河床形状	流れの状態
$J_0 = 0$ $T = 8.1^\circ\text{C}$ $B = 20\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$	(1)	0.0409	0.00941		340					○	定常
	(4)	0.121	0.0278		1100					"	"
	(5)	0.159	0.0366		1300					"	"
	(7)	0.273	0.0628		1900					"	"
	(8)	0.397	0.0913	0.346	2130					●	"
	(9)	0.471	0.108	0.528	2300					●	"
	(10)	0.624	0.144	1.253	2590					●	"
	1	3.110	0.716	24.90	3070	9.10	0.0454	1.40	546	●	非定常
	2	3.770	0.867	200.0	"	20.0	0.1	5.00	726	●	"
	11	0.0099	0.00228		200					○	定常
$J_0 = 0$ $T = 98^\circ\text{C}$ $B = 20\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$	2	0.0186	0.00428		320					○	"
	6	0.1015	0.0233		985					○	"
	7	0.128	0.0294		1195					○	"
	11	0.371	0.0853	1.072	2065	9.69	0.02	1.40	702	●	非定常
	12	0.427	0.0982	1.12	2185	12.5	0.05	3.20	1062	●	"
	(13)	0.478	0.110	1.86	2330	14.3		4.00	1662	●	"
	(14)	0.552	0.127	2.32	2520					○	定常
	3	0.067	0.014		785					○	"
	4	0.113	0.026		1050					○	"
	7	0.252	0.058		1830					○	"
$J_0 = 0$ $T = 10^\circ\text{C}$ $B = 20\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$	8	0.310	0.0713		2050					○	"
	9	0.395	0.0909	1.26	2235					●	"
	10	0.474	0.109	1.92	2485					●	"
	(1)	0.728	0.167	1.84	2670				720	●	非定常
	(2)	2.09	0.481	1.45	"				1260	●	"
	3	2.95	0.679	100.5	"	9.68	0.0667	1.4	1560	●	"
	4	4.29	0.987	45.4	"	20.0	0.1	4.5	2160	●	"
	5	4.22	0.971	—	"	—	—	—	2460	●	"
	2	0.0434	0.00998		610					○	定常
	4	0.100	0.023		1000					○	"
同上	5	0.150	0.0345		1260					○	"
	6	0.234	0.0538	0.172	1600					●	"

初期砂面勾配 J_0 水温 T °C 水路巾 B	実験番号	損失水頭 ΔP cm	動水勾配 $I_0 \times 10^2$	流砂量 $q_B \times 10^4$ cm/s	流量 Q cc/s	砂運波長 λ cm	伝播速度 W cm/s	砂運波高 ΔH cm	通水開始後 の時間 t_s sec	河床形状	流れの状態
$J_0 = 0$ $T = 10^\circ\text{C}$ $B = 20\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$	7	0.325	0.0748	0.511	1970						定
	8	0.308	0.0708	0.190	"						"
	9	0.326	0.0750		"						"
	1	0.419	0.0964	0.37	2185				600		非定常
	2	0.664	0.153	—	"				1900		"
	3	1.13	0.260	—	"				2500		"
	4	1.31	0.301	0.198	"				2980		"
	5	1.67	0.384	0.278	"				3400		"
	6	2.13	0.49	0.485	"				4300		"
	7	2.25	0.518	1.15	"				4900		"
	8	2.97	0.683	11.9	"	15.0	0.0263	3.6	5620		"
$J_0 = 0$ $T = 10.6^\circ\text{C}$ $B = 20\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$	9	3.14	0.722	166.0	"	20.0	0.0667	4.8	6700		"
	10	3.05	0.702	771	"	21.4	—	5.5	6980		"
	11	2.85	0.656		"						定
	1	0.1215	0.0279		1180						"
	2	0.272	0.0625	0.312	1900						"
	3	0.420	0.0966	0.567	2300						"
	4	1.045	0.24	0.505	"				2330		非定常
	5	1.33	0.306	0.391	"				2820		"
	6	1.82	0.418	0.497	"				3430		"
	7	2.25	0.518	1.432	"				3790		"
	8	2.78	0.639	790	"	15.0		4.0	4150		"
$J_0 = 0$ $T = 11.0^\circ\text{C}$ $B = 20\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$	9	3.08	0.708	426.0	"				4450		"
	10	3.05	0.701	638.0	"	16.7		5.0	4630		"
	11	3.09	0.710	720.0	"	20.0		5.5	5230		"
	1	0.0632	0.0353		538						定
	2	0.0694	0.0389		830						"
	3	0.0856	0.0478		1050						"
	4	0.0955	0.0534		1300						"
	5	0.115	0.0642		1570						"
	6	0.138	0.0771	0.376	1800						"
	7	0.166	0.0928	0.581	2010						"
	8	0.201	0.112	0.855	2200						"
	9	0.249	0.139	1.22	2400						"

初期砂面勾配 J_0 水温 T °C 水路幅 B	実験番号	損失水頭 ΔF cm	動水勾配 $J_0 \times 10^2$	流砂量 $q_B \times 10^4 \text{ cm}^3/\text{s}$	流量 Q cc/s	砂速波長 λ s cm	伝播速度 W s cm/s	砂速波高 ΔH cm	通水開始後 の時間 t_s Sec	河床形状	流れの状態
$J_0 = 0$ $T = 11.0^\circ\text{C}$ $B = 20\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$	10	0.281	0.157	2.145	2580					—	定常
	11	0.331	0.185	4.25	2730					—	"
	12	0.681	0.380	60.1	3000					—	"
	13	0.950	0.531	399.0	3175	16.7	—	—		—	"
	14	1.110	0.620	472	3400	27.3	—	—		—	"
	15	2.05	1.14	2045.0	4400	—	—	—		—	"
	16	2.56	1.43	2670.0	5130	—	—	—		—	"
	1	0.0322	0.018		355					—	"
	2	0.0248	0.0167		500					—	"
	3	0.0359	0.02		670					—	"
	4	0.0546	0.0305		1230					—	"
	5	0.174	0.072	1.340	2290					—	"
	6	0.29	0.162	5.50	2440					—	"
	7	0.609	0.340	85.81	2720					—	"
	8	1.04	0.581	415	3000	13.6	—	3.0		—	"
	9	1.23	0.687	915	3560	23.1	—	3.5		—	"
	10	1.35	0.754	1780	4580	—	—	—		—	"
$J_0 = 0$ $T = 12^\circ\text{C}$ $B = 20\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$	1	0.0298	0.0166		295					—	"
	2	0.0323	0.018		568					—	"
	3	0.0360	0.0346		1350					—	"
	4	0.0509	0.0505	0.426	1700					—	"
	5	0.112	0.0625	0.763	1820					—	"
	6	0.121	0.0676	0.829	1860					—	"
	7	0.160	0.0814	2.610	2310					—	"
	8	0.200	0.112	2.940	2560					—	"
	9	0.423	0.236	8.360	2730					—	"
	10	0.791	0.442	300.0	3015	15.8	—	3.5		—	"
	11	2.20	1.23	1110.0	3530	25.0	—	4.0		—	"
	12	2.90	1.62	2540	4010		—	—		—	"
	13	1.90	1.06	"	4430		—	—		—	"
	14	1.33	0.743	2030	5234		—	—		—	"
$J_0 = 0, T = 18.1^\circ\text{C}$ $B = 20\text{cm}, d_{50} = 0.15\text{mm}$	1	0.0149	0.00933		628					—	"
	2	0.0347	0.0194		1030					—	"
	1	0.0174	0.00972		628					—	"

初期砂面勾配 J_0 水温 T 水路幅 B	実験番号	損失水頭 Δh cm	動水勾配 $I_0 \times 10^2$	流砂量 $q_b \times 10^2$ cc/cm/s	流量 Q cc/s	砂達波長 λ cm	佐播速度 W cm/s	砂達波高 ΔH cm	通水開始 の時間 ts	河床形状	流れの状態
$J_0 = 0$ $T = 28.3^\circ\text{C}$ $B = 20\text{ cm}$ $d_{50} = 0.15\text{ mm}$	2	0.6892	0.0498		1725					○	定
	3	0.263	0.147	1.150	2540					○	"
	4	0.384	0.217	3.190	2700					⊕	"
	5	0.556	0.310	30.7	2850					⊕	"
	6	0.773	0.432	247.0	3050					⊕	"
	7	0.816	0.456	1055.0	3170					⊕	"
	8	0.893	0.499	805.0	3360					⊕	"
	9	0.835	0.466	558.0	3710					⊕	"
	10	0.507	0.283	829.0	4220					⊕	"
	11	0.754	0.420	790.0	4520					⊕	"
	1	0.566	0.316	76.7	2900					⊕	"
$J_0 = 0$ $T = 28.2^\circ\text{C}$ $B = 20\text{ cm}$ $d_{50} = 0.15\text{ mm}$ 同上	2	1.00	0.559	211.0	3030					⊕	"
	3	0.928	0.518	590.0	3150					⊕	"
	4	0.617	0.345	365.0	3680					⊕	"
	5	0.630	0.352	2040.0	4040					⊕	"
	6	0.841	0.469	2350.0	4340					⊕	"
	1	0.247	0.138		2600					⊕	"
	2	0.358	0.200	51.10	2730					⊕	"
	3	0.510	0.285	222.0	2950					⊕	"
	4	0.718	0.401	407.0	3280					⊕	"
	5	0.735	0.410	580.0	3800					⊕	"
	6	0.575	0.321	558.0	4100					⊕	"
$J_0 = 0$ $T = 28.5^\circ\text{C}$ $B = 20\text{ cm}$ $d_{50} = 0.15\text{ mm}$	7	1.19	0.665	210.0	4460					⊕	"
	1	0.153	0.0855	0.550	2330					⊕	"
	2	0.187	0.104	2.12	2500					⊕	"
	3	0.309	0.17	6.10	2640					⊕	"
	4	0.508	0.284	9.90	2780					⊕	"
	5	0.592	0.331	96.60	2950					⊕	"
	6	0.852	0.476	653.0	3280					⊕	"
	7	0.884	0.494	1780.0	3800					⊕	"
	8	0.554	0.309	1250.0	4550					⊕	"
	9	1.370	0.765	1530	5204					⊕	"

その四：実験-b及びC、断面 $20\text{cm} \times 10\text{cm}$

初期砂面勾配 J_0 水温 $T^\circ\text{C}$ 水路中B	実験番号	損失水頭 $\Delta P, \text{cm}$	動水勾配 $I_0 \times 10^2$	流砂量 $q \times 10^4 \text{ g/cm/s}$	流量 $Q, \text{cc/s}$	砂達波長 λ, cm	依掃速度 $W, \text{cm/s}$	砂達波高 $\Delta H, \text{cm}$	通水開始後 の時間 t, sec	河床形状	流れの状態
$J_0 = 0$ $T = 6.1^\circ\text{C}$ $B = 20\text{cm}$ $d_{50} = 0.15\text{mm}$	(1)	0		0	0						定常
	(2)	0.1475	0.0339		3480						"
	(3)	0.1760	0.0405		3870						"
	(4)	0.2243	0.0516	0.476	4360						"
	(5)	0.2665	0.0613	0.9275	4780						"
	(6)	0.3100	0.0713	0.940	5200						"
	7	0.3435	0.079	1.263	5560						"
	(8)	0.4215	0.097	6.784	5540						非定常
	(9)	0.5775	0.133	2.985	"				2400		"
	(10)	0.7360	0.1692	1.297	5500				3480		"
	(11)	0.7875	0.181	33.80	5530	10.0	0.0084	1.0	4380		"
	(12)	1.019	0.2343	25.7	"	9.33	0.0167	3.0	5220		"
	(13)	1.082	0.249	27.6	5520	8.67	0.0133	2.9	6480		"
	(14)	1.234	0.284	53.7	5530	"	0.0217	3.5	7260		"
	(15)	1.330	0.306	88.5	"	8.33	"	4.7	8400		"
	(16)	1.410	0.324		5520	9.00	0.0167	4.6	9000		"
	(17)	1.467	0.337	105.1	5530	8.67	0.0133	4.2	9300		"
	(18)	1.417	0.326	"	"	"	0.0200	"	9600		"
	(19)	1.328	0.305	"	"				9900		"
同上	(1)	0.1128	0.0259		2960				10250		定常
	(2)	0.1413	0.0325		3360						"
	(3)	0.1797	0.0413		3980						"
	(4)	0.2293	0.0527	0.547	4320						"
	(5)	0.2592	0.0596	0.758	4700						"
	(6)	0.3050	0.0702	0.752	5090						"
	7	0.3078	0.0708	0.540	"						"
	(8)	0.3060	0.0703	0.4715	"				2000		非定常
	(9)	0.4060	0.0933	0.3544	5100				4880		"
	(10)	0.4850	0.1115	0.474	5110				5080		"
	(11)	0.6440	0.1480	0.495	5120				5800		"
	(12)	0.7340	0.1687	0.391	5090				6510		"
	(13)	0.8910	0.205	0.358	5100				7480		"

初期砂面勾配 J_0 水温 T_0 水路中B	実験番号	損失水頭 ΔT cm	動水勾配 $I_0 \times 10^3$	流砂量 $q_B \times 10^4 \text{ cm/s}$	流量 Q cc/s	砂連波長 λ s cm	仕槽速度 W_s cm/s	砂連波高 ΔH cm	通水開始後 の時間 ts sec	河床形状	流れの状態
	(14)	1.0650	0.245	0.5775	5100				8200	U	非定常
	(15)	1.0160	0.234	0.779	5110				8980	"	"
	(16)	0.955		1.006	5120				9580	"	"
	(17)	1.067	0.2454	2.04	5090				10600	"	"
	(18)	1.011	0.2325	2.543	5110				11100	"	"
	(19)	1.080	0.2485	4.93	"	9.33	0.0134	3.6	11600	↑	"
	(20)	1.090	0.2510	8.32	"	"	0.0167	4.0	12300	"	"
	(21)	1.184	0.2724	2.320	5120	8.67	"	5.0	12800	"	"
	(22)	1.142	0.2630	4.180	"				13300	"	"
	23	1.141	0.2627	31.70	"	9.00	0.0117	6.5	14100	"	"